



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

### Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

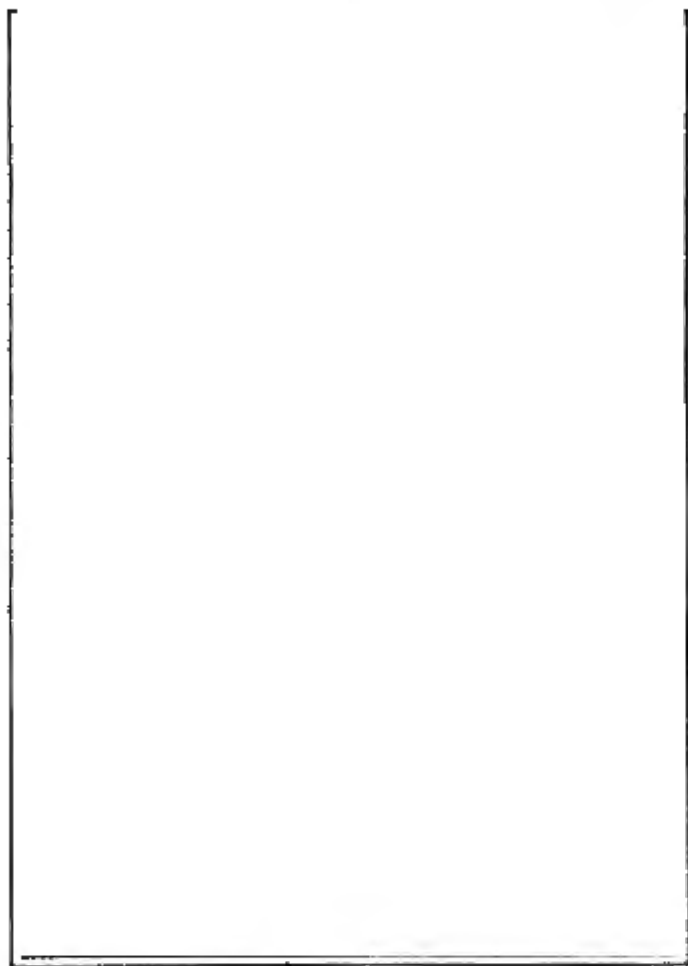
We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

### About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>

\_\_\_\_\_



QA

31

E84

1883







**EUCLIDIS**  
**OPERA OMNIA.**

**EDIDERUNT**

**I. L. HEIBERG ET H. MENGE.**



**LIPSIÆ**  
**IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.**  
**MDCCLXXXIV.**

EUCLIDIS  
3-65203  
ELEMENTA.

---

EDIDIT ET LATINE INTERPRETATUS EST

I. L. HEIBERG,

DR. PHIL.

---

VOL. II.

LIBROS V—IX CONTINENS.



LIPSIAE

IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.

MDCCLXXXIV.

LIPSIÆ: TYPIS B. G. TEUBNERI.

## PRAEFATIO.

---

In iis Elementorum libris, qui hoc continentur volumine, emendandis pro fundamento habui codices PBFV, de quibus uideatur brevis, quam dedi uol. I p. VIII—IX, notitia; codicem Bodleianum B in libris VIII—IX<sup>1)</sup> contulit H. Menge. Parisino 2466 (p) in solo libro VII uti potui, neque magni est momenti. sed cum omnium Theoninorum optimus codex Laurentianus F inde a VII, 12 p. 216, 20 ad IX, 15 p. 378, 6 deficeret — nam eam codicis partem, quam littera  $\varphi$  significauit, prorsus inutilem esse, adparet, de qua re in prolegomenis uoluminis IV uberius agam —, et cum cod. Bononiensis b (u. uol. I p. IX) a Florentino in hac quidem parte non longe distaret, eum a VII, 13 ad IX, 15 hoc anno Bononiae contuli et hoc loco scripturae discrepantiam notabo. ad supplendum adparatum criticum in libris VIII—IX etiam cod. Parisin. Gr. 2344 (q) membran. saec. XII contuli, qui ut Hauniam transmitteretur, intercedente praefecto bibliothecae regiae Hauniensis a liberalitate bibliothecarii Parisiensis Leopoldi Delisle facile

---

1) In his duobus libris ab VIII, 17 de  $\nu$  littera, quam *ἐφελκυστικόν* uocant, uel omissa uel addita in B nihil in collatione adnotatum erat.

impetraui. huius codicis scripturas inde a p. 372, 15 suis locis in adparatum recepi, reliquas ab initio libri VIII hic dabo.

- p. 216, 24: ὧσι b.
- p. 218, 9: τὰ αὐτά] om. b.
- 18: ἐν] καὶ ἐν b.
- 27: ἐστίν] om. b.
- p. 220, 1: τὸν Z] Z b.
- 11: ἡ] uidetur eras. b.
- 26: ἔσται] ἔστιν b.
- p. 222, 2: ἡγούμενοι] γούμενοι b.
- 7: ἡ] corr. ex ὁ m. 1 b.
- 14: A] corr. ex Δ m. 1 b.
- p. 224, 1: τῶν] τόν b.
- 24: πολλαπλασιάσασι b.
- p. 226, 5: καί] om. b.
- 6: πεποίηκε b.
- 17: ἀριθμοί] ἄρα ἀριθμοί b.
- 25: πεποίηκε b.
- p. 228, 2: ἀλλ' ὥς] ὥς δέ b.
- 6: πεποίηκε b.
- 21: sequitur p. 428, 23—430, 17 b (κ').
- p. 430, 11: ἐστίν] om. b.
- 13: ὑπό] ἐκ b.<sup>1)</sup>
- 16: ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. b.
- p. 230, 16: ΘZ] supra scr. m. 1 b.
- ἴσοι εἰσίν] punctis del. m. 2 b.
- ἀριθμοί] ἴσοι b.
- ἀλλήλοις] ἀλλήλοις εἰσίν b.
- p. 232, 2: ἐστίν] om. b.
- 4: EZ] EZ ἄρα b.
- 7: sequitur p. 430, 19—432, 8 b. (κβ').
- p. 432, 7: ἐστίν] om. b.
- 8: κγ' b (κ' edit. = κα' cod.).

---

1) Recipiendum est.

- p. 232, 9: ἀλλήλους] πολλούς b.  
 11: ἀλλήλους] πολλούς b.  
 14: μή] μή εἰσιν οἱ A, B ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐ-  
 τὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς b.  
 18: μετροῦσι] syll. με- in ras. m. 1 b.  
 20: τὸν ἧ-] in ras. m. 1 b.
- p. 234, 8: τοῖς] τῶι b.  
 11: κδ' b et sic deinceps.  
 17: εἰσι] εἰσιν οἱ A, B b.  
 18: αὐτούς] τοὺς A, B b.  
 21: ἔστωσαν] litt. στ corr. ex η m. 1 b.
- p. 236, 1: πεποίηκε b.  
 12: ὥσιν] εἰσιν comp. b.
- p. 238, 3: ὥσι b.  
 12: ante τις est — in b. post A, E uacat linea in b.  
 13: δῆ] δέ b.  
 22: A, E πρῶτοι, οἱ δέ] om. b, in extrema pag.  
 26: τόν] πρὸς τόν b.
- p. 240, 1: τόν] πρὸς τόν b.  
 2: post E est — in b.  
 B, Γ] Γ, B b.  
 24: ὥσι b.
- p. 242, 4: τόν] τό b.  
 8: δῆ] δέ b.  
 E, Δ] Δ, E b.<sup>1)</sup>  
 16: ὥσι b.
- p. 244, 3: E] in ras. m. 1 b.  
 22: ὥσι b.
- p. 246, 9: ΓΑ] ΑΓ b.
- p. 248, 1: μή] supra scr. m. rec. b.  
 14: μετροῖ] μετρεῖ b.
- p. 250, 1: ὁ B] τὸ B b.  
 6: ἡγούμενον] corr. ex ἡγούμενος m. 1 b.  
 9: sequitur p. 432, 10—20 b.  
 p. 432, 10: ἄλλως τὸ λβ' τὸ ἐξῆς b.

---

1) Hoc ergo ex P recipiendum erat.

- p. 432, 13: ἔστω] ἔστω ὁ b.  
 19: B] corr. ex Γ m. 1 b.  
 20: ἐστι] comp. b.  
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι] comp. b.
- p. 250, 10: λγ' b et sic deinceps.  
 17: γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν] δῆλον ἂν εἴη τὸ  
 ζητούμενον b; item lin. 21.  
 24: εἰ] τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, ὃς καὶ τὸν Α μετρήσει. εἰ b.
- p. 252, 1: ἐτέρου] τοῦ ἐτέρου b.  
 13: ἐπιταχθέν] ζητούμενον b, mg. m. 1: γρ. τὸ  
 ἐπάγγελμα.  
 19: τοὺς αὐτοὺς λόγους b; item lin. 22—23.
- p. 256, 21: μετροῦσι b.  
 25: ὁ] καὶ ὁ b.
- p. 258, 8: post ἐπόμενος reliqua pars lineae quasi orna-  
 mentis quibusdam expleta est in b.  
 9: τούς] τόν b.  
 13: τοῦ Γ] τοῦ Γ, ὅταν οἱ Α, Β πρῶτοι πρὸς  
 ἀλλήλους ὥσιν b.  
 20: μετροῦσι b.  
 24: ἔστωσαν] ἔσονται b.  
 26: Η] e corr. m. 1 b.
- p. 260, 4: ἄρα] ἄρα ὥς b.<sup>1)</sup>  
 16: μετρῶσιν] μετρήσωσι b.  
 25: μετρήσουσι b.
- p. 262, 11: δῆ] δέ b.  
 13: μετροῦσι b.  
 14: μετρήσουσι b.  
 16: μετροῦσι b; item lin. 17.  
 23: μετροῦσιν] μετρήσουσι b.  
 24: Γ] in ras. m. 1 b.
- p. 264, 3: μετροῦσι b; item lin. 4, 7, 8.  
 13: τὸν Ζ — 14: μετρούμενος] om. b.
- p. 266, 10: τὸ αὐτό — 11: ἀριθμοῦ] om. b.
- p. 268, 9: ὑπό] ὁ ὑπό b.

1) P. 260, 14 errore typographico legitur ἔπει pro ἔδει.



- p. 268, 11: ὁ *H* ἄρα] ἐπεὶ ὁ *H* ὑπὸ τῶν *Δ*, *E*, *Z* με-  
τρεῖται, ὁ *H* b.  
14: μὴ] μὴ ὁ *H* ἐλάχιστος ὧν ἔχει τὰ *A*, *B*, *Γ*  
μέρη b.  
17: μέρεσι b.  
19: τῶν] om. b.

## VIII.

- p. 270, 13: τῶν — 14: πλήθει] om. bq.  
18: μείζων — 19: ὅ τε] om. bq.  
p. 272, 12: τέσσαρες] *Δ* b.  
20: ἔστιν] ἀριθμὸς δὴ ὁ *A* δύο τοὺς *A*, *B* πολ-  
λαπλασιάσας τοὺς *Γ*, *Δ* πεποίηκεν· ἔστιν bq.  
20: ἄρα] om. b.  
21: μέν] om. bq.  
p. 274, 2: ὁ *Γ*] οὕτως ὁ *Γ* bq.  
3: ὁ *Δ*] οὕτως ὁ *Δ* bq.  
4: πολλασιάσας b.  
8: ὁ *Z*] οὕτως ὁ *Z* bq.  
10: ὁ *H*] οὕτως ὁ *H* bq.  
11: ὁ *A*] οὕτως ὁ *A* bq.  
15: ἀλλ'] ἐδείχθη δὲ καὶ bq.  
23: εἰσὶ q.  
οἱ *A*, *B* — 24: εἰσὶν] supra scr. m. 1 q (εἰσὶ).  
26: δὲ τῶν] δὲ τὸν bq.  
p. 276, 3: τοῖς] corr. ex αὐτοῖς m. 1 q.  
9: τέσσαρες] δ q.  
11: ἐάν] supra scr. m. 1 b.  
p. 278, 1: καὶ ἐπεὶ — 3: ἐαυτὸν μέν] οἱ ἄρα ἄκροι αὐ-  
τῶν οἱ *A*, *Ξ* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν.  
ἐπεὶ γὰρ οἱ *E*, *Z* πρῶτοι, ἐκότερος δὲ αὐ-  
τῶν ἐαυτόν bq.  
6: καὶ] om. bq.  
καὶ οἱ — 7: εἰσὶν] πρῶτοι καὶ οἱ *Δ*, *Ξ* bq.  
p. 278, 14: εἰσὶν] ἐπεὶ bq.  
ἀλλήλους] ἀλλήλους εἰσὶν, ἴσος δὲ ὁ μὲν *Δ*  
τῷ *A*, ὁ δὲ *Ξ* τῷ *Δ* bq.

- p. 278, 18: ἀνάλογον] om. b.  
 22: Z] in ras. m. 1 b.  
 23: ἀνάλογον] om. bq.
- p. 280, 1: καί] om. bq.  
 6:- Θ] e corr. m. 1 b.  
 10: Θ, H] H, Θ b.  
 ἀνάλογον] om. bq.  
 11: καὶ ἐν] καὶ ἔν τε bq.  
 13: Θ, H] H, Θ bq.  
 14: ἀνάλογον] om. b.  
 15: ἐν τῷ] ἔτι bq.  
 16: λόγοις] λόγοις, ἔσονται τινες τῶν H, Θ, K, Δ  
 ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἔν τε τοῖς τοῦ A πρὸς  
 τὸν B καὶ τοῦ Γ πρὸς τὸν Δ καὶ ἔτι τοῦ  
 E πρὸς τὸν Z λόγοις q.  
 17: οὕτως] om. bq.  
 20: ἐλάσσων] ἐλάττων b.  
 ἐλάσσονα] ἐλάττονα bq.  
 21: τε] om. bq.
- p. 282, 1: B, Γ] Γ, B bq.  
 2: μετροῦσι bq.  
 τῶν] τόν q.  
 4: ὁ H] (prius) supra scr. m. 1 b.  
 6: Θ, H] H, Θ bq.  
 8: τὸν Z] Z q.  
 9: ὑπό] ὁ ὑπό bq.  
 12: Θ, H] H, Θ bq.  
 14: ἐπεὶ] καὶ ἐπεὶ bq.  
 20: ἰσάκεις] ὁσάκεις q.  
 22: ἀνάλογον] om. bq.  
 ἐν] ἔν τε b.  
 τε] om. b.  
 23: ἔτι] om. bq.  
 24: ἐν] εἰ γὰρ μὴ εἰσιν οἱ N, Ξ, M, O ἐξῆς  
 ἐλάχιστοι bq.
- p. 284, 1: εἰ γὰρ μὴ] om. bq.  
 2: ἀνάλογον] om. bq.

- p. 284, 5: οὕτως] bis q.  
 7: τε] om. bq.  
 10: μετροῦσι bq.; item lin. 15.  
 20: ἀνάλογον] om. bq.  
 21: τόν] om. bq.  
 22: τόν] (bis) om. bq.  
 23: ἄρα] om. b.  
 ἀνάλογον] om. bq.
- p. 286, 10: Γ, Ε, Δ] in ras. m. 1 b.  
 15: καί] om. bq.<sup>1)</sup>  
 16: πεποίηκεν] (prius) πεποίηκε q.  
 17: Α] e corr. m. rec. b.  
 18: Δ] e corr. m. rec. b.  
 ὥς δέ — τὸν Θ] om. b.
- p. 288, 7: μετρῇ] μετρεῖ q.  
 13: μετροῦσιν] μετρήσουσι bq.  
 14: εἰ — 15: τὸν Γ] λέγω γάρ ὅτι οὐ μετρεῖ ὁ Α  
 τὸν Γ bq.  
 15: καὶ ὅσοι] ὅσοι γάρ bq.
- p. 288, 17: τοῖς Α] in ras. m. 1 b.
- p. 290, 1: ἦ] εἰ q.  
 γάρ] γὰρ Z q.  
 6: μετρήσει] μετρεῖ bq.  
 9: μετρῇ] μετρεῖ q.  
 14: οὐ] μή q.  
 οὐδέ] οὐδ' q.  
 15: μετρήσει] μετρήσει· ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον· ὑπό-  
 κειται γὰρ ὁ Α τὸν Δ μετρεῖν q.  
 16: ὁ] τό q.  
 20: μεταξύ — ἀνάλογον] om. bq.
- p. 292, 8: Γ, Δ, Β] Β, Γ, Δ bq.  
 10: εἰσί q.  
 11: εἰσί q.  
 14: καί — 15: τὸν Ζ] om. q.

1) Itaque quoniam bq p. 286, 13 sq. cum P consentiunt, nomen Theonis in adnotatione ad locum illum tollendum est.

- p. 292, 18: ἔχοντας] ἔχοντας αὐτοῖς bq.  
 22: καί] καὶ ὁ q.
- p. 294, 1: εἰσὶ q.  
 καὶ οἱ — 2: εἰσὶν] om. b.  
 3: ἄρα] om. b.  
 10: ὥσι bq.  
 14: μεταξύ] ἐξῆς μεταξύ bq.  
 19: μεταξύ] supra scr. m. 1 b.  
 20: ἐμπεπτώκασιν] ἐμπίπτουσιν b.  
 21: τῆς] τῆς E bq.
- p. 296, 1: πεποίηκε bq; item lin. 2, 3, 4.  
 6: Z, H] H, Z bq; item lin. 7.
- p. 296, 10: τῶν] om. b.  
 ἐστὶν ὁ] ἐστὶ καὶ ὁ bq.  
 12: ἄρα τόν] ἄρα τό q.  
 μετρεῖ] om. b.
- p. 298, 2: ἴσος — 3: A] ὁ δὲ M τῷ A ἐστὶν ἴσος bq.  
 6: H] K, ut uidetur, q.  
 8: τοσοῦτοι] οὕτως b.  
 12: ι'] om. q.  
 ἐκατέρου] om. bq; γρ. ἐκατέρου mg. m. rec. b.  
 15: μεταξύ] ἐξῆς μεταξύ bq.  
 21: οἷ τε] corr. ex ὅτε q.<sup>1)</sup>
- p. 300, 8: ἄρα] om. b.  
 10: πεποίηκε bq.  
 11: E] e corr. m. rec. b.  
 13: δέ] om. q.  
 15: E] corr. ex Θ m. rec. b.  
 16: πεποίηκε bq; deinde add. b mg. m. rec.: τὸν  
 δὲ Z πολλαπλασιάσας τὸν Θ πεποίηκε.  
 μέν] om. b.  
 17: πεποίηκε bq; item lin. 18, 19.  
 19: μέν] om. bq.  
 23: καὶ ὥς — 24: τὸν H] supra scr. m. 1 q.  
 25: τῶν] τόν q.

1) P. 298, 21 in adnot. addatur: τε] om. BVφ.

- p. 300, 27: ἀλλ' ὡς ὁ *E* πρὸς τόν] in ras. m. 1 q.
- p. 302, 2: τῶν] τόν q.  
 3: *K*] in ras. q.  
*A*] in ras. q.  
 10: *B*] e corr. m. 1 b.  
 12: καὶ ὡς — 13: τὸν *A*] om. bq.
- p. 304, 1: *Γ* γάρ] γὰρ *Γ* bq.  
 4: πεποίηκε bq.  
 8: διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καί] πάλιν ἐπεὶ ὁ *Γ* τὸν *A*  
 πολλαπλασιάσας τὸν *E* πεποίηκεν, ὁ δὲ *A*  
 ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν *B* πεποίηκε, δύο  
 δὴ ἀριθμοὶ οἱ *Γ*, *A* ἕνα καὶ τὸν αὐτὸν τὸν  
 (om. b) *A* πολλαπλασιάσαντες τοὺς *E*, *B*  
 πεποιήκασιν· ἔστιν ἄρα bq.  
 9: *B*] *B*. ἀλλ' ὡς ὁ *Γ* πρὸς τὸν *A*, οὕτως ὁ  
*A* πρὸς τὸν *E* bq.  
 10: ἄρα] om. q.  
 11: ἀριθμός] ἀριθμὸς ὁ *E* bq.
- p. 306, 2: ἑαυτόν] ἑαυτὸν μέν bq.  
 4: τῶν] corr. ex τόν m. 1 q.  
 6: καὶ ὁ *Γ* ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν *E* πε-  
 ποίηκεν] om. bq.  
 7: μέν] om. bq.<sup>1)</sup>  
 πεποίηκε bq; item lin. 8.  
 10: πεποίηκε q; item lin. 11.  
 27: *A*] *A*, οὕτως τε (om. q) ὁ *K* πρὸς τὸν *B*.  
 ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ *Γ* πρὸς τὸν *A* bq.  
 ὅ τε] τε ὁ bq.
- p. 310, 4: τόν] om. q.  
 8: τῶ] om. q.  
 10: μέν ὁ] ὁ μέν bq.  
 14: τετράγωνος πρὸς τετράγωνον] τετράγωνος ἀριθ-  
 μὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν bq.  
 22: εἰσιν] comp. ἔστιν corr. ex comp. εἰσιν b.

1) P. 306, 6 in adnot. scribatur: „6. καὶ ὁ — πεποίηκεν]  
 P; om. Theon (BVφ). 7. μέν] om. BVφ.“

- p. 310, 23: *B*] *e* corr. m. 1 b.
- p. 312, 1: *εἰσιν*] *εἴσι* bq.
- 4: *πάλιν* — *μετρείτω*] *ἀλλὰ δὴ μετρείτω ὁ I τὸν Δ* bq.
- 7: *B*] in ras. m. 1 b.
- 10: *A, E*] in ras. m. 1 b.
- 15: *ὅπερ ἔδει δεῖξαι*] om. bq.
- 18: *καὶ ἔάν* — 20: *μετρήσει*] om. b.
- 25: *ὁ δὲ Δ* — 26: *τὸν Δ*] *καὶ ἔτι ὁ Γ τὸν Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ζ ποιείτω, ὁ δὲ Δ ἑαυτόν* bq.
- 26: *Z*] *H* bq.
- p. 314, 5: *εἴσι* q.
- 10: *δὴ*] om. bq.
- 11: *οἱ*] *καὶ οἱ* bq.
- 12: *πρὸς τόν*] *πρός* bq.<sup>1)</sup>
- 13: *ὥς*] supra scr. m. 1 b.
- 22: *ἀριθμοί*] om. bq.
- 24: *μετρεῖ*] *μετρήσει* b.
- 25: *εἰ γὰρ μετρεῖ ὁ Γ τὸν Δ, μετρήσει*] mg. m.  
rec. b; *εἰ γὰρ ὁ Γ τὸν Δ μετρεῖ, μετρήσει* q.
- 26: *οὐδέ*] *οὐδ'* bq.
- p. 316, 3: *γάρ*] *γὰρ μή* b, sed *μή* eras.  
*καί*] *e* corr. m. rec. b.
- 5: *ὅπερ ἔδει δεῖξαι*] om. bq.
- 21: *ὅπερ ἔδει δεῖξαι*] om. bq.
- p. 318, 1: *ὅμοιοι*] om. q.
- 13: *πολυπλασιάσας* b, sed syll. *λυ* in ras. m. 1;  
item lin. 15, 17, 18.<sup>2)</sup>
- 14: *πεποίηκε* bq; item lin. 17, 23.
- 17: *A*] corr. ex *H* m. rec. q.
- 22: *πολυπλασιάσας* b; item lin. 23.
- 28: *εἴσι* q.
- p. 320, 4: *ἐξῆς*] *ἐξ ἀρχῆς* q.

1) Ergo *τόν* cum P omittendum.

2) Itaque fortasse haec forma vocabuli in hac prop. cum P seruanda est.

- p. 320, 8:  $\delta$  Γ] sic bq.<sup>1)</sup>  
 9:  $\eta$ ] καί b.  
 16: οί] ἀριθμοὶ οί bq.  
 17: E] E ἀριθμοί q.  
 18: στερεοί] στερεοὶ ἀριθμοί b.  
 19: μὲν  $\delta$ ] sic bq.<sup>2)</sup>  
 24: καί]  $\eta$  bq.  
 25: γάρ] δὴ q.  
 τὸν Δ] sic bq.<sup>3)</sup>
- p. 322, 1: εἰσί q.  
 6: καί] ἔστιν ἄρα ὡς  $\delta$  K πρὸς τὸν M,  $\delta$  M  
 πρὸς τὸν Δ, καί q.  
 7: πεποίηκε bq; item lin. 23, 25.  
 10: M, Δ] Δ, M bq.  
 14: διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καί] πάλιν ἐπεὶ ἔστιν ὡς  $\delta$   
 Δ πρὸς τὸν E, οὕτως  $\delta$  H πρὸς τὸν Θ,  
 ἐναλλάξ ἄρα ἐστίν bq.  
 16: M, Δ] Δ, M bq.  
 εἰσιν] om. b.  
 19: N] corr. ex H m. rec. b.  
 21: Γ, Δ, E] Δ, E q.  
 24: Δ] corr. ex Δ m. rec. b.  
 τόν] τὸν ἐκ τῶν Z, H τόν bq.  
 27: N] corr. ex H m. rec. b.  
 28: τόν] om. bq.  
 τόν] om. b.  
 N] corr. ex H m. rec. b.  
 30: H] e corr. m. rec. b.  
 καὶ ὡς] ὡς bq.
- p. 324, 1: Z] in ras. m. 1 b.  
 5: N] corr. ex H m. rec. b.  
 6: H] H καὶ  $\delta$  E πρὸς τὸν Θ q.  
 9: N] corr. ex H m. rec. b.

1) In adn. p. 320, 8 delendum „corr. ed. Basil.“

2) In adn. p. 320, 19 deleatur „ $\delta$  μὲν Vφ“; habent μὲν  $\delta$ .

3) In adn. p. 320, 25 addatur: „25. τὸν Δ] τὸν μὲν Δ B Vφ.“

- p. 324, 11: τόν] bis b.  
 12: Ξ] E q. B] Θ q.  
 13: καί] καὶ ὥς b.  
 26: ἀλλ' ὥς] ὥς δέ b.  
 28: ἄρα] om. bq.
- p. 326, 7: οἱ] om. bq.  
 10: ἀριθμός ὁ Γ] ὁ Γ ἀριθμός bq.  
 13: A, Γ] A, B, Γ mutat. in A, Γ, B m. rec. b;  
 A, Γ, B q.  
 E] seq. ἔστιν ἄρα ὥς ὁ Δ πρὸς τὸν E, ὁ A  
 πρὸς τὸν Γ. ἀλλ' ὥς ὁ A πρὸς τὸν Γ,  
 οὕτως ὁ Γ (corr. ex A b) πρὸς τὸν B.  
 καὶ ὥς ἄρα ὁ Δ πρὸς τὸν E, ὁ Γ πρὸς  
 τὸν B q et mg. m. rec. b.  
 ἰσάνεις] mut. in ὁσάνεις m. rec. b.  
 ἄρα] mutat. in δέ m. rec. b.  
 14: καὶ ὁ E — 15: μετρεῖ] om. b.  
 δῆ] δέ q.<sup>1)</sup>  
 16: πεποίηκε q. Seq. τὸν δὲ E πολλαπλασιάσας  
 τὸν Γ πεποίηκεν q et mg. m. rec. b.  
 17: ἐστι q. οἱ] αἱ q.  
 19: Γ, B] B, Γ bq.
- p. 328, 3: ὁ Z — τὸν A] ἑκάτερος τῶν Z, H τὸν E  
 πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν Γ, B bq.  
 5: Δ] Z bq. τὸν E] H bq.  
 6: A — ὁ] om. bq.  
 τόν] om. bq.  
 πάλιν — 9: τὸν B] om. bq.  
 9: τόν] om. bq.  
 10: τόν] (prius) om. bq.  
 11: τόν] om. b.  
 καί — 12: τὸν H] om. bq.  
 13: ἀριθμοὶ εἰσιν] εἰσιν ἀριθμοὶ bq.<sup>2)</sup>  
 17: ὅμοιοι] om. b.

1) In adn. p. 326, 14 addatur: „14. δῆ] corr. ex δέ B“,  
 in adn. ad p. 326, 20 deleatur „et B (corr. m. 1)“.

2) Ergo hic ordo uerborum cum P praeferendus erat.



- p. 328, 23: Δ] Δ, B bq. H] H, Θ b, sed corr.  
 25: εἰσὶ q.  
 26: ὁ Z — ἀριθμοί] om. bq.
- p. 330, 2: τοῦ πρό] om. bq.  
 4: τόν] om. bq.  
 5: τόν] om. bq.  
 καί] supra scr. m. rec. b.  
 6: τοῖς] τοι b.  
 καί — 7: Α, Γ, Δ] om. bq.  
 12: ὅ τε] ὅτι ὁ q.  
 17: Ν] corr. ex H m. rec. b.  
 18: πεποίηκε bq.  
 20: Ν] corr. ex H m. rec. bq.  
 22: δὴ] δέ bq.  
 Ε] H bq.<sup>1)</sup>
- p. 332, 1: Γ] Β bq.<sup>1)</sup>  
 5: πεποίηκε q.  
 6: ἐστίν] om. b. εἰσιν] om. bq.  
 7: εἰσι q.  
 8: τόν] corr. ex τό m. rec. b.  
 12: τὸν Μ] Μ q.  
 15: Ξ] post ras. 1 litt. b.  
 16: ὅμοιοι] οἱ q, om. b.  
 19: τρίτος] γ b.  
 22: λέγω] λέγω δὴ b.  
 24: Γ] ε corr. m. rec. b.  
 25: εἰσι q.  
 26: -τεράγωνος δὲ ὁ Α τε-] mg. m. rec. b.  
 Γ] Β bq.
- p. 334, 7: ἐστίν] ἔσται bq.  
 12: κδ'] om. q.  
 14: ὄν] corr. ex ῆ m. rec. b.  
 15: τετράγωνος ῆ] ῆ τετράγωνος bq.  
 17: post Β ins. λόγον m. rec. b.  
 λόγον] om. bq.

1) In adn. p. 330, 22 addatur: „ὁ Ε τὸν Γ] ὁ Η τὸν Β Theon (B V φ)“.

- p. 334, 19: ἔστω] ἔσται q.  
 22: εἰσι q.  
 23: Γ] in ras. m. 1 b.  
 τόν] om. bq.  
 24: τόν] om. bq.  
 p. 336, 8: Δ] e corr. m. rec. b.  
 δῆ] δέ b; om. q.<sup>1)</sup>  
 10: γὰρ οἱ] γὰρ ὁ b.  
 ὅμοιοι] ἄρα ὅμοιοι bq.  
 11: εἰσι q.  
 12: μεταξύ] in hoc uocabulo desinit q fol. 165<sup>u</sup>;  
 λείπ. φύλλα ἡ mg.; rursus incipit p. 372, 15,  
 u. u. adn. (ἐνταῦθα λείπουνσι φύλλα ἡ mg.  
 fol. 166<sup>r</sup>).  
 p. 338, 5: τετράγωνοι] τεταραγμένοι b.  
 22: Ε] e corr. m. rec. b.  
 25: ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. b.

## IX.

- p. 340, 9: Δ] e corr. m. rec. b.  
 10: πεποίηκε b.  
 14: δέ] om. b.  
 17: τῶν] corr. ex τόν m. rec. b.  
 19: ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. b.  
 p. 342, 4: ἀριθμοί] om. b.  
 5: ἔστωσαν — 6: ποιεῖτω] δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ  
 Α, Β πρὸς (mutat. in πολλαπλασιάσαντες  
 m. rec.) ἀλλήλους τετράγωνον τὸν Γ ποιεῖ-  
 τωσαν b.  
 11: ἔστιν ἄρα] om. b.  
 12: τόν] bis om. b.  
 14: ἐμπλήττει] ἐμπλήττει ἀριθμός b.  
 17: ἐάν — ἐμπλήττη] om. b; ὧν δὲ ἀριθμῶν εἰς  
 μέσος ἀνάλογον ἐμπλήττει mg. m. rec.  
 18: οἱ ἄρα] ἄρα οἱ b.

---

1) Itaque δῆ cum P delendum, ut suspicatus eram.

- p. 344, 1: πεποίηκε b.  
 6: πρὸς τόν] πρὸς b.  
 12: τὸν Δ] Δ b.  
 13: τοῦ Α] om. b; post ἀριθμοῦ ins. m. rec.  
 19: τόν] om. b.  
 22: ἐμπλήττωσιν] ἐμπιπτέτωσαν b.  
 23: δεύτερος] τέταρτος b.  
 24: ἐστίν] om. b.
- p. 346, 4: ὅτι] om. b.  
 6: γὰρ Α] Α γάρ b.  
 11: οἱ Α, Β] ante ras. 2 litt. b.
- p. 348, 4: Α] corr. ex Δ m. 1 b.  
 κύβος ἄρα ἐστὶ] ἔστιν ἄρα b.  
 10: Α] πρῶτος b.  
 11: πεποίηκε b.  
 13: ἐαυτόν] ἐαυτὸν μὲν b.  
 14: ὁ Α — 22: τὸν Β] τὸν δὲ Β πολλαπλασιάσας  
 τὸν Γ πεποίηκεν b.  
 23: καὶ ὥς] ὥς b.
- p. 350, 1: ὁ Α] οὕτως ὁ Α b, Α e corr. m. rec.  
 3: ἐστι κύβος] ἐστι ὁ κύβος b, sed ὁ deletum.  
 11: ὑπό] corr. ex ὑπέρ m. rec. b.  
 14: ἐπεὶ — 15: μονάδας] om. b.  
 15: πεποίηκε b.  
 17: ὁ ἐκ] ἐκ b.  
 24: ἔσται] ἐστὶ b.  
 ὁ] πάντες, ὁ b.
- p. 352, 1: πάντες] om. b.  
 2: post διαλείποντες add. πάντες b.  
 4: ὅτι] om. b.  
 6: πάντες] om. b.  
 8: ἅμα] ἄρα b.  
 Ante τετράγωνος eras. ὁ b.  
 9: πάντες] ἅπαντες b.  
 10: Post ἡ ras. 1 litt. b.  
 12: μονάς] ἡ μονάς b.  
 ἀριθμόν] om. b.

- p. 352, 14: τῷ *A*] αὐτῷ b.  
 15: πεπολήκε b.  
 17: καὶ ὁ *Δ* ἄρα] ἄρα καὶ ὁ *Δ* b.  
 20: πάντες] om. b.  
 τέταρτος] *Δ* b.  
 23: *A*] *A* ἀριθμόν b.  
 οὕτως — 24: ἀριθμόν] mg. m. rec. b.
- p. 354, 3: πεπολήκε b; item lin. 4.  
 7: ὁ] m. rec. b.  
 8: μονάδος] μονάδος ὁ *Z* b.<sup>1)</sup>  
 12: μονάδος] τῆς μονάδος b.  
 ἐξῆς — 13: ἀριθμοί] ἀριθμοὶ ἐξῆς b.  
 17: μονάδος] τῆς μονάδος b.
- p. 356, 10: τέταρτος] *Δ* b.  
 15: *B*] *B* μετρεῖ b.  
 21: εἰσι b.
- p. 358, 8: μονάδος] τῆς μονάδος b.  
 ὁσοιδηποτοῦν] ὅποσοιδηποτοῦν b.  
 22: ὁμοίως — 23: ἐστι] om. b. .  
 25: δῆ] om. b.  
 ἔστω ὁ *A*] corr. ex ἔστωσαν m. rec. b.  
 οὐδ'] οὐδέ b.
- p. 360, 5: τόν] bis om. b.  
 16: τετάρτον] *Δ* b.  
 19: μονάδος] τῆς μονάδος b.  
 20: ἐλάσσων b.  
 23: μονάδος] τῆς μονάδος b.  
 25: ἐλάχιστος] ἐλάσσων b.
- p. 362, 8: πόρισμα — 11: αὐτοῦ] om. b.  
 17: ὁποσοιδηποτοῦν] ὅποσοιδηποτοῦν b.  
 22: μὴ γάρ] μὴ γὰρ μετρεῖτω ὁ *E* τὸν *A* b.
- p. 364, 1: *E*] corr. ex *A* m. 1 b.  
 3: μετρεῖτω] μετρεῖτω δέ b.  
 4: πεπολήκε b.

1) In adnotatione p. 354, 8 addatur: „μονάδος] μονάδος ὁ *Z* Theon (BV φ)“.

- p. 364, 29: ἔχοντας] ἔχοντας αὐτοῖς b.
- p. 366, 2: ἡγούμενον] τὸν ἡγούμενον b.  
 5: ὑπό] ἀριθμοὶ ὑπό b.  
 7: οὐ] om. b.  
 14: ἐξῆς] om. b.
- p. 368, 5: πᾶς] ἅπας b.  
 6: ὁ E — 7: μετρεῖται] om. b.  
 22: ὁ Z οὐκ ἔστι] οὐκ ἔστιν ὁ Z b.  
 23: εἰ γάρ] εἰ γάρ ἐστι πρῶτος b.
- p. 370, 2: ἅπας — 3: μετρεῖται] om. b.  
 3: ὁ Z ἄρα ὑπὸ πρῶτου] ὑπὸ πρῶτου ἄρα b.  
 21: ἀνάλογον] ἄλογον b.
- p. 372, 1: ὑπό] ἐκ τῶν b.  
 6: Δ] e corr. m. rec. b.  
 7: ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. b.  
 20: πεποίηκε b.  
 22: πολυπλασιάσαντες b.  
 23: τόν] corr. ex αἰτόν b.  
 25: μετρήσουσι b.
- p. 374, 2: μετροῦσιν] μετρήσουσιν b.  
 14: ὅποιοιοῦν] ὅποιοῦν b.<sup>1)</sup>  
 20: πεποίηκε b; item lin. 21, 22.  
 22: εἰσι b. 24: ὥς b.
- p. 376, 2: ἐστι b.  
 3: ἐὰν δέ — 5: ὥστε] καί b.  
 5: ZΔ] ΔZ b, sed Z e corr. m. 1.  
 6: ΔE] ΔE ἄρα b.  
 ὥστε — 7: ἐστιν] om. b.  
 8: γάρ] δέ b. ἐκ] ἀπό b.  
 10: ἐστιν] ἐστιν. ὥστε ὁ ἐκ τῶν ZΔ, ΔE καὶ  
 πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ EZ πρῶτός ἐστιν b.  
 13: ἐστιν] ἐστι b.  
 17: εἰσι b.  
 19: καί] ὥστε καί b. ἐκ] ὑπό b.  
 21: ἐκ] sic b.<sup>2)</sup>

1) In adn. p. 374, 13 scribatur „ἔχοντων λόγον V“.

2) Ergo in adn. p. 376, 21 nomen Theonis deleatur.

- p. 376, 22: οἱ] mutat. in ὁ b.  
 23: ὑπό] ἐκ b. ὑπὸ τῶν] ὑπό b.  
 πρῶτοί εἰσι] πρῶτός ἐστιν b.  
 24: οἱ] ι eras. b.
- p. 378, 1: πρῶτοί εἰσιν] πρῶτός ἐστιν b.  
 2: ἔτι] om. b; καὶ ἔτι supra scr. m. rec.  
 οἱ] ι eras. b.  
 3: πρῶτοί εἰσιν] πρῶτός ἐστιν b.

Praeter errores supra suis locis in adnotationibus correctos, qui in collationibus codicum enotandis irrepserunt, unum deprehendi; nam p. 392 in adnotatione addendum est: „10. τῶν] ἄρα τῶν BFVq.“

---

Quoniam collatio codicis Bodleiani in libro decimo, quam alius conficiendam suscepit, nondum finita est, quartum Elementorum uolumen libros stereometricos continens ante tertium prodibit et id ipsum fortasse paullo tardius, quia hoc quoque anno, Ministerio cultui scholisque praesidenti rursus liberalissime adiuuante, interuenit iter Italicum trium mensium, in quo codices scholiorum et operum minorum maxime Uaticanos perscrutatus sum. quem laborem ut tam breui tempore ad finem perducere possem, effecerunt summi uiri Mons. Ciccolini et P. Bollig S. J., bibliothecarii Uaticani, quorum humanitatem beneuolentiamque grato ac libenti animo agnosco.

Scr. Hauniae mense Decembri MDCCCLXXXIII.

# ΣΤΟΙΧΕΙΑ.

---

ε'.

### Ὅροι.

α'. Μέρος ἐστὶ μέγεθος μεγέθους τὸ ἐλασσον τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸ μείζον.

β'. Πολλαπλάσιον δὲ τὸ μείζον τοῦ ἐλάττονος, 5 ὅταν καταμετρῇται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.

γ'. Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἢ κατὰ πηλικότητά ποια σχέσις.

δ'. Λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μεγέθη λέγεται, ἂ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν.

10 ε'. Ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ μεγέθη λέγεται εἶναι πρῶτον πρὸς δεύτερον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ὅταν τὰ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκεις πολλαπλάσια τῶν τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου ἰσάκεις πολλαπλασίων καθ' ὅποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν ἑκάτερον ἑκατέρου 15 ἢ ἅμα ὑπερέχῃ ἢ ἅμα ἴσα ἢ ἢ ἅμα ἐλλείπῃ ληφθέντα κατάλληλα.

ε'. Τὰ δὲ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον μεγέθη ἀνάλογον καλεῖσθω.

---

-Def. 1. Hero def. 120, 1. Barlaam logist. I def. 1. 2. Hero def. 121. Barlaam I def. 2. 3. Hero def. 127. Psellus p. 8. 4. Hero def. 123, 1. 5. Hero def. 124. 6. Hero def. 124.

---

1. ὅροι] om. PBFp. numeros om. codd. omnes. 2. ἐλαττον Hero. 4. ἐλάσσονος V, ut lin. 5. 7. ποια] P, Hero; πρὸς ἀλληλά ποια Theon (BFV p), Campanus. Post σχέσις add. ἀναλογία δὲ ἢ τῶν λόγων ταυτότης Bp, Campanus; mg. m. 2 P V; mg. bis m. 1 et m. 2 F; om. Hero. 8. ἔχειν]



## Liber V.

### Definitiones.

1. Pars est minor magnitudo maioris, si maiorem metitur.

2. Multiplex autem maior est minoris, si minor eam metitur.

3. Ratio est duarum eiusdem generis magnitudinum secundum quantitatem quaelibet habitudo.

4. Rationem inter se habere magnitudines dicuntur, quae multiplicatae altera alteram superare possunt.

5. In eadem ratione magnitudines esse dicuntur prima ad secundam et tertia ad quartam, si primae et tertiae aequae multiplices secundae et quartae aequae multiplices aut simul superant aut simul aequales sunt aut simul minores sunt suo ordine<sup>1)</sup> sumptae.

6. Magnitudines autem eandem rationem habentes proportionales uocentur.

---

1) Hoc est: ita ut coniungantur prima secundae, tertia quartae et respondeat loco et ordine prima tertiae, secunda quartae. itaque si  $Ma \gtrless Nb$  et simul  $Mc \gtrless Nd$ , erit  $a : b = c : d$ . cfr. Hankel: Zur Gesch. der Mathemat. p. 390.

---

$\nu$  supra m. 1 P. 9. ὑπερέχειν] -ειν in ras. V. 14. πολλαπλασιασμών P, corr. m. 1. 15. ὑπερέχει B. ἦ] supra m. 1 F. ἐλλείπει B. ληφθέντα] -η- e corr. m. 2 V. Deff. 6—7 permutauit P; ut nos BFVp, Campanus; ex Herone nihil concludi potest, cum etiam def. 8—9 ante def. 7 habeat. 17. ἔχοντα λόγον μεγέθη] λόγον ἔχοντα μεγέθη F; ἔχοντα μεγέθη λόγον V. ἀνάλογον] λόγον ἀνάλογον post ras. 7 litt. in mg. transit m. 2 F.

ξ'. Όταν δὲ τῶν ἰσάκεις πολλαπλασίων τὸ μὲν τοῦ  
 πρώτου πολλαπλάσιον ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ δευτέρου  
 πολλαπλασίου, τὸ δὲ τοῦ τρίτου πολλαπλάσιον μὴ  
 ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ τετάρτου πολλαπλασίου, τότε τὸ  
 5 πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον μείζονα λόγον ἔχειν  
 λέγεται, ἥπερ τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον.

η'. Ἀναλογία δὲ ἐν τρισὶν ὄροις ἐλαχίστη ἐστίν.

θ'. Όταν δὲ τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, τὸ πρῶτον  
 πρὸς τὸ τρίτον διπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται  
 10 ἥπερ πρὸς τὸ δεύτερον.

ι'. Όταν δὲ τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, τὸ πρῶ-  
 τον πρὸς τὸ τέταρτον τριπλασίονα λόγον ἔχειν  
 λέγεται ἥπερ πρὸς τὸ δεύτερον, καὶ αἰεὶ ἐξῆς ὁμοίως,  
 ὡς ἂν ἡ ἀναλογία ὑπάρχῃ.

15 ια'. Ομόλογα μεγέθη λέγεται τὰ μὲν ἡγούμενα  
 τοῖς ἡγουμένοις τὰ δὲ ἐπόμενα τοῖς ἐπομένοις.

ιβ'. Ἐναλλὰξ λόγος ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου  
 πρὸς τὸ ἡγούμενον καὶ τοῦ ἐπομένου πρὸς τὸ ἐπόμενον.

ιγ'. Ἀνάπαλιν λόγος ἐστὶ λῆψις τοῦ ἐπομένου  
 20 ὡς ἡγουμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον ὡς ἐπόμενον.

ιδ'. Σύνθεσις λόγου ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου  
 μετὰ τοῦ ἐπομένου ὡς ἑνὸς πρὸς αὐτὸ τὸ ἐπόμενον.

7. Hero def. 125, 5. 8. Hero def. 124. 9. Hero  
 def. 125, 1. 11. Hero def. 126. 12. Hero def. 127, 6.  
 13. Hero def. 127, 2. 14. Hero def. 127, 3.

2. ὑπερέχει P, sed corr. m. 1. 4. τὸ] supra m. 1 V.  
 Post def. 7 seq. ἀναλογία δὲ ἐστὶν ἡ τῶν λόγων ὁμοιότης Fp  
 et V (del. punctis, sed puncta erasa); om. PB, Hero, Cam-  
 panus. 7. τρισὶν] -ισ- in ras. m. 2 V. ἐλαχίστοις V.  
 Def. 10 om. Heron. 12. τό] om. P. τριπλασίονα] τρι- in  
 ras. p. 13. αἰεὶ] αἰεὶ FV. καὶ αἰεὶ — 14: ὑπάρχῃ] om. Cam-  
 panus. 13. ὁμοίως] P; ἐνὶ πλείους Theon (BFVp). 14. ὡς]

7. Sin ex aequè multiplicibus<sup>1)</sup> primae multiplex multiplicem secundae superat, tertiae autem multiplex multiplicem quartae non superat, tum prima ad secundam maiorem rationem habere dicitur quam tertia ad quartam.

8. Proportio autem in tribus terminis consistens minima est.

9. Si tres magnitudines proportionales<sup>2)</sup> sunt, prima ad tertiam duplicatam rationem quam ad secundam habere dicitur.

10. Sin quattuor magnitudines proportionales<sup>3)</sup> sunt, prima ad quartam triplicatam rationem quam ad secundam habere dicitur, et eodem modo semper deinceps, qualiscunque data est proportio.

11. Respondentes magnitudines dicuntur praecedentes praecedentibus, sequentes sequentibus.

12. Permutata ratio est, ubi sumitur praecedens ad praecedentem et sequens ad sequentem.

13. Inuersa ratio est, ubi sumitur sequens praecedentis loco ad praecedentem sequentis loco.

14. Compositio rationis est, ubi sumitur praecedens cum sequenti pro una ad solam sequentem.

1) Non omnes aequè multiplices esse debent, sed primae et tertiae aequè multiplices, secundae et quartae, ut in def. 5.

2) Sc. deinceps (κατὰ τὸ συνεχές), h. e. si  $a : b = b : c$ , erit  $a : c = a^2 : b^2$ .

3) Sc. deinceps (κατὰ τὸ συνεχές); cfr. XI, 33. h. e. si  $a : b = b : c = c : d$ , erit  $a : d = a^3 : b^3$ .

ἕως FV, p m. ree. 15. ἡγούμενα] ἡ- e corr. m. 2 V. 16. τὰ δὲ ἐπόμενα τοῖς] m. 2 in ras. V. 19. ἐστίν F. 21. ἐστίν B. τοῦ] insert. m. 2 F.

ιε'. Διαίρεσις λόγου ἐστὶ λῆψις τῆς ὑπεροχῆς, ἢ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἐπομένου, πρὸς αὐτὸ τὸ ἐπόμενον.

ιβ'. Ἀναστροφὴ λόγου ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγούμενου  
5 πρὸς τὴν ὑπεροχήν, ἢ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἐπομένου.

ιγ'. Δι' ἴσου λόγος ἐστὶ πλειόνων ὄντων μεγεθῶν καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανομένων καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὅταν ἢ ὡς ἐν τοῖς  
10 πρῶτοις μεγέθεσι τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσι τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον· ἢ ἄλλως· Λῆψις τῶν ἄκρων καθ' ὑπεξαίρεσιν τῶν μέσων.

ιδ'. Τεταραγμένη δὲ ἀναλογία ἐστίν, ὅταν  
15 τριῶν ὄντων μεγεθῶν καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος γίνηται ὡς μὲν ἐν τοῖς πρῶτοις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἐπόμενον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἐπόμενον, ὡς δὲ ἐν τοῖς πρῶτοις μεγέθεσιν ἐπόμενον πρὸς ἄλλο τι, οὕτως ἐν  
20 τοῖς δευτέροις ἄλλο τι πρὸς ἡγούμενον.

α'.

Ἐὰν ἢ ὁποσαοῦν μεγέθη ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος ἕκαστον ἐκάστου ἰσάκεις πολλαπλάσιον, ὅσαπλάσιόν ἐστίν ἐν τῶν με-  
25 γεθῶν ἐνός, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων.

15. Hero def. 127, 4. 16. Hero def. 127, 5. 17. Hero def. 127, 7. 18. Hero def. 127, 7?

1. δὲ λόγου FVp. ἐστίν B. 4. ἐστίν BF. 7. ἐστίν PF. 10. μεγέθεσιν PB. 11. μεγέθεσιν PB. Post def. 17

15. Subtractio rationis est, ubi sumitur<sup>1</sup> excessus, quo praecedens sequentem excedit, ad solam sequentem.

16. Conuersio rationis est, ubi sumitur praecedens ad excessum, quo praecedens sequentem excedit.

17. Datis compluribus magnitudinibus et aliis iis numero aequalibus, ita ut bini coniuncti in eadem ratione sint, ex aequo ratio est, ubi erit, ut in prioribus magnitudinibus prima ad extremam, ita in alteris magnitudinibus prima ad extremam. uel aliter: ubi termini exteriores sumuntur omissis mediis.<sup>1)</sup>

18. Perturbata autem ratio est, ubi datis tribus magnitudinibus et aliis numero iis aequalibus est ut in prioribus magnitudinibus praecedens terminus ad sequentem, ita in alteris magnitudinibus praecedens ad sequentem, et ut in prioribus magnitudinibus sequens ad aliud, ita in alteris aliud ad praecedentem.<sup>2)</sup>

### I.

Si datae sunt quotlibet magnitudines quotlibet magnitudinum numero aequalium singulae singularum aequae multiplices, quoties multiplex est una magnitudo unius, toties etiam omnes omnium erunt multiplices.

1) Si  $a : b : c = \alpha : \beta : \gamma$ , ratio ex aequo erit  $a : c = \alpha : \gamma$ .  
cfr. prop. 22.

2) H. e. si datis  $a, b, c, \alpha, \beta, \gamma$  est  $a : b = \beta : \gamma$  et  $b : c = \alpha : \beta$ .  
cfr. prop. 23.

seq. τεταγμένη (δέ add. F et V m. 2) ἀναλογία ἐστίν, ὅταν ἢ ὡς ἡγούμενον πρὸς (τό add. V) ἐπόμενον οὕτως ἡγούμενον (ἡγούμενος φ) πρὸς (τό add. V) ἐπόμενον, ἢ δὲ καὶ ὡς ἐπόμενον πρὸς ἄλλο τι οὕτως ἐπόμενον πρὸς ἄλλο τι FVp, B m. 2, P m. rec.; om. PB m. 1, et cum sequenti Campanus; de Herone dubium est (def. 127, 7). nusquam usurpatur. 15. ἴσων αὐτοῖς V. ἴσων] ἴσου φ (non F). 16. γένηται FV. 25. τοσανταπλάσιοι φ (non F).

Ἐστω ὅποσαοῦν μεγέθη τὰ  $AB, \Gamma\Delta$  ὁποσωνοῦν  
 μεγεθῶν τῶν  $E, Z$  ἴσων τὸ πλῆθος ἕκαστον ἑκάστου  
 ἰσάκεις πολλαπλάσιον· λέγω, ὅτι ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ  
 $AB$  τοῦ  $E$ , τοσανταπλάσια ἔσται καὶ τὰ  $AB, \Gamma\Delta$   
 5 τῶν  $E, Z$ .

Ἐπεὶ γὰρ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ  $AB$  τοῦ  
 $E$  καὶ τὸ  $\Gamma\Delta$  τοῦ  $Z$ , ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ  $AB$  με-  
 γέθη ἴσα τῷ  $E$ , τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ  $\Gamma\Delta$  ἴσα τῷ  $Z$ .  
 διηρῆσθω τὸ μὲν  $AB$  εἰς τὰ τῷ  $E$  μεγέθη ἴσα τὰ  
 10  $AH, HB$ , τὸ δὲ  $\Gamma\Delta$  εἰς τὰ τῷ  $Z$  ἴσα τὰ  $\Gamma\Theta, \Theta\Delta$ .  
 ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν  $AH, HB$  τῷ πλῆθει  
 τῶν  $\Gamma\Theta, \Theta\Delta$ . καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν  $AH$  τῷ  
 $E$ , τὸ δὲ  $\Gamma\Theta$  τῷ  $Z$ , ἴσον ἄρα τὸ  $AH$  τῷ  $E$ , καὶ τὰ  
 $AH, \Gamma\Theta$  τοῖς  $E, Z$ . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἴσον ἐστὶ τὸ  
 15  $HB$  τῷ  $E$ , καὶ τὰ  $HB, \Theta\Delta$  τοῖς  $E, Z$ . ὅσα ἄρα ἐστὶν  
 ἐν τῷ  $AB$  ἴσα τῷ  $E$ , τοσαῦτα καὶ ἐν τοῖς  $AB, \Gamma\Delta$   
 ἴσα τοῖς  $E, Z$ . ὁσαπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ  $AB$  τοῦ  $E$ ,  
 τοσανταπλάσια ἔσται καὶ τὰ  $AB, \Gamma\Delta$  τῶν  $E, Z$ .

Ἐὰν ἄρα ἢ ὁποσαοῦν μεγέθη ὁποσωνοῦν μεγε-  
 20 θῶν ἴσων τὸ πλῆθος ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκεις πολλα-  
 πλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστὶν ἐν τῶν μεγεθῶν ἐνός, το-  
 σανταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων· ὅπερ  
 ἔδει δεῖξαι.

β'.

25 Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκεις ἢ πολλαπλά-

6. πολλαπλάσιον P. τοῦ] in ras. V. 7. ἐστίν] μεγέθη  
 ἐστίν V. μεγέθη] om. V. 9. τῷ] corr. ex τῶν m. 1 B.  
 ἴσα] corr. ex οὐσα m. 1 V. 10. εἰς] εἰ p. τῷ] corr.  
 ex τῶν m. 1 B. 11. ἴσον] m. 2 V.  $AH, HB$ ] Pφ;  $\Gamma\Theta$ ,  
 $\Theta\Delta$  BVp. 12.  $\Gamma\Theta, \Theta\Delta$ ] Pφ;  $AH, HB$  BVp. ἴσον] m.  
 2 V. 14. τό] in ras. p. Emendatio ed. Basil. lin. 13: ἴσα  
 ἄρα καὶ τὰ  $AH, \Gamma\Theta$  τοῖς  $E, Z$  et lin. 15: καὶ τὸ  $\Theta\Delta$  τῷ  $Z$ ,

Sint quotlibet magnitudines  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  quotlibet  
magnitudinum  $E$ ,  $Z$  nu-

$A \xrightarrow{H} B$   $\Gamma \xrightarrow{\Theta} \Delta$  mero aequalium singu-  
 $E$   $Z$  lae singularum aequae  
multiplices. dico, quoties

multiplex sit  $AB$  magnitudinis  $E$ , toties multiplicem  
esse  $AB + \Gamma\Delta$  magnitudinis  $E + Z$ .

nam quoniam  $AB$  magnitudinis  $E$  et  $\Gamma\Delta$  magni-  
tudinis  $Z$  aequae multiplices sunt, quot sunt in  $AB$   
magnitudines magnitudini  $E$  aequales, totidem etiam  
in  $\Gamma\Delta$  sunt magnitudini  $Z$  aequales. diuidatur  $AB$   
in magnitudines magnitudini  $E$  aequales  $AH$ ,  $HB$  et  $\Gamma\Delta$   
in magnitudines magnitudini  $Z$  aequales  $\Gamma\Theta$ ,  $\Theta\Delta$ .  
itaque numerus magnitudinum  $AH$ ,  $HB$  numero  
magnitudinum  $\Gamma\Theta$ ,  $\Theta\Delta$  aequalis erit. et quoniam  
 $AH = E$  et  $\Gamma\Theta = Z$ , erit  $AH = E$  et  $AH + \Gamma\Theta$   
 $= E + Z$ . eadem de causa  $HB = E$  et  $HB + \Theta\Delta$   
 $= E + Z$ . itaque quot sunt in  $AB$  magnitudines ma-  
gnitudini  $E$  aequales, totidem etiam sunt in  $AB + \Gamma\Delta$   
magnitudini  $E + Z$  aequales. itaque quoties multi-  
plex est  $AB$  magnitudinis  $E$ , toties multiplex erit  
etiam  $AB + \Gamma\Delta$  magnitudinis  $E + Z$ .

Ergo si datae sunt quotlibet magnitudines quotlibet  
magnitudinum numero aequalium singulae singularum  
aequae multiplices, quoties multiplex est una magnitudo  
unius, toties etiam omnes omnium erunt multiplices;  
quod erat demonstrandum.

## II.

Si prima secundae et tertiae quartae aequae multi-

---

ἴσα ἄρα καὶ τὰ  $HB$ ,  $\Theta\Delta$  necessaria non est. 21. ἐστὶ V. 25.  
δευτέρον φ (non F').

σιον καὶ τρίτον τετάρτου, ἥ δὲ καὶ πέμπτον  
 δευτέρου ἰσάκεις πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τε-  
 τάρτου, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον  
 δευτέρου ἰσάκεις ἔσται πολλαπλάσιον καὶ τρί-  
 5 τον καὶ ἕκτον τετάρτου.

Πρῶτον γὰρ τὸ  $AB$  δευτέρου τοῦ  $\Gamma$  ἰσάκεις ἔστω  
 πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τὸ  $\Delta E$  τετάρτου τοῦ  $Z$ ,  
 ἔστω δὲ καὶ πέμπτον τὸ  $BH$  δευτέρου τοῦ  $\Gamma$  ἰσάκεις  
 πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τὸ  $E\Theta$  τετάρτου τοῦ  $Z$ . λέγω,  
 10 ὅτι καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον τὸ  $AH$  δευτέ-  
 ρου τοῦ  $\Gamma$  ἰσάκεις ἔσται πολλαπλάσιον καὶ τρίτον καὶ  
 ἕκτον τὸ  $\Delta\Theta$  τετάρτου τοῦ  $Z$ .

Ἐπεὶ γὰρ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ  $AB$  τοῦ  
 $\Gamma$  καὶ τὸ  $\Delta E$  τοῦ  $Z$ , ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ  $AB$  ἴσα  
 15 τῷ  $\Gamma$ , τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ  $\Delta E$  ἴσα τῷ  $Z$ . διὰ τὰ  
 αὐτὰ δὴ καὶ ὅσα ἐστὶν ἐν τῷ  $BH$  ἴσα τῷ  $\Gamma$ , τοσαῦτα  
 καὶ ἐν τῷ  $E\Theta$  ἴσα τῷ  $Z$ . ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν ὅλῳ τῷ  
 $AH$  ἴσα τῷ  $\Gamma$ , τοσαῦτα καὶ ἐν ὅλῳ τῷ  $\Delta\Theta$  ἴσα τῷ  $Z$ .  
 ὁσαπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ  $AH$  τοῦ  $\Gamma$ , τοσαυταπλάσιον  
 20 ἔσται καὶ τὸ  $\Delta\Theta$  τοῦ  $Z$ . καὶ συντεθὲν ἄρα πρῶτον  
 καὶ πέμπτον τὸ  $AH$  δευτέρου τοῦ  $\Gamma$  ἰσάκεις ἔσται  
 πολλαπλάσιον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ  $\Delta\Theta$  τετάρτου τοῦ  $Z$ .

Ἐὰν ἄρα πρῶτον δευτέρου ἰσάκεις ἢ πολλαπλάσιον  
 καὶ τρίτον τετάρτου, ἢ δὲ καὶ πέμπτον δευτέρου  
 25 ἰσάκεις πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τετάρτου, καὶ συντεθὲν  
 πρῶτον καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκεις ἔσται πολλαπλά-  
 σιον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τετάρτου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

6. δευτέρου] corr. ex δεύτερον V. 13. ἐστίν P. 16.  $\Gamma$ ] corr. ex A m. 2 F. 17.  $E\Theta$ ] EBφ. 18.  $\Delta\Theta$ ] corr. ex AH m. 1 P. Z] corr. ex  $\Gamma$  m. 1 P. 19. ἐστίν P. 20. τὸ πρῶτον P. 21. ἔσται] ἔστω B, ἐστι p.



plices sunt, et quinta secundae sextaque quartae aequae multiplices, etiam prima quintaque compositae secundae et tertia sextaque compositae quartae aequae multiplices erunt.

nam prima  $AB$  secundae  $\Gamma$  et tertia  $\Delta E$  quartae  $Z$  aequae multiplices sint, et quinta  $BH$  secundae  $\Gamma$  sextaque  $E\Theta$  quartae  $Z$  aequae multiplices sint. dico, etiam primam quintamque compositas  $AH$  secundae  $\Gamma$  et tertiam sextamque compositas  $\Delta\Theta$  quartae  $Z$  aequae multiplices esse.

nam quoniam  $AB$  magnitudinis  $\Gamma$  et  $\Delta E$  magnitudinis  $Z$  aequae multiplices sunt, quot sunt in  $AB$  magnitudini  $\Gamma$  aequales, tot etiam in  $\Delta E$  sunt magnitudini  $Z$  aequales. eadem de causa etiam, quot sunt in tota  $BH$  magnitudini  $\Gamma$  aequales, tot etiam in  $E\Theta$  sunt magnitudini  $Z$  aequales. quare quot sunt in tota  $AH$  magnitudini  $\Gamma$  aequales, totidem etiam in tota  $\Delta\Theta$  sunt magnitudini  $Z$  aequales. itaque quoties multiplex est  $AH$  magnitudinis  $\Gamma$ , toties multiplex erit etiam  $\Delta\Theta$  magnitudinis  $Z$ . itaque etiam prima et quinta compositae  $AH$  secundae  $\Gamma$  aequae multiplices erunt ac tertia sextaque  $\Delta\Theta$  quartae  $Z$ .

Ergo si prima secundae et tertia quartae aequae multiplices sunt, et quinta secundae sextaque quartae aequae multiplices, etiam prima quintaque compositae secundae et tertia sextaque compositae quartae aequae multiplices erunt; quod erat demonstrandum.

γ'.

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκεις ἢ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τετάρτου, ληφθῇ δὲ ἰσάκεις πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου, καὶ  
 5 δι' ἴσου τῶν ληφθέντων ἑκάτερον ἑκατέρου ἰσάκεις ἔσται πολλαπλάσιον τὸ μὲν τοῦ δευτέρου τὸ δὲ τοῦ τετάρτου.

Πρῶτον γὰρ τὸ *A* δευτέρου τοῦ *B* ἰσάκεις ἔστω πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τὸ *Γ* τετάρτου τοῦ *Δ*, καὶ  
 10 εἰλήφθω τῶν *A*, *Γ* ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ *EZ*, *HΘ*. λέγω, ὅτι ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ *EZ* τοῦ *B* καὶ τὸ *HΘ* τοῦ *Δ*.

Ἐπεὶ γὰρ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ *EZ* τοῦ *A* καὶ τὸ *HΘ* τοῦ *Γ*, ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ *EZ* ἴσα  
 15 τῷ *A*, τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ *HΘ* ἴσα τῷ *Γ*. διηγήσθω τὸ μὲν *EZ* εἰς τὰ τῷ *A* μεγέθη ἴσα τὰ *EK*, *KZ*, τὸ δὲ *HΘ* εἰς τὰ τῷ *Γ* ἴσα τὰ *ΗΛ*, *ΛΘ*. ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν *EK*, *KZ* τῷ πλῆθει τῶν *ΗΛ*, *ΛΘ*. καὶ ἐπεὶ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ *A* τοῦ *B* καὶ  
 20 τὸ *Γ* τοῦ *Δ*, ἴσον δὲ τὸ μὲν *EK* τῷ *A*, τὸ δὲ *ΗΛ* τῷ *Γ*, ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ *EK* τοῦ *B* καὶ τὸ *ΗΛ* τοῦ *Δ*. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ *KZ* τοῦ *B* καὶ τὸ *ΛΘ* τοῦ *Δ*. ἐπεὶ οὖν πρῶτον τὸ *EK* δευτέρου τοῦ *B* ἰσάκεις ἐστὶ πολλα-  
 25 πλάσιον καὶ τρίτον τὸ *ΗΛ* τετάρτου τοῦ *Δ*, ἔστι δὲ καὶ πέμπτον τὸ *KZ* δευτέρου τοῦ *B* ἰσάκεις πολλαπλάσιον καὶ ἕκτον τὸ *ΛΘ* τετάρτου τοῦ *Δ*, καὶ συν-

4. τε] om. B V p. 10. εἰλήφθωσαν p. 11. ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον] ὁσαπλάσιον P. B] in ras F. 14. ἐστίν] supra F. ἴσα] m. 2 P. 15. καὶ] δὴ καὶ V. 16. τό] m. 2 V. εἰς τὰ] in ras. m. 2 V. 20. δέ] (prius) supra m. 2 comp. V. 22. ἐστίν P. 23. τοῦ Δ] postea add. F. 25. ἐστίν P.

### III.

Si prima secundae et tertia quartae aequae multiplices sunt, et primae tertiaeque aequae multiplices sumuntur, etiam ex aequo<sup>1)</sup> magnitudinum sumptarum altera secundae altera quartae aequae multiplices erunt singulae singularum.



**B**\_\_\_\_\_

***K***

**E**\_\_\_\_\_

**Г**\_\_\_\_\_

**A** | — |

**A**

$$H \text{---} | \text{---} | \text{---} | \oplus$$

Nam prima  $A$  secundae  $B$   
et tertia  $\Gamma$  quartae  $\Delta$  aequae  
sint multiplices, et sumantur  
magnitudinum  $A, \Gamma$  aequae  
multiplices  $EZ, H\Theta$ . dico,  
 $EZ$  magnitudinis  $B$  et  $H\Theta$   
magnitudinis  $\Delta$  aequae multi-  
plices esse.

nam quoniam  $EZ$  magnitudinis  $A$  et  $H\Theta$  magnitudinis  $\Gamma$  aequae multiplices sunt, quot sunt in  $EZ$  magnitudines magnitudini  $A$  aequales, totidem etiam in  $H\Theta$  sunt magnitudini  $\Gamma$  aequales. diuidatur  $EZ$  in magnitudines magnitudini  $A$  aequales  $EK, KZ$ , et  $H\Theta$  in magnitudines magnitudini  $\Gamma$  aequales  $H\Lambda, \Lambda\Theta$ . erit igitur numerus magnitudinum  $EK, KZ$  numero magnitudinum  $H\Lambda, \Lambda\Theta$  aequalis. et quoniam  $A$  magnitudinis  $B$  et  $\Gamma$  magnitudinis  $\Delta$  aequae multiplices sunt, et  $EK = A, H\Lambda = \Gamma$ , erunt  $EK$  magnitudinis  $B$  et  $H\Lambda$  magnitudinis  $\Delta$  aequae multiplices. eadem de causa  $KZ$  magnitudinis  $B$  et  $\Lambda\Theta$  magnitudinis  $\Delta$  aequae multiplices sunt. iam quoniam prima  $EK$  secundae  $B$  et tertia  $H\Lambda$  quartae  $\Delta$  aequae

1) Hic non proprie ad definitionem rationis δι' ἑσεν (17) respicitur.

τεθὲν ἄρα πρῶτον καὶ πέμπτον τὸ  $EZ$  δευτέρου τοῦ  $B$  ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ  $H\Theta$  τετάρτου τοῦ  $\Delta$ .

Ἐὰν ἄρα πρῶτον δευτέρου ἰσάκεις ἢ πολλαπλάσιον  
5 καὶ τρίτον τετάρτου, ληφθῇ δὲ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου  
ἰσάκεις πολλαπλάσια, καὶ δι' ἴσου τῶν ληφθέντων  
ἐκάτερον ἐκάτερον ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ μὲν  
τοῦ δευτέρου τὸ δὲ τοῦ τετάρτου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ'.

10 Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχη  
λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, καὶ τὰ ἰσάκεις  
πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου πρὸς  
τὰ ἰσάκεις πολλαπλάσια τοῦ δευτέρου καὶ τε-  
τάρτου καθ' ὁποιοῦν πολλαπλασιασμὸν τὸν  
15 αὐτὸν ἔξει λόγον ληφθέντα κατάλληλα.

Πρῶτον γὰρ τὸ  $A$  πρὸς δεύτερον τὸ  $B$  τὸν αὐ-  
τὸν ἔχέτω λόγον καὶ τρίτον τὸ  $\Gamma$  πρὸς τέταρτον τὸ  
 $\Delta$ , καὶ εἰλήφθω τῶν μὲν  $A, \Gamma$  ἰσάκεις πολλαπλάσια  
τὰ  $E, Z$ , τῶν δὲ  $B, \Delta$  ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλα-  
20 πλάσια τὰ  $H, \Theta$ . λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ  $E$  πρὸς τὸ  
 $H$ , οὕτως τὸ  $Z$  πρὸς τὸ  $\Theta$ .

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν  $E, Z$  ἰσάκεις πολλαπλάσια  
τὰ  $K, \Lambda$ , τῶν δὲ  $H, \Theta$  ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλα-  
πλάσια τὰ  $M, N$ .

25 [Καὶ] ἐπεὶ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ μὲν  $E$

5. δὲ ἰσάκεις πολλαπλάσια τοῦ πρώτου καὶ τρίτου V; cfr. p. 12, 3—4. 8. δεῖξαι] ποιῆσαι V. 18.  $\Gamma$ ] corr. ex B F. 19. τά] postea add. m. 2 F. ἃ] m. 2 F. 20. ἐστὶν] om. V. 21.  $H$  ἐστὶν V. 23. ἄλλα, ἃ ἔτυχεν] mg. m. 2 V. ἃ] supra F. 24.  $N$ ] in ras. m. 1 p. 25. καί] m. 2 P. • ἐστὶν P.

multiplices sunt, et quinta  $KZ$  secundae  $B$  sextaque  $A\Theta$  quartae  $\Delta$  aequae multiplices sunt, etiam prima quintaque compositae  $EZ$  secundae  $B$  et tertia sextaque compositae  $H\Theta$  quartae  $\Delta$  aequae multiplices erunt [prop. II].

Ergo si prima secundae et tertia quartae aequae multiplices sunt, et primae tertiaeque aequae multiplices sumuntur, etiam ex aequo magnitudinum sumptarum altera secundae altera quartae aequae multiplices erunt singulae singularum; quod erat demonstrandum.

## IV.

Si prima ad secundam eandem rationem habet ac tertia ad quartam, etiam primae tertiaeque aequae multiplices ad secundae quartaeque aequae multiplices qualibet multiplicatione productas eandem rationem habebunt suo ordine sumptae.

$A$  |——|

$B$  |——|

$E$  |——|——|

$H$  |——|——|——|

$K$  |——|——|——|——|

$M$  |——|——|——|——|——|

$\Gamma$  |——|

$\Delta$  |——|

$Z$  |——|——|

$\Theta$  |——|——|——|

$A$  |——|——|——|——|

$N$  |——|——|——|——|——|

$A$  et magnitudinum  $H, \Theta$  aliae quaevis aequae multiplices  $M, N$ . iam quoniam  $E$  magnitudinis  $A$ , et  $Z$

Sit enim  $A : B = \Gamma : \Delta$ , et sumantur magnitudinum  $A, \Gamma$  aequae multiplices  $E, Z$  et magnitudinum  $B, \Delta$  aliae quaevis aequae multiplices  $H, \Theta$ . dico, esse  $E : H = Z : \Theta$ .

sumantur enim magnitudinum  $E, Z$  aequae multiplices  $K,$

τοῦ *A*, τὸ δὲ *Z* τοῦ *Γ*, καὶ εἵληπται τῶν *E*, *Z* ἰσά-  
 κεις πολλαπλάσια τὰ *K*, *A*, ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ πολλαπλά-  
 σιον τὸ *K* τοῦ *A* καὶ τὸ *A* τοῦ *Γ*. διὰ τὰ αὐτὰ  
 δὴ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ *M* τοῦ *B* καὶ τὸ *N*  
 5 τοῦ *Δ*. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ *A* πρὸς τὸ *B*, οὕτως  
 τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Δ*, καὶ εἵληπται τῶν μὲν *A*, *Γ* ἰσάκεις  
 πολλαπλάσια τὰ *K*, *A*, τῶν δὲ *B*, *Δ* ἄλλα, ἃ ἔτυχεν,  
 ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ *M*, *N*, εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ *K*  
 τοῦ *M*, ὑπερέχει καὶ τὸ *A* τοῦ *N*, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον,  
 10 καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καὶ ἐστὶ τὰ μὲν *K*, *A* τῶν  
*E*, *Z* ἰσάκεις πολλαπλάσια, τὰ δὲ *M*, *N* τῶν *H*, *Θ* ἄλλα,  
 ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια· ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ *E*  
 πρὸς τὸ *H*, οὕτως τὸ *Z* πρὸς τὸ *Θ*.

Ἐὰν ἄρα πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχη  
 15 λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, καὶ τὰ ἰσάκεις πολλα-  
 πλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου πρὸς τὰ ἰσάκεις  
 πολλαπλάσια τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου τὸν αὐτὸν  
 ἔξει λόγον καθ' ὅποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν ληφθέντα  
 κατάλληλα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

20

ε'.

Ἐὰν μέγεθος μεγέθους ἰσάκεις ἢ πολλα-  
 πλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος, καὶ  
 τὸ λοιπὸν τοῦ λοιποῦ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλά-  
 σιον, ὅσαπλάσιόν ἐστὶ τὸ ὅλον τοῦ ὅλου.

1. τῶν] τό F; corr. m. rec. 2. πολλαπλάσιον] πολλα-  
 πλάσια V, corr. m. 1. 5. οὕτω F. 6. μὲν] om. Br.  
 7. ἃ] supra F. 10. Post ἔλαττον in P repetantur: καὶ  
 ἐπεὶ ὑπερέχει τὸ *K* τοῦ *M* καὶ τὸ *A* τοῦ *N* καὶ εἰ ἴσον ἴσον  
 καὶ εἰ ἔλαττον ἔλαττον. ἐστὶν P. *A*] e corr. m. 2 F. 12.  
 ἃ] supra m. 2 P. 16. τε πρώτου] τετάρτου φ (non F).  
 17. καθ' ὅποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον Br;  
 cfr. p. 14 lin. 14—15. 19. δεῖξαι] corr. ex ποιῆσαι V. Deinde add.  
 Theon: ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη, ὅτι, εἰ ὑπερέχει τὸ *K* τοῦ *M*, ὑπερέχει

magnitudinis  $\Gamma$  aequae multiplices sunt, et sumptae sunt magnitudinum  $E, Z$  aequae multiplices  $K, \Lambda$ , erit  $K$  magnitudinis  $\Lambda$  et  $\Lambda$  magnitudinis  $\Gamma$  aequae multiplex [prop. III]. eadem de causa  $M$  magnitudinis  $B$  et  $N$  magnitudinis  $\Delta$  aequae multiplex est. et quoniam est  $A : B = \Gamma : \Delta$ , et sumptae sunt magnitudinum  $A, \Gamma$  aequae multiplices  $K, \Lambda$  et magnitudinum  $B, \Delta$  aliae quaevis aequae multiplices  $M, N$ , si  $K$  magnitudinem  $M$  superat, etiam  $\Lambda$  magnitudinem  $N$  superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [def. 5]. et  $K, \Lambda$  magnitudinum  $E, Z$  aequae multiplices sunt,  $M, N$  autem magnitudinum  $H, \Theta$  aliae quaevis aequae multiplices. itaque  $E : H = Z : \Theta$  [def. 5].

Ergo si prima ad secundam eandem rationem habet ac tertia ad quartam, etiam primae tertiaeque aequae multiplices ad secundae quartaеque aequae multiplices qualibet multiplicatione productas eandem rationem habebunt suo ordine sumptae; quod erat demonstrandum.

## V.

Si magnitudo magnitudinis aequae multiplex est atque ablata ablatae, etiam reliqua reliquae aequae multiplex erit ac tota totius.

---

καὶ τὸ  $\Lambda$  τοῦ  $N$ , καὶ εἰ ἴσον ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον ἔλαττον, δῆλον ὅτι καὶ εἰ ὑπερέχει τὸ  $M$  τοῦ  $K$ , ὑπερέχει καὶ τὸ  $N$  τοῦ  $\Lambda$ , καὶ εἰ ἴσον ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον ἔλαττον, καὶ διὰ τοῦτο ἔσται καὶ ὡς τὸ  $H$  πρὸς τὸ  $E$ , οὕτως τὸ  $\Theta$  πρὸς τὸ  $Z$ . Πόρισμα. ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, καὶ ἀνάπαλιν ἀνάλογον ἔσται (FBV; primum ὅτι om. B; οὕτω pro οὕτως F; semper ἔλασσον V; in p non exstant nisi ultima inde a πόρισμα); idem in P. mg. m. rec. (om. priore ὅτι); om. P m. 1, Campanus; cfr. ad prop. VII. 24. τό] corr. ex τοῦ m. 1 F. τὸ ὅλον] supra p.

Μέγεθος γὰρ τὸ  $AB$  μεγέθους τοῦ  $ΓΔ$  ἰσάκεις  
 ἔστω πολλαπλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθὲν τὸ  $AE$  ἀφαιρε-  
 θέντος τοῦ  $ΓΖ$ · λέγω, ὅτι καὶ λοιπὸν τὸ  $EB$  λοιποῦ  
 τοῦ  $ZΔ$  ἰσάκεις ἔσται πολλαπλάσιον, ὅσαπλάσιόν ἐστιν  
 5 ὅλον τὸ  $AB$  ὅλου τοῦ  $ΓΔ$ .

Ὅσαπλάσιον γάρ ἐστι τὸ  $AE$  τοῦ  $ΓΖ$ , τοσαυ-  
 ταπλάσιον γεγονέτω καὶ τὸ  $EB$  τοῦ  $ΗΓ$ .

Καὶ ἐπεὶ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ  $AE$  τοῦ  
 $ΓΖ$  καὶ τὸ  $EB$  τοῦ  $ΗΓ$ , ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ πολλαπλά-  
 10 σιον τὸ  $AE$  τοῦ  $ΓΖ$  καὶ τὸ  $AB$  τοῦ  $ΗΖ$ . κεῖται δὲ  
 ἰσάκεις πολλαπλάσιον τὸ  $AE$  τοῦ  $ΓΖ$  καὶ τὸ  $AB$  τοῦ  
 $ΓΔ$ . ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ  $AB$  ἑκατέρου  
 τῶν  $ΗΖ$ ,  $ΓΔ$ · ἴσον ἄρα τὸ  $ΗΖ$  τῷ  $ΓΔ$ . κοινὸν ἀφη-  
 ρήσθω τὸ  $ΓΖ$ · λοιπὸν ἄρα τὸ  $ΗΓ$  λοιπῷ τῷ  $ZΔ$   
 15 ἴσον ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ  
 $AE$  τοῦ  $ΓΖ$  καὶ τὸ  $EB$  τοῦ  $ΗΓ$ , ἴσον δὲ τὸ  $ΗΓ$  τῷ  
 $ΔΖ$ , ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ  $AE$  τοῦ  $ΓΖ$   
 καὶ τὸ  $EB$  τοῦ  $ZΔ$ . ἰσάκεις δὲ ὑπόκειται πολλαπλά-  
 σιον τὸ  $AE$  τοῦ  $ΓΖ$  καὶ τὸ  $AB$  τοῦ  $ΓΔ$ · ἰσάκεις ἄρα  
 20 ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ  $EB$  τοῦ  $ZΔ$  καὶ τὸ  $AB$  τοῦ  
 $ΓΔ$ . καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ  $EB$  λοιποῦ τοῦ  $ZΔ$  ἰσάκεις  
 ἔσται πολλαπλάσιον, ὅσαπλάσιόν ἐστιν ὅλον τὸ  $AB$   
 ὅλου τοῦ  $ΓΔ$ .

Ἐὰν ἄρα μέγεθος μεγέθους ἰσάκεις ἢ πολλαπλάσιον,  
 25 ὅπερ ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος, καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ  
 λοιποῦ ἰσάκεις ἔσται πολλαπλάσιον, ὅσαπλάσιόν ἐστι  
 καὶ τὸ ὅλον τοῦ ὅλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

4.  $ZΔ$ ]  $ΔΖ$  Bp;  $ZΔ$ , seq. ras. 1 litt. et  $Z$  in ras. V;  $EZ$   
 in ras. F. ἐστίν] ἐστι τό F. 6. ἐστὶ] ἐστιν ὅλον, delete  
 ὅλον V. 8. καὶ ἐπεὶ — 9 :  $ΗΓ$ ] om. p; mg. m. 2 B. 9.  
 $EB$ ]  $B$  in ras. F.  $ΗΓ$ ] corr. m. 1 ex  $ΓΗ$  V;  $ΓΗ$  B;  $ΓΗ$  F.



Sit enim magnitudo  $AB$  magnitudinis  $\Gamma\Delta$  aequae  
 $A$   $\overline{\hspace{1.5cm}}^E$   $B$  multiplex atque ablata  $AE$   
 $H$   $\overline{\hspace{1.5cm}}^{\Gamma Z}$   $\Delta$  ablatae  $\Gamma Z$ . dico, etiam reli-  
 quam  $EB$  reliquae  $Z\Delta$  aequae  
 multiplicem esse ac totam  $AB$  totius  $\Gamma\Delta$ .

nam quoties multiplex est  $AE$  magnitudinis  $\Gamma Z$ ,  
 toties multiplex fiat  $EB$  magnitudinis  $\Gamma H$ . et quo-  
 niam  $AE$  magnitudinis  $\Gamma Z$  et  $EB$  magnitudinis  $H\Gamma$   
 aequae multiplex est, etiam  $AE$  magnitudinis  $\Gamma Z$  et  $AB$   
 magnitudinis  $HZ$  aequae multiplex erit [prop. I]. et  
 posuimus  $AE$  magnitudinis  $\Gamma Z$  et  $AB$  magnitudinis  
 $\Gamma\Delta$  aequae multiplices. itaque  $AB$  utriusque  $HZ$ ,  $\Gamma\Delta$   
 aequae multiplex est. quare  $HZ = \Gamma\Delta$ . subtrahatur,  
 quae communis est,  $\Gamma Z$ . itaque  $H\Gamma = Z\Delta$ . et quo-  
 niam  $AE$  magnitudinis  $\Gamma Z$  et  $EB$  magnitudinis  $H\Gamma$   
 aequae multiplex est, et  $H\Gamma = \Delta Z$ , erit  $AE$  magni-  
 tudinis  $\Gamma Z$  et  $EB$  magnitudinis  $Z\Delta$  aequae multiplex.  
 supposuimus autem, esse  $AE$  magnitudinis  $\Gamma Z$  et  $AB$   
 magnitudinis  $\Gamma\Delta$  aequae multiplicem. itaque  $EB$  magni-  
 tudinis  $Z\Delta$  et  $AB$  magnitudinis  $\Gamma\Delta$  aequae multiplex  
 est. itaque etiam reliqua  $EB$  reliquae  $Z\Delta$  aequae mul-  
 tiplex est ac tota  $AB$  totius  $\Gamma\Delta$ .

Ergo si magnitudo magnitudinis aequae multiplex  
 est atque ablata ablatae, etiam reliqua reliquae aequae  
 multiplex erit ac tota totius; quod erat demon-  
 strandum.

ἔστιν P. 10.  $AB$ ]  $B$  in ras. F.  $HZ$ ] in ras. BFV. 12.  
 ἔστιν P F. 14.  $Z\Delta$ ] P, F m. 1;  $\Delta Z$  BVp, Fm. 2. 15.  
 ἔστιν] P; comp. p; ἔστί BFV. πολλαπλασίων φ. 16.  $H\Gamma$ ]  
 (prius) seq. ras. 1 litt.,  $H$  in ras. V. 17.  $\Delta Z$ ]  $Z\Delta$  P. 20.  
 ἔστιν P.  $Z\Delta$ ] φ,  $\Delta Z$  F. 26. ἔστιν P.

ς'.

Ἐὰν δύο μεγέθη δύο μεγεθῶν ἰσάκεις ἢ  
πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν  
ἰσάκεις ἢ πολλαπλάσια, καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς  
5 ἦτοι ἴσα ἐστὶν ἢ ἰσάκεις αὐτῶν πολλαπλάσια.

Δύο γὰρ μεγέθη τὰ  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  δύο μεγεθῶν τῶν  
 $E$ ,  $Z$  ἰσάκεις ἔστω πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τὰ  
 $AH$ ,  $\Gamma\Theta$  τῶν αὐτῶν τῶν  $E$ ,  $Z$  ἰσάκεις ἔστω πολλαπλά-  
σια· λέγω, ὅτι καὶ λοιπὰ τὰ  $HB$ ,  $\Theta\Delta$  τοῖς  $E$ ,  $Z$  ἦτοι  
10 ἴσα ἐστὶν ἢ ἰσάκεις αὐτῶν πολλαπλάσια.

Ἐστω γὰρ πρότερον τὸ  $HB$  τῷ  $E$  ἴσον· λέγω,  
ὅτι καὶ τὸ  $\Theta\Delta$  τῷ  $Z$  ἴσον ἐστίν.

Κείσθω γὰρ τῷ  $Z$  ἴσον τὸ  $\Gamma K$ . ἐπεὶ ἰσάκεις  
ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ  $AH$  τοῦ  $E$  καὶ τὸ  $\Gamma\Theta$  τοῦ  $Z$ ,  
15 ἴσον δὲ τὸ μὲν  $HB$  τῷ  $E$ , τὸ δὲ  $K\Gamma$  τῷ  $Z$ , ἰσάκεις  
ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ  $AB$  τοῦ  $E$  καὶ τὸ  $K\Theta$   
τοῦ  $Z$ . ἰσάκεις δὲ ὑπόκειται πολλαπλάσιον τὸ  $AB$   
τοῦ  $E$  καὶ τὸ  $\Gamma\Delta$  τοῦ  $Z$ · ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ πολλα-  
πλάσιον τὸ  $K\Theta$  τοῦ  $Z$  καὶ τὸ  $\Gamma\Delta$  τοῦ  $Z$ . ἐπεὶ  
20 οὖν ἐκάτερον τῶν  $K\Theta$ ,  $\Gamma\Delta$  τοῦ  $Z$  ἰσάκεις ἐστὶ πολλα-  
πλάσιον, ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ  $K\Theta$  τῷ  $\Gamma\Delta$ . κοινὸν  
ἀφηρήσθω τὸ  $\Gamma\Theta$ · λοιπὸν ἄρα τὸ  $K\Gamma$  λοιπῷ τῷ  $\Theta\Delta$   
ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ  $Z$  τῷ  $K\Gamma$  ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ  
 $\Theta\Delta$  ἄρα τῷ  $Z$  ἴσον ἐστίν. ὥστε εἰ τὸ  $HB$  τῷ  $E$   
25 ἴσον ἐστίν, καὶ τὸ  $\Theta\Delta$  ἴσον ἔσται τῷ  $Z$ .

Ὅμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι, καὶ πολλαπλάσιον ἢ

2. Ἐάν] seq. ras. 3 litt. F. 5. ἦτοι] sustulit resarcinatio  
in F. 7. ἔστωσαν p. 8. τῶν] (alt.) τό V, sed corr. 9. τὰ  
λοιπὰ τὰ F.  $HB$ ] in ras. F. 11.  $HB$ ] in ras. m. 2 V.  
12.  $\Theta\Delta$ ]  $\Delta\Theta$  P. τῷ  $Z$ ] om. P; post ἴσον add. m. 2. ἐστί  
BV. 13. τῷ] corr. ex τό m. 1 p.  $\Gamma K$ ] corr. ex  $K\Gamma$  m.  
2 P. καὶ ἐπεὶ V. 14. ἐστίν PF. 15.  $K\Gamma$ ]  $\Gamma K$  V. 16.

## VI.

Si duae magnitudines duarum magnitudinum aequae multiplices sunt, et ablatae quaevis magnitudines earundem aequae multiplices sunt, etiam reliquae iisdem aut aequales sunt aut aequae earum multiplices.

Nam duae magnitudines  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  duarum magnitudinum  $E$ ,  $Z$  aequae sint multiplices, et ablatae magnitudines  $AH$ ,  $\Gamma\Theta$  earundem  $E$ ,  $Z$  aequae multiplices sint. dico, reliquas  $HB$ ,  $\Theta\Delta$  aut aequales esse  $E$ ,  $Z$  aut aequae earum multiplices.

nam prius sit  $HB = E$ . dico, esse etiam  $\Theta\Delta = Z$ .

$A$  ———  $H$  ———  $B$  ponatur enim  $\Gamma K = Z$ . quoniam  $AH$   
 $E$  ——— magnitudinis  $E$  et  $\Gamma\Theta$  magnitudinis  $Z$   
 $K$  ———  $\Gamma$  ———  $\Theta$  ———  $\Delta$  aequae multiplex est, et  $HB = E$ ,  
 $Z$  ———  $K\Gamma = Z$ , erit  $AB$  magnitudinis  $E$  et  
 $K\Theta$  magnitudinis  $Z$  aequae multiplex  
[*prop. II*]. et supposuimus, esse  $AB$  magnitudinis  
 $E$  et  $\Gamma\Delta$  magnitudinis  $Z$  aequae multiplicem. itaque  
 $K\Theta$  magnitudinis  $Z$  et  $\Gamma\Delta$  magnitudinis  $Z$  aequae  
multiplex est. iam quoniam utraque magnitudo  $K\Theta$ ,  
 $\Gamma\Delta$  magnitudinis  $Z$  aequae multiplex est, erit  $K\Theta = \Gamma\Delta$ .  
subtrahatur, quae communis est,  $\Gamma\Theta$ . itaque  $K\Gamma = \Theta\Delta$ .  
sed  $Z = K\Gamma$ . quare etiam  $\Theta\Delta = Z$ . itaque si  $HB = E$ ,  
erit etiam  $\Theta\Delta = Z$ .

similiter demonstrabimus, si  $HB$  magnitudinis  $E$

$\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$  P. 18.  $\tau\acute{o}$ ]  $\tau\omicron\upsilon$  V, corr. m. 1; om.  $\varphi$  (non F).  
 $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$  P. 23.  $\tau\acute{o}$ ] P m. 1, F m. 1, Bp;  $\tau\tilde{\omega}$  P m. 2, F m. 2,  
V in ras. m. 2.  $Z$ ]  $K\Gamma$  V.  $\tau\tilde{\omega}$ ] P m. 1, F m. 1, Bp;  $\tau\acute{o}$   
Pm. 2, Fm. 2, V in ras. m. 2.  $K\Gamma$ ]  $Z$  V.  $\tau\acute{o}$ ]  $\tau\tilde{\omega}$  Bp.  
24.  $\Theta\Delta$ ]  $\Delta\Theta$  F.  $\tau\tilde{\omega}$ ]  $\tau\acute{o}$  Bp.  $\acute{\iota}\sigma\omicron\nu$   $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ ] PB;  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$   
 $\acute{\iota}\sigma\omicron\nu$  FVp.  $\epsilon\acute{\iota}$ ] P;  $\acute{o}\tau\epsilon$  Theon (B $\varphi$  Vp). 25.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ ]  $\cdot\iota\nu$   
in ras. P;  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$  BV; comp. p.  $\kappa\alpha\iota$   $\tau\acute{o}$   $\Theta\Delta$   $\acute{\iota}\sigma\omicron\nu$   $\acute{\epsilon}\sigma\tau\alpha\iota$ ] mg. P.  
 $\Theta\Delta$ ] corr. ex  $\Theta A$  m. 2 P;  $\Theta$  in ras. m. 2 V;  $\Delta\Theta$  B.

τὸ  $HB$  τοῦ  $E$ , τοσαυταπλάσιον ἔσται καὶ τὸ  $\Theta \Delta$  τοῦ  $Z$ .

Ἐὰν ἄρα δύο μεγέθη δύο μεγεθῶν ἰσάκεις ἢ πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν ἰσάκεις ἢ  
 5 πολλαπλάσια, καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἦτοι ἴσα ἐστὶν ἢ ἰσάκεις αὐτῶν πολλαπλάσια· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ξ'.

Τὰ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα.

10 Ἐστω ἴσα μεγέθη τὰ  $A, B$ , ἄλλο δέ τι, ὃ ἔτυχεν, μέγεθος τὸ  $\Gamma$ · λέγω, ὅτι ἐκάτερον τῶν  $A, B$  πρὸς τὸ  $\Gamma$  τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, καὶ τὸ  $\Gamma$  πρὸς ἐκάτερον τῶν  $A, B$ .

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν  $A, B$  ἰσάκεις πολλαπλάσια  
 15 τὰ  $\Delta, E$ , τοῦ δὲ  $\Gamma$  ἄλλο, ὃ ἔτυχεν, πολλαπλάσιον τὸ  $Z$ .

Ἐπεὶ οὖν ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ  $\Delta$  τοῦ  $A$  καὶ τὸ  $E$  τοῦ  $B$ , ἴσον δὲ τὸ  $A$  τῷ  $B$ , ἴσον ἄρα καὶ τὸ  $\Delta$  τῷ  $E$ . ἄλλο δέ, ὃ ἔτυχεν, τὸ  $Z$ . Εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ  $\Delta$  τοῦ  $Z$ , ὑπερέχει καὶ τὸ  $E$  τοῦ  $Z$ , καὶ  
 20 εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καὶ ἐστὶ τὰ μὲν  $\Delta, E$  τῶν  $A, B$  ἰσάκεις πολλαπλάσια, τὸ δὲ  $Z$  τοῦ  $\Gamma$  ἄλλο, ὃ ἔτυχεν, πολλαπλάσιον· ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ  $A$  πρὸς τὸ  $\Gamma$ , οὕτως τὸ  $B$  πρὸς τὸ  $\Gamma$ .

Λέγω [δή], ὅτι καὶ τὸ  $E$  πρὸς ἐκάτερον τῶν  $A, B$   
 25 τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον.

6. καὶ τὰ] τὰ in ras. P. ἐστίν] corr. ex ἔσται p. 10.  
 6] supra m. 2 F. ἔτυχε Vp. 14. μέν] PF; om. BVp.  
 15. 6] supra m. 2 F. ἔτυχε Vp. 16. τό] τοῦ m. 2 P.  
 τοῦ] corr. ex τό P. 18. 6] m. 2 F. ἔτυχε Vp, et seq.  
 ras. 1 litt. F. 20. καί] comp. F, dein add. καί φ. τὰ] e

multiplex sit, aequè multiplicem esse  $\odot \Delta$  magnitudinis  $Z$ .

Ergo si duae magnitudines duarum magnitudinum aequè multiplices sunt, et ablatae quaevis magnitudines earundem aequè multiplices sunt, etiam reliquae iisdem aut aequales sunt aut aequè earum multiplices; quod erat demonstrandum.

## VII.

Aequalia ad idem eandem habent rationem et idem ad aequalia.

Sint aequales magnitudines  $A, B$  et alia quaevis magnitudo  $\Gamma$ . dico, utramque magnitudinem  $A, B$  ad  $\Gamma$  eandem rationem habere, et  $\Gamma$  ad utramque  $A, B$ .

sumantur enim magnitudinum  $A, B$  aequè multiplices  $\Delta, E$ , et magnitudinis  $\Gamma$  alia quaevis multiplex  $Z$ . iam quoniam  $\Delta$  magnitudinis  $A$  et  $E$  magnitudinis  $B$  aequè multiplex est, et  $A = B$ , erit etiam  $\Delta = E$ . et alia quaevis magnitudo est  $Z$ . itaque si  $\Delta$  magnitudinem  $Z$  superat, etiam  $E$  magnitudinem  $Z$  superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor minor. et magnitudinum  $A, B$  aequè multiplices sunt  $\Delta, E$ , et  $Z$  magnitudinis  $\Gamma$  alia quaevis est multiplex. erit igitur

$$A : \Gamma = B : \Gamma \text{ [def. 5].}$$

dico, etiam  $E$  ad utramque magnitudinem  $A, B$  eandem rationem habere.

corr. p. 21.  $Z$ ]  $EZ$  F. 22.  $\tilde{\sigma}$ ] om. F; add. m. 2 euan.  
 $\xi\nu\chi\epsilon$  V p.  $\xi\sigma\tau\nu$ ] bis P. 24.  $\delta\eta$ ] om. P.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δεί-  
 ξομεν, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ  $\Delta$  τῷ  $E$ . ἄλλο δέ τι τὸ  $Z$ .  
 εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ  $Z$  τοῦ  $\Delta$ , ὑπερέχει καὶ τοῦ  $E$ , καὶ  
 εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καὶ ἐστὶ τὸ  
 5 μὲν  $Z$  τοῦ  $\Gamma$  πολλαπλάσιον, τὰ δὲ  $\Delta, E$  τῶν  $A, B$   
 ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια· ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ  
 $\Gamma$  πρὸς τὸ  $A$ , οὕτως τὸ  $\Gamma$  πρὸς τὸ  $B$ .

Τὰ ἴσα ἄρα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον  
 καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα.

10

## Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν μεγέθη τινὰ ἀνά-  
 λογον ᾖ, καὶ ἀνάπαλιν ἀνάλογον ἔσται. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

η'.

Τῶν ἀνίσων μεγεθῶν τὸ μείζον πρὸς τὸ  
 15 αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ τὸ ἔλαττον.  
 καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον μείζονα λόγον  
 ἔχει ἢ περ πρὸς τὸ μείζον.

Ἐστω ἄνισα μεγέθη τὰ  $AB, \Gamma$ , καὶ ἔστω μείζον  
 τὸ  $AB$ , ἄλλο δέ, ὃ ἔτυχεν, τὸ  $\Delta$ . λέγω, ὅτι τὸ  $AB$   
 20 πρὸς τὸ  $\Delta$  μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ τὸ  $\Gamma$  πρὸς τὸ  $\Delta$ ,  
 καὶ τὸ  $\Delta$  πρὸς τὸ  $\Gamma$  μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ πρὸς  
 τὸ  $AB$ .

Ἐπεὶ γὰρ μείζον ἐστὶ τὸ  $AB$  τοῦ  $\Gamma$ , κείσθω τῷ  
 $\Gamma$  ἴσον τὸ  $BE$ . τὸ δὴ ἔλασσον τῶν  $AE, EB$  πολλα-

VIII. Hero def. 125, 6. Schol. in Pappum III p. 1175, 21.

1. ὁμοίως δὴ P. 3. καί] (prius) τὸ  $Z$  καὶ P; καὶ τὸ  $Z$  F.  
 4. ἔλασσον ἔλασσον V. καὶ ἐστὶ] καὶ ἐστὶν P; ἐστὶ δέ F.  
 6. ἄλλα ἃ] φ. ἔτυχεν] ἐτ- supra φ. 7. οὕτως] corr.  
 ex οὕτω m. 2 F. 9. τὰ ἴσα] τὰ ἴσα ὅπ- φ. 10. πόρισμα — 12:  
 ἔσται] P; om. Theon (BFVp); cfr. ad prop. IV.

nam iisdem comparatis similiter demonstrabimus, esse  $\Delta = E$ . et alia quaevis magnitudo est  $Z$ . itaque si  $Z$  magnitudinem  $\Delta$  superat, etiam magnitudinem  $E$  superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor minor. et  $Z$  magnitudinis  $\Gamma$  multiplex est, et  $\Delta, E$  magnitudinum  $A, B$  aliae quaevis aequae multiplices. quare  $\Gamma : A = \Gamma : B$  [def. 5].

Ergo aequalia ad idem eandem habent rationem et idem ad aequalia.

### Corollarium.

Hinc manifestum est, si magnitudines proportionales sint, easdem e contrario proportionales esse.<sup>1)</sup> — quod erat demonstrandum.

### VIII.

Ex inaequalibus magnitudinibus maior ad idem maiorem rationem habet quam minor; et idem ad minorem maiorem rationem habet quam ad maiorem.

Sint inaequales magnitudines  $AB, \Gamma$ , et maior sit  $AB$ , alia autem quaevis magnitudo sit  $\Delta$ . dico, esse  $AB : \Delta > \Gamma : \Delta$  et  $\Delta : \Gamma > \Delta : AB$ .

Nam quoniam  $AB > \Gamma$ , ponatur  $BE = \Gamma$ . itaque minor magnitudinum  $AE, EB$  multiplicata aliquando

1) Quia et  $A : \Gamma = B : \Gamma$  et  $\Gamma : A = \Gamma : B$ . ceterum hoc corollarium recte hic collocatur in P; nam si post prop. IV fuisset, ubi Theon id posuit, alteram partem demonstrationis p. 22, 24 sq. supernuacua futuram fuisse, acute observavit Augustus II p. 331. om. Campanus.

18.  $\mu\epsilon\iota\zeta\omicron\nu$ ]  $\tau\acute{o}$   $\mu\epsilon\iota\zeta\omicron\nu$  P. 19.  $AB$ ] P, Fm. 1, V m. 1;  $AB$   $\tau\omicron\nu$   $\Gamma$  Bp, F m. 2, V m. 2.  $\acute{\epsilon}\tau\upsilon\chi\epsilon$  V p. 20.  $\tau\acute{o}$   $\Delta$ ] (prius)  $\tau\acute{o}$  in spatio 4 litt.  $\varphi$ . 23.  $AB$ ] B in ras. p.  $\tau\tilde{\omega}$ ]  $\tau\acute{o}$   $\varphi$  (non F). 24.  $\tau\acute{o}$ ] (prius)  $\tau\tilde{\omega}$   $\varphi$  (non F).

πλασιαζόμενον ἔσται ποτὲ τοῦ  $\Delta$  μείζον. ἔστω πρό-  
 τερον τὸ  $AE$  ἔλαττον τοῦ  $EB$ , καὶ πεπολλαπλασιάσθω  
 τὸ  $AE$ , καὶ ἔστω αὐτοῦ πολλαπλάσιον τὸ  $ZH$  μείζον  
 ὃν τοῦ  $\Delta$ , καὶ ὅσαπλάσιόν ἐστι τὸ  $ZH$  τοῦ  $AE$ , τοσαυ-  
 5 ταπλάσιον γεγονέτω καὶ τὸ μὲν  $H\Theta$  τοῦ  $EB$  τὸ δὲ  
 $K$  τοῦ  $\Gamma$ · καὶ εἰλήφθω τοῦ  $\Delta$  διπλάσιον μὲν τὸ  $\Lambda$ ,  
 τριπλάσιον δὲ τὸ  $M$ , καὶ ἐξῆς ἐνὶ πλείον, ἕως ἂν τὸ  
 λαμβανόμενον πολλαπλάσιον μὲν γένηται τοῦ  $\Delta$ , πρῶ-  
 τως δὲ μείζον τοῦ  $K$ . εἰλήφθω, καὶ ἔστω τὸ  $N$   
 10 τετραπλάσιον μὲν τοῦ  $\Delta$ , πρῶτως δὲ μείζον τοῦ  $K$ .  
 Ἐπεὶ οὖν τὸ  $K$  τοῦ  $N$  πρῶτως ἐστὶν ἔλαττον, τὸ  
 $K$  ἄρα τοῦ  $M$  οὐκ ἐστὶν ἔλαττον. καὶ ἐπεὶ ἰσάκεις  
 ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ  $ZH$  τοῦ  $AE$  καὶ τὸ  $H\Theta$  τοῦ  
 $EB$ , ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ  $ZH$  τοῦ  $AE$   
 15 καὶ τὸ  $Z\Theta$  τοῦ  $AB$ . ἰσάκεις δὲ ἐστὶ πολλαπλάσιον  
 τὸ  $ZH$  τοῦ  $AE$  καὶ τὸ  $K$  τοῦ  $\Gamma$ · ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ  
 πολλαπλάσιον τὸ  $Z\Theta$  τοῦ  $AB$  καὶ τὸ  $K$  τοῦ  $\Gamma$ . τὰ  
 $Z\Theta$ ,  $K$  ἄρα τῶν  $AB$ ,  $\Gamma$  ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσια.  
 πάλιν, ἐπεὶ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ  $H\Theta$  τοῦ  
 20  $EB$  καὶ τὸ  $K$  τοῦ  $\Gamma$ , ἴσον δὲ τὸ  $EB$  τῷ  $\Gamma$ , ἴσον  
 ἄρα καὶ τὸ  $H\Theta$  τῷ  $K$ . τὸ δὲ  $K$  τοῦ  $M$  οὐκ ἐστὶν  
 ἔλαττον· οὐδ' ἄρα τὸ  $H\Theta$  τοῦ  $M$  ἔλαττόν ἐστιν.  
 μείζον δὲ τὸ  $ZH$  τοῦ  $\Delta$ · ὅλον ἄρα τὸ  $Z\Theta$  συναμ-  
 φοτέρων τῶν  $\Delta$ ,  $M$  μείζόν ἐστιν. ἀλλὰ συναμφοτέρα  
 25 τὰ  $\Delta$ ,  $M$  τῷ  $N$  ἐστὶν ἴσα, ἐπειδήπερ τὸ  $M$  τοῦ  $\Delta$

1. ποτέ] mg. F. 3.  $AE$ ] P;  $AE$  ἕως οὗ τὸ γενόμενον  
 μείζον γένηται τοῦ  $\Delta$  Theon (BFVp; in F οὗ corr. ex ἂν;  
 γινόμενον V, F m. 2). 5. τὸ δέ] καὶ τό Bp. 6. τοῦ] (alt.)  
 τόν π (non P); τό F, corr. m. 2. 7. πλείον] V m. 1; πλείους  
 BFpπ, V m. 2. ἂν] οὐ P. 13.  $H\Theta$ ]  $\Theta H$  Bp et FV in  
 ras. m. 2. τοῦ] postea insert. F. 14. Ante  $ZH$  ras. 1  
 litt. F. 15.  $Z\Theta$ ]  $Z$  in ras. m. 2 V.  $AB$ ]  $A$  in ras. m. 2 V.  
 19. ἐστίν F. 20.  $EB$ ]  $AB$  F. τό] (alt.) corr. ex τῷ m. 2 P.



maior erit magnitudine  $\Delta$  [def. 4]. sit prius  $AE < EB$ ,

$A \xrightarrow{\quad E \quad} B$

$\Gamma \xrightarrow{\quad}$

$Z \xrightarrow{\quad H \quad} \Theta$

$K \xrightarrow{\quad}$

$\Delta \xrightarrow{\quad}$

$A \xrightarrow{\quad}$

$M \xrightarrow{\quad}$

$N \xrightarrow{\quad}$

et multiplicetur  $AE$ , et sit multiplex eius  $ZH$  maior magnitudine  $\Delta$ , et quoties multiplex est  $ZH$  magnitudinis  $AE$ , toties multiplex fiat  $H\Theta$  magnitudinis  $EB$  et  $K$  magnitudinis  $\Gamma$ , et sumatur  $A = 2 \Delta$ ,  $M = 3 \Delta$ , et deinceps multiplices per unum crescentes, donec sumpta magnitudo multiplex fiat magnitudinis  $\Delta$  et prima maior magnitudine  $K$ . sumatur, et sit  $N$ , quadruplex magnitudinis  $\Delta$  et prima maior magnitudine  $K$ .

iam quoniam  $K$  magnitudine  $N$  prima minor est,  $K$  magnitudine  $M$  minor non est. et quoniam  $ZH$  magnitudinis  $AE$  et  $H\Theta$  magnitudinis  $EB$  aequae multiplex est, erit  $ZH$  magnitudinis  $AE$  et  $Z\Theta$  magnitudinis  $AB$  aequae multiplex [prop. I]. uerum  $ZH$  magnitudinis  $AE$  et  $K$  magnitudinis  $\Gamma$  aequae multiplex est. itaque  $Z\Theta$  magnitudinis  $AB$  et  $K$  magnitudinis  $\Gamma$  aequae multiplex est. quare  $Z\Theta$ ,  $K$  magnitudinum  $AB$ ,  $\Gamma$  aequae multiplices sunt. rursus quoniam  $H\Theta$  magnitudinis  $EB$  et  $K$  magnitudinis  $\Gamma$  aequae multiplex est, et  $EB = \Gamma$ , erit etiam  $H\Theta = K$ . uerum  $K$  magnitudine  $M$  minor non est. itaque ne  $H\Theta$  quidem magnitudine  $M$  minor est. sed  $ZH > \Delta$ . ergo  $Z\Theta > \Delta + M$ . sed  $\Delta + M = N$ , quoniam  $M = 3 \Delta$

22. οὐδέ comp. p. ἐστὶ PVp.

25. N] in ras. V. ἴσα ἐστὶν F.

23. τό] (prius) om. V.

τριπλάσιόν ἐστιν, συναμφοτέρα δὲ τὰ  $M, \Delta$  τοῦ  $\Delta$  ἐστι τετραπλάσια, ἔστι δὲ καὶ τὸ  $N$  τοῦ  $\Delta$  τετραπλάσιον· συναμφοτέρα ἄρα τὰ  $M, \Delta$  τῷ  $N$  ἴσα ἐστίν. ἀλλὰ τὸ  $Z\Theta$  τῶν  $M, \Delta$  μείζον ἐστιν· τὸ  $Z\Theta$  ἄρα  
 5 τοῦ  $N$  ὑπερέχει· τὸ δὲ  $K$  τοῦ  $N$  οὐχ ὑπερέχει. καὶ ἐστι τὰ μὲν  $Z\Theta, K$  τῶν  $AB, \Gamma$  ἰσάκεις πολλαπλάσια, τὸ δὲ  $N$  τοῦ  $\Delta$  ἄλλο, ὃ ἔτυχεν, πολλαπλάσιον· τὸ  $AB$  ἄρα πρὸς τὸ  $\Delta$  μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ τὸ  $\Gamma$  πρὸς τὸ  $\Delta$ .

10 Λέγω δὴ, ὅτι καὶ τὸ  $\Delta$  πρὸς τὸ  $\Gamma$  μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ τὸ  $\Delta$  πρὸς τὸ  $AB$ .

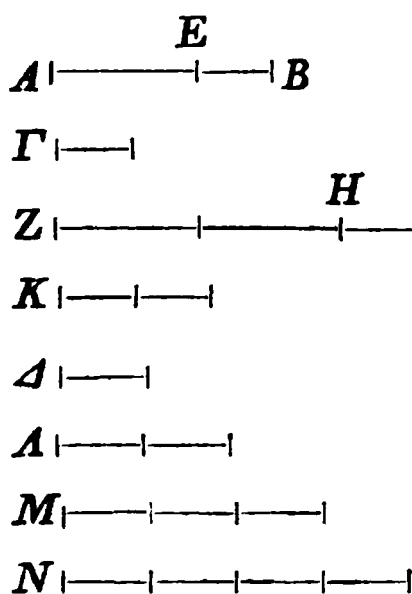
Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δεί-  
 ξομεν, ὅτι τὸ μὲν  $N$  τοῦ  $K$  ὑπερέχει, τὸ δὲ  $N$  τοῦ  
 $Z\Theta$  οὐχ ὑπερέχει. καὶ ἐστι τὸ μὲν  $N$  τοῦ  $\Delta$  πολλα-  
 15 πλάσιον, τὰ δὲ  $Z\Theta, K$  τῶν  $AB, \Gamma$  ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια· τὸ  $\Delta$  ἄρα πρὸς τὸ  $\Gamma$  μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ τὸ  $\Delta$  πρὸς τὸ  $AB$ .

Ἀλλὰ δὴ τὸ  $AE$  τοῦ  $EB$  μείζον ἔστω. τὸ δὴ ἔλαττον τὸ  $EB$  πολλαπλασιαζόμενον ἔσται ποτὲ τοῦ  
 20  $\Delta$  μείζον. πεπολλαπλασιάσθω, καὶ ἔστω τὸ  $H\Theta$  πολλαπλάσιον μὲν τοῦ  $EB$ , μείζον δὲ τοῦ  $\Delta$ · καὶ ὅσαπλάσιόν ἐστι τὸ  $H\Theta$  τοῦ  $EB$ , τοσανταπλάσιον γεγονέτω καὶ τὸ μὲν  $ZH$  τοῦ  $AE$ , τὸ δὲ  $K$  τοῦ  $\Gamma$ . ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι τὰ  $Z\Theta, K$  τῶν  $AB, \Gamma$  ἰσάκεις  
 25 ἐστὶ πολλαπλάσια· καὶ εἰλήφθω ὁμοίως τὸ  $N$  πολλαπλάσιον μὲν τοῦ  $\Delta$ , πρώτως δὲ μείζον τοῦ  $ZH$ .

1. ἐστιν] B, comp. p; om. F; ἐστι PV. δέ] om. Fp; m. rec. B.  $M, \Delta$ ]  $\Delta, M$  P. 2. τό] corr. ex τοῦ m. 1 V.  
 3. ἐστιν ἴσα FV. 4. τῶν] τῷ K V.  $M, \Delta$ ]  $\Delta, M$  P. ἐστι BV.  $Z\Theta$ ]  $ZE$  φ. 7. ἔτυχε φ (non F) Vp. 8. ἄρα] m. 2 F. 12. δὴ δείξομεν P. 13. μὲν] m. 2 F. 14. οὐχ] corr. ex οὐκ m. 2 P. 15. τά] τό Fp.  $Z\Theta, K$ ] litt.  $\Theta, K$  in

et  $M + \Delta = 4 \Delta$  et  $N = 4 \Delta$ ; itaque  $M + \Delta = N$ . sed  $Z\Theta > M + \Delta$ . itaque  $Z\Theta$  magnitudinem  $N$  superat.  $K$  autem magnitudinem  $N$  non superat. et  $Z\Theta, K$  magnitudinum  $AB, \Gamma$  aequae multiplices sunt,  $N$  autem magnitudinis  $\Delta$  alia quaevis multiplex. itaque  $AB : \Delta > \Gamma : \Delta$  [def. 7].

dico igitur, esse etiam  $\Delta : \Gamma > \Delta : AB$ . nam iisdem comparatis similiter demonstrabimus,  $N$  magnitudinem  $K$  superare,  $Z\Theta$  autem magnitudinem non superare. et  $N$  magnitudinis  $\Delta$  multiplex est,  $Z\Theta, K$  autem magnitudinum  $AB, \Gamma$  aliae quaevis aequae multiplices. itaque  $\Delta : \Gamma > \Delta : AB$  [def. 7].



iam uero sit  $AE > EB$ . itaque minor magnitudo  $EB$  multiplicata aliquando magnitudine  $\Delta$  maior erit [def. 4]. multiplicetur, et sit  $H\Theta$  magnitudinis  $EB$  multiplex et magnitudine  $\Delta$  maior. et quoties multiplex est  $H\Theta$  magnitudinis  $EB$ , toties multiplex fiat  $ZH$  magnitudinis

$AE$  et  $K$  magnitudinis  $\Gamma$ . iam similiter demonstrabimus,  $Z\Theta, K$  magnitudinum  $AB, \Gamma$  aequae multiplices esse. et similiter sumatur  $N$  magnitudinis  $\Delta$  multiplex et prima maior magnitudine  $ZH$ . quare rursus  $ZH$

ras. m. 2 V.  $\tilde{\alpha}$ ] m. 2 F. 18. τοῦ  $EB$  μείζον ἔστω] P; μείζον ἔστω τοῦ  $EB$  BVp; τοῦ  $EB$  m. 1 F, seq. μείζον ἔστω τοῦ  $EB$  φ. τὸ δὲ ἔλαττον τὸ  $EB$ ] πολλαπλα φ. 20. πεπολλαπλασιάσθω] post πε- ras. 2 litt. F. 23. μέν] φ in spatio plurium litt. τό] in ras m. 1 p. 24. τά] τό φ (non F).

ὥστε πάλιν τὸ  $ZH$  τοῦ  $M$  οὐκ ἐστὶν ἔλασσον. μεί-  
 ζον δὲ τὸ  $H\Theta$  τοῦ  $\Delta$ . ὅλον ἄρα τὸ  $Z\Theta$  τῶν  $\Delta, M$ ,  
 τουτέστι τοῦ  $N$ , ὑπερέχει. τὸ δὲ  $K$  τοῦ  $N$  οὐχ ὑπερέχει,  
 ἐπειδήπερ καὶ τὸ  $ZH$  μείζον ὢν τοῦ  $H\Theta$ , τουτέστι  
 5 τοῦ  $K$ , τοῦ  $N$  οὐχ ὑπερέχει. καὶ ὡσαύτως κατα-  
 κολουθοῦντες τοῖς ἐπάνω περαίνομεν τὴν ἀπόδειξιν.

Τῶν ἄρα ἀνίσων μεγεθῶν τὸ μείζον πρὸς τὸ αὐτὸ  
 μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ τὸ ἔλαττον· καὶ τὸ αὐτὸ  
 πρὸς τὸ ἔλαττον μείζονα λόγον ἔχει ἥπερ πρὸς τὸ  
 10 μείζον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

## θ'.

Τὰ πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον  
 ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν  
 αὐτὸν ἔχει λόγον, ἐκεῖνα ἴσα ἐστίν.

15 Ἐχέτω γὰρ ἐκάτερον τῶν  $A, B$  πρὸς τὸ  $\Gamma$  τὸν  
 αὐτὸν λόγον· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ  $A$  τῷ  $B$ .

Εἰ γὰρ μή, οὐκ ἂν ἐκάτερον τῶν  $A, B$  πρὸς τὸ  $\Gamma$   
 τὸν αὐτὸν εἶχε λόγον· ἔχει δέ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ  $A$   
 τῷ  $B$ .

20 Ἐχέτω δὴ πάλιν τὸ  $\Gamma$  πρὸς ἐκάτερον τῶν  $A, B$   
 τὸν αὐτὸν λόγον· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ  $A$  τῷ  $B$ .

Εἰ γὰρ μή, οὐκ ἂν τὸ  $\Gamma$  πρὸς ἐκάτερον τῶν  $A, B$   
 τὸν αὐτὸν εἶχε λόγον· ἔχει δέ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ  $A$   
 τῷ  $B$ .

25 Τὰ ἄρα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον  
 ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν  
 ἔχει λόγον, ἐκεῖνα ἴσα ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. οὐκ ἐστὶν ἔλασσον] μὴ ἔλασσον εἶναι P. ἔλαττον Fr.  
 2. τῶν] τοῦ Br. 3. τουτέστιν P. οὐχ ὑπερέχει] ὑπερέ-  
 χει οὐδαμῶς V. 4. ἐπειδήπερ — 5: ὑπερέχει] mg. m. 1 F.

magnitudine  $M$  minor non est. et  $H\Theta > \Delta$ . itaque  $Z\Theta > \Delta + M$ , h. e.  $Z\Theta > N$ .  $K$  autem magnitudinem  $N$  non superat, quoniam  $ZH$ , quae maior est magnitudine  $H\Theta$ , h. e. maior magnitudine  $K$ , magnitudinem  $N$  non superat. et eodem modo superiora sequentes demonstrationem conficimus.

Ergo ex inaequalibus magnitudinibus maior ad idem maiorem rationem habet quam minor; et idem ad minorem maiorem rationem habet quam ad maiorem; quod erat demonstrandum.

## IX.

Quae ad idem eandem habent rationem, inter se aequalia sunt; et ad quae idem eandem habet rationem, ea aequalia sunt.

$A$  —————  $B$  ————— Sit enim  $A : \Gamma = B : \Gamma$ . dico,  
 $\Gamma$  ————— esse  $A = B$ .

nam si minus, non esset  $A : \Gamma = B : \Gamma$  [prop. VIII].  
 at est. itaque  $A = B$ .

iam rursus sit  $\Gamma : A = \Gamma : B$ . dico, esse  $A = B$ .  
 nam si minus, non esset  $\Gamma : A = \Gamma : B$  [prop. VIII].  
 at est. itaque  $A = B$ .

Ergo quae ad idem eandem habent rationem, inter se aequalia sunt; et ad quae idem eandem habet rationem, ea aequalia sunt; quod erat demonstrandum.

4.  $\delta\upsilon$ ] corr. ex  $\omega\upsilon$  m. 2 P. 5.  $\tau\omicron\upsilon$ ] (prius) P;  $\tau\acute{o}$  BFVp.  
 $\kappa\alpha\tau\alpha\kappa\omicron\lambda\omicron\upsilon\theta\omicron\upsilon\nu\tau\epsilon\varsigma$ ] bis P; corr. m. 2. 6.  $\acute{\alpha}\pi\acute{o}\delta\epsilon\iota\chi\iota\nu$ ] post  
 $\acute{\alpha}\pi\omicron$ - spatium 1 litt., in quo m. 2 inser.  $\delta\epsilon$  F. 8.  $\tau\acute{o}$   $\acute{\epsilon}\lambda\alpha\tau\tau\omicron\nu$   
 — 9:  $\eta\pi\epsilon\rho$ ] mg. m. 1 P. 13.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ ] F; comp. p;  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$  PBV.  
 $\tilde{\alpha}$ ] euan. F. 14.  $\kappa\acute{\alpha}\kappa\epsilon\iota\nu\alpha$  V. 17.  $\mu\eta$ ]  $\mu\epsilon\iota\zeta\omicron\nu$   $\varphi$ . 18.  
 $\acute{\epsilon}\lambda\chi\epsilon$ ] in ras. P  $\varphi$ ,  $\acute{\epsilon}\lambda\chi\epsilon\nu$  B.  $\acute{\epsilon}\chi\epsilon\iota$ ]  $\acute{\epsilon}\chi\eta$   $\varphi$ . 23.  $\acute{\epsilon}\lambda\chi\epsilon$ ] in ras. P;  
 $\acute{\epsilon}\chi\epsilon\iota$  B;  $\acute{\epsilon}\chi\eta$  F.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$  F. 26.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ ] comp. Fp;  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$  PBV.  
 27.  $\kappa\acute{\alpha}\kappa\epsilon\iota\nu\alpha$  V.

ι'.

Τῶν πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἔχόντων τὸ μείζονα λόγον ἔχον ἐκεῖνο μείζον ἐστίν· πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττον ἐστίν.

Ἐχέτω γὰρ τὸ *A* πρὸς τὸ *Γ* μείζονα λόγον ἥπερ τὸ *B* πρὸς τὸ *Γ*· λέγω, ὅτι μείζον ἐστὶ τὸ *A* τοῦ *B*.

Εἰ γὰρ μή, ἦτοι ἴσον ἐστὶ τὸ *A* τῷ *B* ἢ ἔλασσον. ἴσον μὲν οὖν οὐκ ἐστὶ τὸ *A* τῷ *B*· ἐκάτερον γὰρ ἂν τῶν *A, B* πρὸς τὸ *Γ* τὸν αὐτὸν εἶχε λόγον. οὐκ ἔχει δέ· οὐκ ἄρα ἴσον ἐστὶ τὸ *A* τῷ *B*. οὐδὲ μὴν ἔλασσόν ἐστὶ τὸ *A* τοῦ *B*· τὸ *A* γὰρ ἂν πρὸς τὸ *Γ* ἐλάσσονα λόγον εἶχεν ἥπερ τὸ *B* πρὸς τὸ *Γ*. οὐκ ἔχει δέ· οὐκ ἄρα ἔλασσόν ἐστὶ τὸ *A* τοῦ *B*.  
 15 ἐδείχθη δὲ οὐδὲ ἴσον· μείζον ἄρα ἐστὶ τὸ *A* τοῦ *B*.

Ἐχέτω δὴ πάλιν τὸ *Γ* πρὸς τὸ *B* μείζονα λόγον ἥπερ τὸ *Γ* πρὸς τὸ *A*· λέγω, ὅτι ἔλασσόν ἐστὶ τὸ *B* τοῦ *A*.

Εἰ γὰρ μή, ἦτοι ἴσον ἐστὶν ἢ μείζον. ἴσον μὲν οὖν οὐκ ἐστὶ τὸ *B* τῷ *A*· τὸ *Γ* γὰρ ἂν πρὸς ἐκάτερον τῶν *A, B* τὸν αὐτὸν εἶχε λόγον. οὐκ ἔχει δέ· οὐκ ἄρα ἴσον ἐστὶ τὸ *A* τῷ *B*. οὐδὲ μὴν μείζον ἐστὶ τὸ *B* τοῦ *A*· τὸ *Γ* γὰρ ἂν πρὸς τὸ *B* ἐλάσσονα λόγον εἶχεν ἥπερ πρὸς τὸ *A*. οὐκ ἔχει δέ· οὐκ ἄρα  
 25 μείζον ἐστὶ τὸ *B* τοῦ *A*. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἴσον· ἔλαττον ἄρα ἐστὶ τὸ *B* τοῦ *A*.

Τῶν ἄρα πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἔχόντων τὸ μείζονα

2. τὸ τὸν μείζονα V. 3. ἐστίν] P, comp. p; ἐστὶ BFV.  
 7. τὸ *A* μείζον ἐστὶ Bp. τό] τοῦ V, sed corr. τοῦ]  
 corr. ex τό V. B] in ras. m. 2 P. 8. ἐστὶ] φ, ἐστίν F.  
 τῷ] τοῦ P. ἔλαττον F. 9. οὖν] PV; om. BFp. ἐστίν B.

## X.

Eorum, quae ad idem rationem habent, quod maiorem habet rationem, id maius est; et ad quod idem maiorem habet rationem, id minus est.

$A$  —————  $B$  ————— Sit enim  $A : \Gamma > B : \Gamma$ . dico,  
 $\Gamma$  ————— esse  $A > B$ .

nam si minus, aut  $A = B$ , aut  $A < B$ . uerum non est  $A = B$ ; tum enim esset  $A : \Gamma = B : \Gamma$  [prop. VII]. at non est. quare non est  $A = B$ . neque uero  $A < B$ ; tum enim esset  $A : \Gamma < B : \Gamma$  [prop. VIII]. at non est. quare non est  $A < B$ . sed demonstratum est, idem ne aequale quidem esse. itaque  $A > B$ .

sit rursus  $\Gamma : B > \Gamma : A$ . dico, esse  $B < A$ .

nam si minus, aut  $B = A$  aut  $B > A$ . uerum non est  $B = A$ ; tum enim esset  $\Gamma : A = \Gamma : B$  [prop. VII]. at non est. itaque non est  $A = B$ . neque uero  $B > A$ ; tum enim esset  $\Gamma : B < \Gamma : A$  [prop. VIII]. at non est. quare non est  $B > A$ . sed demonstratum est, idem ne aequale quidem esse. itaque  $B < A$ .

Ergo eorum, quae ad idem rationem habent, quod

10. εἴχε] ἔχει B; F, corr. m. 2. 12. ἔλαττον F. 13. τὸν ἐλάσσονα V; ἐλάττονα F. εἴχε λόγον P. 14. ἔλαττον F. ἐστι] m. 2 F. 15. δὲ ὅτι V. Post B repetuntur in F: ἐδείχθη δὲ οὐδὲ ἴσον· μείζον ἄρα τὸ A τοῦ B. 17. ἔλαττον F. 20. A] in ras. m. 1 B. γάρ] insuper comp. add. m. 2 V; ἄρα B. 21. εἴχε] φ; εἶχεν PB; ἔχει F. 22. ἐστὶ] ἐστὶν P; comp. F addito ἐστὶ φ. τό] τῷ V.. τῷ] τό V. 23. ἐστὶν P. τό] (prius) τοῦ V, corr. m. 1. ἐλάττονα F. 25. οὐδ' φ (non F), -ε in ras. m. 1 B. 26. ἔλαττον] φ, seq. on m. 1; ἐλάσσον P. 27. τό] (alt.) om. φ. μείζονα] φ, seq. on m. 1, eras.

λόγον ἔχον μείζον ἔστιν· καὶ πρὸς ὃ τὸ αὐτὸ μείζονα  
λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἑλαττόν ἔστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ια'.

Οἱ τῷ αὐτῷ λόγῳ οἱ αὐτοὶ καὶ ἀλλήλοις  
5 εἰσὶν οἱ αὐτοί·

Ἔστωσαν γὰρ ὥς μὲν τὸ *A* πρὸς τὸ *B*, οὕτως  
τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Δ*, ὥς δὲ τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Δ*, οὕτως τὸ  
*E* πρὸς τὸ *Z*· λέγω, ὅτι ἔστιν ὥς τὸ *A* πρὸς τὸ *B*,  
οὕτως τὸ *E* πρὸς τὸ *Z*.

10 Εἰλήφθω γὰρ τῶν *A, Γ, E* ἰσάκεις πολλαπλάσια  
τὰ *H, Θ, K*, τῶν δὲ *B, Δ, Z* ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις  
πολλαπλάσια τὰ *Λ, Μ, Ν*.

Καὶ ἐπεὶ ἔστιν ὥς τὸ *A* πρὸς τὸ *B*, οὕτως τὸ  
*Γ* πρὸς τὸ *Δ*, καὶ εἰληπται τῶν μὲν *A, Γ* ἰσάκεις  
15 πολλαπλάσια τὰ *H, Θ*, τῶν δὲ *B, Δ* ἄλλα, ἃ ἔτυχεν,  
ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ *Λ, Μ*, εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ  
*H* τοῦ *Λ*, ὑπερέχει καὶ τὸ *Θ* τοῦ *Μ*, καὶ εἰ ἴσον  
ἔστιν, ἴσον, καὶ εἰ ἐλλείπει, ἐλλείπει. πάλιν, ἐπεὶ  
ἔστιν ὥς τὸ *Γ* πρὸς τὸ *Δ*, οὕτως τὸ *E* πρὸς τὸ *Z*,  
20 καὶ εἰληπται τῶν *Γ, E* ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ *Θ, K*,  
τῶν δὲ *Δ, Z* ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια  
τὰ *Μ, Ν*, εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ *Θ* τοῦ *Μ*, ὑπερέχει  
καὶ τὸ *K* τοῦ *Ν*, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἑλαττον,  
ἑλαττον. ἀλλὰ εἰ ὑπερεῖχε τὸ *Θ* τοῦ *Μ*, ὑπερεῖχε  
25 καὶ τὸ *H* τοῦ *Λ*, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἑλαττον,

1. ἔστιν] B, comp. p; ἔστι PFV. 2. ἑλαττον PBVp.  
4. λόγῳ] P m. 1, F, Vm. 1; λόγοι Bp, Pm. 2, φ, Vm. 2.  
6. οὕτω P. 11. Δ, Z] Z, Δ F. ἃ] e corr. F. 12. τὰ]  
τὰ *H, Θ, K* τὰ P, corr. m. 1. 14. μὲν] m. 2 FV. Γ] in  
ras. m. 2 P. 15. *H*] in ras. m. 1 p. δέ] om. φ. B, Δ]  
*H, Δ* φ (non F). ἄλλα ἰσάκεις πολλαπλάσια ἃ ἔτυχε V. ἃ]



maiores habet rationem, id maius est; et ad quod idem maiores habet rationem, id minus est; quod erat demonstrandum.

## XI.

Quae eidem rationi aequales sunt rationes, etiam inter se aequales sunt.

Sit enim  $A : B = \Gamma : \Delta$  et  $\Gamma : \Delta = E : Z$ . dico,

$A$  |——|  $\Gamma$  |——|  $E$  |——| esse  $A : B = E : Z$ .  
 $B$  |——|  $\Delta$  |——|  $Z$  |——| sumantur enim  
 $H$  |——|——|  $\Theta$  |——|——|  $K$  |——| magnitudinum  $A$ ,  
 $A$  |——|——|  $M$  |——|——|  $N$  |——|  $\Gamma$ ,  $E$  aequae multi-  
plices  $H$ ,  $\Theta$ ,  $K$  et magnitudinum  $B$ ,  $\Delta$ ,  $Z$  aliae quaevis  
aeque multiplices  $A$ ,  $M$ ,  $N$ .

et quoniam  $A : B = \Gamma : \Delta$ , et sumptae sunt magnitudinum  $A$ ,  $\Gamma$  aequae multiplices  $H$ ,  $\Theta$  et magnitudinum  $B$ ,  $\Delta$  aliae quaevis aequae multiplices  $A$ ,  $M$ , si  $H$  magnitudinem  $A$  superat, etiam  $\Theta$  magnitudinem  $M$  superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [def. 5]. rursus quoniam  $\Gamma : \Delta = E : Z$ , et sumptae sunt magnitudinum  $\Gamma$ ,  $E$  aequae multiplices  $\Theta$ ,  $K$  et magnitudinum  $\Delta$ ,  $Z$  aliae quaevis aequae multiplices  $M$ ,  $N$ , si  $\Theta$  magnitudinem  $M$  superat, etiam  $K$  magnitudinem  $N$  superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [def. 5]. sed si  $\Theta$  magnitudinem  $M$  superabat, etiam  $H$  magnitudinem  $A$  superabat<sup>1)</sup>,

1) Imperfectum recte se habet; refertur enim ad ea, quae iam lin. 16 sq. dicta sunt; cfr. p. 50, 13.

m. 2 F. 17.  $H$ ] in ras m. 2 V. 20.  $\tau\omega\nu \mu\acute{\epsilon}\nu$  P.  $K$ ,  $\Theta$  p.  
21.  $\Delta$ ]  $K$ ,  $\Delta$  F, sed corr.  $\tilde{\alpha}$ ] m. 2 F. 22.  $\tau\omicron\upsilon$ ] m. 2 V.  
24.  $\acute{\alpha}\lambda\lambda\acute{\alpha} \epsilon\iota$  — 25:  $\acute{\epsilon}\lambda\alpha\tau\tau\omicron\nu$  (alt.)] mg. m. 2 FV ( $\acute{\alpha}\lambda\lambda'$ ). 24.  
 $\upsilon\pi\epsilon\rho\epsilon\iota\chi\epsilon$ ]  $\upsilon\pi\epsilon\rho\epsilon\iota\chi\epsilon\nu$  corr. ex  $\upsilon\pi\epsilon\rho\acute{\epsilon}\chi\epsilon\iota$  m. 1 P;  $\upsilon\pi\epsilon\rho\acute{\epsilon}\chi\epsilon\iota$  BFVp.  
 $\upsilon\pi\epsilon\rho\epsilon\iota\chi\epsilon$ ] p;  $\upsilon\pi\epsilon\rho\epsilon\iota\chi\epsilon\nu$  PB;  $\upsilon\pi\epsilon\rho\acute{\epsilon}\chi\epsilon\iota$  FV.

ἐλαττον· ὥστε καὶ εἰ ὑπερέχει τὸ  $H$  τοῦ  $A$ , ὑπερέχει καὶ τὸ  $K$  τοῦ  $N$ , καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἐλαττον, ἐλαττον. καὶ ἐστὶ τὰ μὲν  $H, K$  τῶν  $A, E$  ἰσάκεις πολλαπλάσια, τὰ δὲ  $A, N$  τῶν  $B, Z$  ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, 5 ἰσάκεις πολλαπλάσια· ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ  $A$  πρὸς τὸ  $B$ , οὕτως τὸ  $E$  πρὸς τὸ  $Z$ .

Οἱ ἄρα τῷ αὐτῷ λόγῳ οἱ αὐτοὶ καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιβ'.

10 Ἐὰν ἡ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἐστὶ ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἐπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἐπόμενα.

Ἐστωσαν ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον τὰ  $A, B, \Gamma$ , 15  $\Delta, E, Z$ , ὡς τὸ  $A$  πρὸς τὸ  $B$ , οὕτως τὸ  $\Gamma$  πρὸς τὸ  $\Delta$ , καὶ τὸ  $E$  πρὸς τὸ  $Z$ · λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ  $A$  πρὸς τὸ  $B$ , οὕτως τὰ  $A, \Gamma, E$  πρὸς τὰ  $B, \Delta, Z$ .

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν  $A, \Gamma, E$  ἰσάκεις πολλαπλά- 20 σια τὰ  $H, \Theta, K$ , τῶν δὲ  $B, \Delta, Z$  ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ  $A, M, N$ .

Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ  $A$  πρὸς τὸ  $B$ , οὕτως τὸ  $\Gamma$  πρὸς τὸ  $\Delta$ , καὶ τὸ  $E$  πρὸς τὸ  $Z$ , καὶ εἰληπται τῶν μὲν  $A, \Gamma, E$  ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ  $H, \Theta, K$  τῶν δὲ  $B, \Delta, Z$  ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια 25 τὰ  $A, M, N$ , εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ  $H$  τοῦ  $A$ , ὑπερέχει καὶ τὸ  $\Theta$  τοῦ  $M$ , καὶ τὸ  $K$  τοῦ  $N$ , καὶ εἰ ἴσον, ἴσον,

XII. Eutocius in Archim. III p. 136, 25.

2. ἔλασσον, ἔλασσον V. 4.  $Z] \Delta P$ . ἄ] supra F. 7. λόγῳ] P; λόγοι BFV p. 16. ἐστίν] om. F. 17. τὰ] τό F. τὰ]

et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor. quare, si  $H$  magnitudinem  $A$  superat, etiam  $K$  magnitudinem  $N$  superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor. et  $H, K$  magnitudinum  $A, E$  aequae multiplices sunt, et  $A, N$  magnitudinum  $B, Z$  aliae quaevis aequae multiplices; erit igitur  $A : B = E : Z$  [def. 5].

Ergo quae eidem rationi aequales sunt rationes, etiam inter se aequales sunt; quod erat demonstrandum.

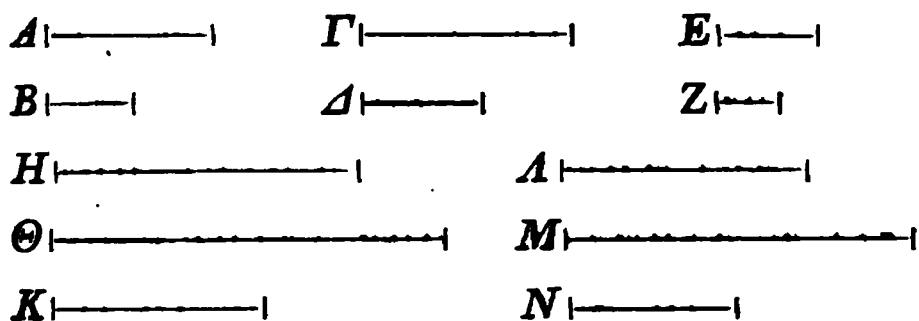
## XII.

Si quotlibet magnitudines proportionales sunt, erit ut una praecedentium ad unam sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes.

Sint quotlibet magnitudines proportionales  $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$ , ita ut sit  $A : B = \Gamma : \Delta = E : Z$ . dico, esse

$$A : B = A + \Gamma + E : B + \Delta + Z.$$

sumantur enim magnitudinum  $A, \Gamma, E$  aequae multi-



plices  $H, \Theta, K$  et magnitudinum  $B, \Delta, Z$  aliae quaevis aequae multiplices  $A, M, N$ . et quoniam est  $A : B = \Gamma : \Delta = E : Z$ , et sumptae sunt magnitudinum  $A, \Gamma, E$  aequae multiplices  $H, \Theta, K$  et magnitudinum  $B, \Delta, Z$  aliae quaevis aequae multiplices  $A, M, N$ , si  $H$  magnitudinem  $A$  superat, etiam  $\Theta$  magnitudinem  $M$  superat

$\tau\acute{o}$  F, sed corr. B] postea insert. F. 19. &] m. 2 F. 23.  
 $\mu\acute{\epsilon}\nu$ ] om. Bp. 24. &] m. 2 F. 25. H] in ras. F.

καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. ὥστε καὶ εἰ ὑπερέχει τὸ  
 $H$  τοῦ  $A$ , ὑπερέχει καὶ τὰ  $H, \Theta, K$  τῶν  $A, M, N$ ,  
καὶ εἰ ἴσον, ἴσα, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττονα. καὶ ἐστὶ  
τὸ μὲν  $H$  καὶ τὰ  $H, \Theta, K$  τοῦ  $A$  καὶ τῶν  $A, \Gamma, E$   
5 ἰσάκεις πολλαπλάσια, ἐπειδήπερ ἐὰν ἡ ὀποσαοῦν μεγέθη  
ὀποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος ἕκαστον ἐκάστου  
ἰσάκεις πολλαπλάσιον, ὅσαπλάσιόν ἐστὶν ἐν τῶν. μεγε-  
θῶν ἐνός, τοσανταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν  
πάντων. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ  $A$  καὶ τὰ  $A, M, N$   
10 τοῦ  $B$  καὶ τῶν  $B, \Delta, Z$  ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσια·  
ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ  $A$  πρὸς τὸ  $B$ , οὕτως τὰ  $A, \Gamma, E$   
πρὸς τὰ  $B, \Delta, Z$ .

Ἐὰν ἄρα ἡ ὀποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἔσται  
ὡς ἐν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἐν τῶν ἐπομένων, οὕτως  
15 ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἐπόμενα· ὅπερ  
ἔδει δεῖξαι.

ιγ'.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχη  
λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ  
20 πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχη ἢ πέμπτον  
πρὸς ἕκτον, καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα  
λόγον ἔξει ἢ πέμπτον πρὸς ἕκτον.

Πρῶτον γὰρ τὸ  $A$  πρὸς δεύτερον τὸ  $B$  τὸν αὐτὸν  
ἔχέτω λόγον καὶ τρίτον τὸ  $\Gamma$  πρὸς τέταρτον τὸ  $\Delta$ ,  
25 τρίτον δὲ τὸ  $\Gamma$  πρὸς τέταρτον τὸ  $\Delta$  μείζονα λόγον  
ἔχέτω ἢ πέμπτον τὸ  $E$  πρὸς ἕκτον τὸ  $Z$ . λέγω, ὅτι  
καὶ πρῶτον τὸ  $A$  πρὸς δεύτερον τὸ  $B$  μείζονα λόγον  
ἔξει ἢ περ πέμπτον τὸ  $E$  πρὸς ἕκτον τὸ  $Z$ .

1. ἔλασσον ἔλασσον V. 2. τὰ] τό P. τῶν] τοῦ P.  
3. ἴσα] ἴσον PBr. ἔλασσον ἔλασσον P; ἔλαττον ἔλαττον Br.  
5. ἐὰν] ἄν P. 6. ἴσων] ἴσον BF. 7. πολλαπλάσια V.  
10. τοῦ B] litt. B e corr. F. ἐστὶ] ἔσται p. 11. τὰ] τό

et  $K$  magnitudinem  $N$ , et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [def. 5]. quare, si  $H$  magnitudinem  $A$  superat, etiam  $H + \Theta + K$  magnitudines  $A + M + N$  superant, et si aequalis, aequales sunt, et si minor, minores. iam  $H$  magnitudinis  $A$  et  $H + \Theta + K$  magnitudinum  $A + \Gamma + E$  aequae multiplices sunt, quoniam si datae sunt quotuis magnitudines quotuis magnitudinum numero aequalium singulae singularum aequae multiplices, quoties multiplex est una magnitudo unius, toties etiam omnes omnium erunt multiplices [prop. I]. eadem de causa etiam  $A$  magnitudinis  $B$  et  $A + M + N$  magnitudinum  $B + \Delta + Z$  aequae multiplices sunt. itaque

$$A : B = A + \Gamma + E : B + \Delta + Z \text{ [def. 5].}$$

Ergo si quotlibet magnitudines proportionales sunt, erit ut una praecedentium ad unam sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes; quod erat demonstrandum.

### XIII.

Si prima ad secundam et tertia ad quartam eandem rationem habet, tertia autem ad quartam maiorem rationem habet quam quinta ad sextam, etiam prima ad secundam maiorem rationem habebit quam quinta ad sextam.

$A$  |——|       $\Gamma$  |——|       $M$  |——|——|       $H$  |——|——|——|  
 $B$  |——|       $\Delta$  |——|       $N$  |——|——|       $K$  |——|——|——|

Sit enim  $A : B = \Gamma : \Delta$  et  $\Gamma : \Delta > E : Z$ . dico, esse etiam  $A : B > E : Z$ .

---

FV. 12.  $\tau\acute{\alpha}$ ]  $\tau\acute{o}$  F. 15.  $\alpha\pi\alpha\nu\tau\alpha$ ] (alt.)  $\pi\acute{\alpha}\nu\tau\alpha$  P. 20.  $\eta$ ] P;  $\eta\pi\epsilon\rho$  BFVp. 22.  $\eta$ ] P;  $\eta\pi\epsilon\rho$  BFVp. 23.  $\mu\grave{\epsilon}\nu$  γάρ P. τὸν B F. 26.  $\eta$ ] P, Fm. 1;  $\eta\pi\epsilon\rho$  BVp, Fm. 2. 28.  $\xi\grave{\xi}\epsilon\iota$ ]  $\xi\chi\epsilon\iota$  P.  $\eta\pi\epsilon\rho$  τὸ E πρὸς τὸ Z P.

Ἐπεὶ γὰρ ἔστι τινὰ τῶν μὲν Γ, Ε ἰσάκεις πολλα-  
 πλάσια, τῶν δὲ Δ, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλα-  
 πλάσια, καὶ τὸ μὲν τοῦ Γ πολλαπλάσιον τοῦ τοῦ Δ  
 πολλαπλασίον ὑπερέχει, τὸ δὲ τοῦ Ε πολλαπλάσιον  
 5 τοῦ τοῦ Ζ πολλαπλασίον οὐχ ὑπερέχει, εἰλήφθω,  
 καὶ ἔστω τῶν μὲν Γ, Ε ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ Η, Θ,  
 τῶν δὲ Δ, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια  
 τὰ Κ, Λ, ὥστε τὸ μὲν Η τοῦ Κ ὑπερέχειν, τὸ δὲ Θ  
 τοῦ Λ μὴ ὑπερέχειν· καὶ ὅσαπλάσιον μὲν ἔστι τὸ  
 10 Η τοῦ Γ, τοσαυταπλάσιον ἔστω καὶ τὸ Μ τοῦ Α,  
 ὅσαπλάσιον. δὲ τὸ Κ τοῦ Δ, τοσαυταπλάσιον ἔστω  
 καὶ τὸ Ν τοῦ Β.

Καὶ ἐπεὶ ἔστιν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ  
 πρὸς τὸ Δ, καὶ εἰληπται τῶν μὲν Α, Γ ἰσάκεις πολλα-  
 15 πλάσια τὰ Μ, Η, τῶν δὲ Β, Δ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσά-  
 κεις πολλαπλάσια τὰ Ν, Κ, εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ Μ  
 τοῦ Ν, ὑπερέχει καὶ τὸ Η τοῦ Κ, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον,  
 καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. ὑπερέχει δὲ τὸ Η τοῦ Κ·  
 ὑπερέχει ἄρα καὶ τὸ Μ τοῦ Ν. τὸ δὲ Θ τοῦ Λ οὐχ  
 20 ὑπερέχει· καὶ ἔστι τὰ μὲν Μ, Θ τῶν Α, Ε ἰσάκεις  
 πολλαπλάσια, τὰ δὲ Ν, Λ τῶν Β, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν,  
 ἰσάκεις πολλαπλάσια· τὸ ἄρα Α πρὸς τὸ Β μείζονα  
 λόγον ἔχει ἢ περὶ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ.

Ἐὰν ἄρα πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχη

1. Post γὰρ add. Theon: τὸ Γ πρὸς τὸ Δ μείζονα λόγον  
 ἔχει ἢ περὶ τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ (BFVp); om. P. 2. τῶν δὲ Δ, Ζ  
 — πολλαπλάσια] mg. m. 1 F. 3. τό] corr. ex τά m. 1 V.  
 τοῦ] (alt.) postea insert. m. 2 F. 7. ἃ] supra F. 8.  
 Ante ὑπερέχειν ras. 2 litt. V. 9. μή] P; οὐ μή F; οὐχ  
 BVp. 15. ἃ] supra m. 2 F. 20. τά] corr. ex τό m. 1 V.  
 Α] in ras. P. 21. τὰ δέ — 22: πολλαπλάσια] om. F. 22.  
 τὸ ἄρα Α πρὸς τὸ Β] in ras. m. 2 F, seq. uestig. 12 litt.  
 24. ἔχει V.

nam quoniam sunt quaedam<sup>1)</sup> magnitudinum  $\Gamma$ ,  $E$   
 $E$  |—————| aequae multiplices, magnitudi-  
 $Z$  |———| num autem  $\Delta$ ,  $Z$  aliae quaeuis  
 $\Theta$  |—————|—————| aequae multiplices, et multiplex  
 $A$  |—————|—————| magnitudinis  $\Gamma$  multiplicem  
magnitudinis  $\Delta$  superat, mul-  
tiplex autem magnitudinis  $E$  multiplicem magnitudinis  
 $Z$  non superat [def. 7], sumantur, et sint magnitudinum  
 $\Gamma$ ,  $E$  aequae multiplices  $H$ ,  $\Theta$ , magnitudinum autem  $\Delta$ ,  $Z$   
aliae quaeuis aequae multiplices  $K$ ,  $A$ , ita ut  $H$  magnitu-  
dinem  $K$  superet,  $\Theta$  autem magnitudinem  $A$  non superet.  
et quoties multiplex est  $H$  magnitudinis  $\Gamma$ , toties  
multiplex sit  $M$  magnitudinis  $A$ , quoties autem multi-  
plex est  $K$  magnitudinis  $\Delta$ , toties multiplex sit  $N$   
magnitudinis  $B$ . et quoniam est  $A : B = \Gamma : \Delta$ , et  
sumptae sunt magnitudinum  $A$ ,  $\Gamma$  aequae multiplices  
 $M$ ,  $H$ , magnitudinum autem  $B$ ,  $\Delta$  aliae quaeuis aequae  
multiplices  $N$ ,  $K$ , si  $M$  magnitudinem  $N$  superat,  
etiam  $H$  magnitudinem  $K$  superat, et si aequalis,  
aequalis est, et si minor, minor [def. 5]. uerum  $H$   
magnitudinem  $K$  superat; quare etiam  $M$  magnitu-  
dinem  $N$  superat.  $\Theta$  autem magnitudinem  $A$  non  
superat. et  $M$ ,  $\Theta$  magnitudinum  $A$ ,  $E$  aequae multi-  
plices sunt,  $N$ ,  $A$  autem magnitudinum  $B$ ,  $Z$  aliae  
quaeuis aequae multiplices.<sup>2)</sup> itaque

$$A : B > E : Z.$$

Ergo si prima ad secundam et tertia ad quar-  
tam eandem rationem habet, tertia autem ad quar-

1) μέν et δέ lin. 1—2 inusitate quidem posita sunt,  
neque tamen ita, ut ferri nequeant.

2) Cfr. lin. 6—8 cum lin. 9 sq.

λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχη ἢ πέμπτον πρὸς ἕκτον, καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἔξει ἢ πέμπτον πρὸς ἕκτον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

ιδ'.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχη λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μείζον ἢ, καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μείζον ἔσται, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον.

Πρῶτον γὰρ τὸ  $A$  πρὸς δεύτερον τὸ  $B$  τὸν αὐτὸν ἔχέτω λόγον καὶ τρίτον τὸ  $\Gamma$  πρὸς τέταρτον τὸ  $\Delta$ , μείζον δὲ ἔστω τὸ  $A$  τοῦ  $\Gamma$ . λέγω, ὅτι καὶ τὸ  $B$  τοῦ  $\Delta$  μείζον ἔστιν.

15 Ἐπεὶ γὰρ τὸ  $A$  τοῦ  $\Gamma$  μείζον ἔστιν, ἄλλο δέ, ὃ ἔτυχεν, [μέγεθος] τὸ  $B$ , τὸ  $A$  ἄρα πρὸς τὸ  $B$  μείζονα λόγον ἔχει ἢπερ τὸ  $\Gamma$  πρὸς τὸ  $B$ . ὥς δὲ τὸ  $A$  πρὸς τὸ  $B$ , οὕτως τὸ  $\Gamma$  πρὸς τὸ  $\Delta$ . καὶ τὸ  $\Gamma$  ἄρα πρὸς τὸ  $\Delta$  μείζονα λόγον ἔχει ἢπερ τὸ  $\Gamma$  πρὸς τὸ  $B$ .  
20 πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλασσόν ἔστιν· ἔλασσον ἄρα τὸ  $\Delta$  τοῦ  $B$ . ὥστε μείζον ἔστι τὸ  $B$  τοῦ  $\Delta$ .

Ὅμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἴσον ἢ τὸ  $A$  τῷ  $\Gamma$ , ἴσον ἔσται καὶ τὸ  $B$  τῷ  $\Delta$ , καὶ ἔλασσον ἢ τὸ  $A$   
25 τοῦ  $\Gamma$ , ἔλασσον ἔσται καὶ τὸ  $B$  τοῦ  $\Delta$ .

Ἐὰν ἄρα πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχη λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μείζον ἢ, καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μείζον ἔσται, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον· ὅπερ  
30 ἔδει δεῖξαι.



tam maiorem rationem habet quam quinta ad sextam, etiam prima ad secundam maiorem rationem habebit quam quinta ad sextam; quod erat demonstrandum.

## XIV.

Si prima ad secundam et tertia ad quartam eandem rationem habet, prima autem tertia maior est, etiam secunda quarta maior erit, et si aequalis, aequalis erit, et si minor, minor.

$A$  ————  $\Gamma$  ———— Sit enim  $A : B = \Gamma : \Delta$ , et  
 $B$  ————  $\Delta$  ————  $A > \Gamma$ . dico, esse etiam  $B > \Delta$ .

nam quoniam est  $A > \Gamma$ , et alia quaevis magnitudo est  $B$ , erit  $A : B > \Gamma : B$  [prop. VIII]. uerum  $A : B = \Gamma : \Delta$ . quare etiam  $\Gamma : \Delta > \Gamma : B$ . sed ad quod idem maiorem rationem habet, id minus est [prop. X]. itaque  $B > \Delta$ .

similiter demonstrabimus, si  $A = \Gamma$ , esse etiam  $B = \Delta$ , et si  $A < \Gamma$ , esse etiam  $B < \Delta$ .

Ergo si prima ad secundam et tertia ad quartam eandem rationem habet, prima autem tertia maior est, etiam secunda quarta maior erit, et si aequalis, aequalis erit, et si minor, minor; quod erat demonstrandum.

2. τὸ τέταρτον B. ἔχει V φ. ἥπερ V φ. 3. ἥπερ V φ.  
 9. καὶ] καὶ ἄν V. καὶ] καὶ ἄν V φ. 13. A] Δ φ.  
 15. μείζον ἐστὶ τὸ A τοῦ Γ P. τό] corr. ex τοῦ V. τοῦ]  
 corr. ex τό V. 16. ἔτυχε V p. μέγεθος] om. P. 20. ὅ]  
 m. 2 P. ἔλαττον F. 21. ἔλαττον F. 23. ἥ] supra m. 1 F. 24.  
 καὶ] καί, supra scr. ἔάν m. 2 V. ἔλαττον F. 25. ἔλατ-  
 τον F. καί] om. V. 26. πρῶτον] -τον in ras. m. 2 V. 29.  
 ἔλασσον ἔλασσον p.

ιε'.

Τὰ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ληφθέντα κατάλληλα.

Ἐστω γὰρ ἰσάκεις πολλαπλάσιον τὸ  $AB$  τοῦ  $\Gamma$  καὶ  
 5 το  $\Delta E$  τοῦ  $Z$ · λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ  $\Gamma$  πρὸς τὸ  $Z$ ,  
 οὕτως τὸ  $AB$  πρὸς τὸ  $\Delta E$ .

Ἐπεὶ γὰρ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ  $AB$  τοῦ  
 $\Gamma$  καὶ τὸ  $\Delta E$  τοῦ  $Z$ , ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ  $AB$  με-  
 γέθῃ ἴσα τῷ  $\Gamma$ , τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ  $\Delta E$  ἴσα τῷ  $Z$ .  
 10 διηγήσθω τὸ μὲν  $AB$  εἰς τὰ τῷ  $\Gamma$  ἴσα τὰ  $AH$ ,  $H\Theta$ ,  
 $\Theta B$ , τὸ δὲ  $\Delta E$  εἰς τὰ τῷ  $Z$  ἴσα τὰ  $\Delta K$ ,  $K\Lambda$ ,  $\Lambda E$ .  
 ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν  $AH$ ,  $H\Theta$ ,  $\Theta B$  τῷ πλῆ-  
 θει τῶν  $\Delta K$ ,  $K\Lambda$ ,  $\Lambda E$ . καὶ ἐπεὶ ἴσα ἐστὶ τὰ  $AH$ ,  
 $H\Theta$ ,  $\Theta B$  ἀλλήλοις, ἔστι δὲ καὶ τὰ  $\Delta K$ ,  $K\Lambda$ ,  $\Lambda E$   
 15 ἴσα ἀλλήλοις, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ  $AH$  πρὸς τὸ  $\Delta K$ ,  
 οὕτως τὸ  $H\Theta$  πρὸς τὸ  $K\Lambda$ , καὶ τὸ  $\Theta B$  πρὸς τὸ  $\Lambda E$ .  
 ἔσται ἄρα καὶ ὡς ἐν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἐν τῶν  
 ἐπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα  
 τὰ ἐπόμενα· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ  $AH$  πρὸς τὸ  $\Delta K$ ,  
 20 οὕτως τὸ  $AB$  πρὸς τὸ  $\Delta E$ . ἴσον δὲ τὸ μὲν  $AH$   
 τῷ  $\Gamma$ , τὸ δὲ  $\Delta K$  τῷ  $Z$ · ἔστιν ἄρα ὡς τὸ  $\Gamma$  πρὸς  
 τὸ  $Z$  οὕτως τὸ  $AB$  πρὸς τὸ  $\Delta E$ .

Τὰ ἄρα μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν  
 αὐτὸν ἔχει λόγον ληφθέντα κατάλληλα· ὅπερ ἔδει  
 25 δεῖξαι.

XV. Pappus V p. 338, 4.

5. ἐστίν] m. 2 F. 7. ἐστίν F. 8. μεγέθει V. 11.  
 εἰς τὰ τῷ  $Z$ ] in ras. m. 2 V.  $Z$ ] seq. ras. 3 litt. V;  $Z$   
 μεγέθει Bp. 12.  $\Theta B$ ]  $\Theta E\Phi$  (non F),  $B\Theta B$ . 13.  $K\Lambda$ ]  
 $H\Lambda$  V. ἴσα ἀλλήλοις V. ἐστίν B. 14. ἀλλήλοις] om. V.

## XV.

Partes et similiter multiplices eandem rationem habent suo ordine sumptae.

Sit enim  $AB$  magnitudinis  $\Gamma$  et  $\Delta E$  magnitudinis  $Z$  aequae multiplex. dico, esse  $\Gamma : Z = AB : \Delta E$ .

nam quoniam  $AB$  magnitudinis  $\Gamma$  et  $\Delta E$  magnitudinis  $Z$  aequae multiplex est, quot sunt in  $AB$  magnitudines magnitudini  $\Gamma$  aequales, tot etiam in  $\Delta E$  sunt magnitudines  $Z$  aequales. diuidatur  $AB$  in partes magnitudini  $\Gamma$  aequales,  $AH, H\Theta, \Theta B$ , et  $\Delta E$  in partes magnitudini  $Z$  aequales,  $\Delta K, K\Lambda, \Lambda E$ . erit igitur numerus magnitudinum  $AH, H\Theta, \Theta B$  numero magnitudinum  $\Delta K, K\Lambda, \Lambda E$  aequalis. et quoniam  $AH = H\Theta = \Theta B$  et  $\Delta K = K\Lambda = \Lambda E$ , erit  $AH : \Delta K = H\Theta : K\Lambda = \Theta B : \Lambda E$  [prop. VII]. quare etiam ut una praecedentium ad unam sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes [prop. XII]. itaque  $AH : \Delta K = AB : \Delta E$ . uerum  $AH = \Gamma$ ,  $\Delta K = Z$ . itaque

$$\Gamma : Z = AB : \Delta E.$$

Ergo partes et similiter multiplices eandem rationem habent suo ordine sumptae; quod erat demonstrandum.

ἐστίν B. δὲ καὶ τὰ] δὴ seq. lacuna φ. 16.  $\Theta B$ ]  $B\Theta$  F.  
 $\Delta E$ ] post ras. 2 litt. P. 21. τό] corr. ex τῶ m. 1 p.  
 $\Delta K$ ]  $\Delta$  in ras. m. 2 P. Z] corr. ex K m. 2 F. 24.  
 ἔξει BFV p.

ις'.

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, καὶ ἐναλλάξ ἀνάλογον ἔσται.

Ἐστω τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον τὰ  $A, B, \Gamma, \Delta$ ,  
ὥς τὸ  $A$  πρὸς τὸ  $B$ , οὕτως τὸ  $\Gamma$  πρὸς τὸ  $\Delta$ . λέγω,  
ὅτι καὶ ἐναλλάξ [ἀνάλογον] ἔσται, ὥς τὸ  $A$  πρὸς τὸ  
 $\Gamma$ , οὕτως τὸ  $B$  πρὸς τὸ  $\Delta$ .

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν  $A, B$  ἰσάκεις πολλαπλάσια  
τὰ  $E, Z$ , τῶν δὲ  $\Gamma, \Delta$  ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλα-  
10 πλάσια τὰ  $H, \Theta$ .

Καὶ ἐπεὶ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ  $E$  τοῦ  $A$   
καὶ τὸ  $Z$  τοῦ  $B$ , τὰ δὲ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλα-  
σίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἔστιν ἄρα ὥς τὸ  $A$  πρὸς  
τὸ  $B$ , οὕτως τὸ  $E$  πρὸς τὸ  $Z$ . ὥς δὲ τὸ  $A$  πρὸς τὸ  
15  $B$ , οὕτως τὸ  $\Gamma$  πρὸς τὸ  $\Delta$ . καὶ ὥς ἄρα τὸ  $\Gamma$  πρὸς  
τὸ  $\Delta$ , οὕτως τὸ  $E$  πρὸς τὸ  $Z$ . πάλιν, ἐπεὶ τὰ  $H, \Theta$   
τῶν  $\Gamma, \Delta$  ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσια, ἔστιν ἄρα ὥς τὸ  
 $\Gamma$  πρὸς τὸ  $\Delta$ , οὕτως τὸ  $H$  πρὸς τὸ  $\Theta$ . ὥς δὲ τὸ  $\Gamma$   
πρὸς τὸ  $\Delta$ , [οὕτως] τὸ  $E$  πρὸς τὸ  $Z$ . καὶ ὥς ἄρα τὸ  
20  $E$  πρὸς τὸ  $Z$ , οὕτως τὸ  $H$  πρὸς τὸ  $\Theta$ . ἐὰν δὲ τέσ-  
σσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου  
μεῖζον ᾗ, καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μεῖζον ἔσται,  
κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον. εἰ ἄρα ὑπερ-  
έχει τὸ  $E$  τοῦ  $H$ , ὑπερέχει καὶ τὸ  $Z$  τοῦ  $\Theta$ , καὶ εἰ  
25 ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καί ἐστι τὰ μὲν  
 $E, Z$  τῶν  $A, B$  ἰσάκεις πολλαπλάσια, τὰ δὲ  $H, \Theta$  τῶν

6. ἀνάλογον] om. P. ἔσται] ἐστίν P. τό] (alt.) om. F.  
8. γάρ] supra F. 9. ἄ] supra F. 11. ἐστὶ] om. Bp.  
πολλαπλάσιον] -ον in ras. P. 13. λόγον] P; λόγον ληφ-  
θέντα κατάλληλα Theon (BFVp). 15. οὕτως] supra p; om. B.  
16. Z] corr. ex  $\Xi$  m. 2 V. H,  $\Theta$ ]  $\Theta, H$  Bp. 17. πολλα-

## XVI.

Si quattuor magnitudines proportionales sunt, etiam permutando proportionales erunt.

Sint quattuor magnitudines proportionales  $A, B, \Gamma, \Delta$ , ita ut sit  $A : B = \Gamma : \Delta$ .

$A$  |——|

$\Gamma$  |——|

$B$  |——|

$\Delta$  |——|

$E$  |——|——|——|  $H$  |——|——|

$Z$  |——|——|  $\Theta$  |——|——|

dico, etiam permutando esse  
 $A : \Gamma = B : \Delta$ .

sumantur enim magnitudinum  $A, B$  aequae multiplices

$E, Z$ , magnitudinum autem  $\Gamma, \Delta$  aliae quaevis aequae multiplices  $H, \Theta$ .

et quoniam  $E$  magnitudinis  $A$  et  $Z$  magnitudinis  $B$  aequae multiplex est, partes autem et similiter multiplices eandem rationem habent suo ordine sumptae [prop. XV], erit  $A : B = E : Z$ . uerum  $A : B = \Gamma : \Delta$ . quare etiam  $\Gamma : \Delta = E : Z$  [prop. XI]. rursus quoniam  $H, \Theta$  magnitudinum  $\Gamma, \Delta$  aequae multiplices sunt, erit  $\Gamma : \Delta = H : \Theta$  [prop. XV]. uerum  $\Gamma : \Delta = E : Z$ . itaque etiam  $E : Z = H : \Theta$  [prop. XI]. si autem quattuor magnitudines proportionales sunt, et prima maior est tertia, etiam secunda maior erit quarta, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [prop. XIV]. itaque si  $E$  magnitudinem  $H$  superat, etiam  $Z$  magnitudinem  $\Theta$  superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor. et  $E, Z$  magnitudinum  $A, B$

πλάσια] seq. τὰ δὲ μέρη τοῖς ὡσανύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐ-  
τὸν ἔχει λόγον ληφθέντα κατάλληλα Bp. 18.  $\Gamma$ ] in ras.  
m. 1 p. ὡς δέ] ἄλλ' ὡς F. 19. οὕτως] om. P. 20. τό]  
(alt.) e corr. V. 23. ἔλασσον, ἔλασσον V. 24.  $\Theta$ ] seq. ras.  
1 litt. V. καὶ εἰ] καὶ Theon (BFVp). 25. καὶ εἰ] καὶ  
Theon (BFVp). ἐστὶν F. 26. τὰ δέ — p. 48, 1: πολλα-  
πλάσια] mg. m. rec. p.

Γ, Δ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Β πρὸς τὸ Δ.

Ἐὰν ἄρα τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, καὶ ἐναλλάξ ἀνάλογον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

ιζ'.

Ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

Ἐστω συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον τὰ ΑΒ, ΒΕ, ΓΔ, ΔΖ, ὡς τὸ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΕ, οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς  
10 τὸ ΔΖ· λέγω, ὅτι καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται, ὡς τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΕΒ, οὕτως τὸ ΓΖ πρὸς τὸ ΔΖ.

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν ΑΕ, ΕΒ, ΓΖ, ΖΔ ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ ΗΘ, ΘΚ, ΑΜ, ΜΝ, τῶν δὲ ΕΒ, ΖΔ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ ΚΞ, ΝΠ.

15 Καὶ ἐπεὶ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΗΘ τοῦ ΑΕ καὶ τὸ ΘΚ τοῦ ΕΒ, ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΗΘ τοῦ ΑΕ καὶ τὸ ΗΚ τοῦ ΑΒ. ἰσάκεις δέ ἐστι πολλαπλάσιον τὸ ΗΘ τοῦ ΑΕ καὶ τὸ ΑΜ τοῦ ΓΖ· ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΗΚ τοῦ  
20 ΑΒ καὶ τὸ ΑΜ τοῦ ΓΖ. πάλιν, ἐπεὶ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΜ τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΜΝ τοῦ ΖΔ, ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΑΜ τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΑΝ τοῦ ΓΔ. ἰσάκεις δὲ ᾗν πολλαπλάσιον τὸ ΑΜ τοῦ ΓΖ καὶ τὸ ΗΚ τοῦ ΑΒ· ἰσάκεις ἄρα ἐστὶ πολ-  
25 λαπλάσιον τὸ ΗΚ τοῦ ΑΒ καὶ τὸ ΑΝ τοῦ ΓΔ. τὰ ΗΚ, ΑΝ ἄρα τῶν ΑΒ, ΓΔ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσια.

1. ἃ] supra m. 2 F. 11. ΕΒ] ΒΕ Bp, et V e corr.  
τὸ ΔΖ] τὸ ΖΔ F, V m. 2; ΔΖ P. 12. ΕΒ] supra m.  
2 F. 17. ΗΚ] Η in ras. m. 1 V. ΑΒ] Α e corr. m. 2 V.  
18. ΑΜ] in ras. m. 2 V. 19. ΓΖ] Γ in ras. m. 2 V.

aeque multiplices sunt, et  $H, \Theta$  magnitudinum  $\Gamma, \Delta$  aliae quaevis aequae multiplices; itaque  $A : \Gamma = B : \Delta$ .

Ergo si quattuor magnitudines proportionales sunt, etiam permutando proportionales erunt; quod erat demonstrandum.

## XVII.

Si compositae magnitudines proportionales sunt, etiam dirimendo proportionales erunt.

Sint compositae magnitudines proportionales  $AB, BE, \Gamma\Delta, \Delta Z$ , ita ut sit  $AB : BE = \Gamma\Delta : \Delta Z$ . dico, etiam dirimendo esse  $AE : EB = \Gamma Z : \Delta Z$ .

sumantur enim magnitudinum  $AE, EB, \Gamma Z, Z\Delta$  aequae multiplices  $H\Theta, \Theta K, \Lambda M, MN$  et magnitudinum  $EB, Z\Delta$  aliae quaevis aequae multiplices  $K\Xi, N\Pi$ . et quoniam  $H\Theta$  magnitudinis  $AE$  et  $\Theta K$  magnitudinis  $EB$  aequae multiplex est, erit  $H\Theta$  magnitudinis  $AE$  et  $HK$  magnitudinis  $AB$  aequae multiplex [prop. I]. uerum  $H\Theta$  magnitudinis  $AE$  et  $\Lambda M$  magnitudinis  $\Gamma Z$  aequae multiplex est. itaque  $HK$  magnitudinis  $AB$  et  $\Lambda M$  magnitudinis  $\Gamma Z$  aequae multiplex est. rursus quoniam  $\Lambda M$  magnitudinis  $\Gamma Z$  et  $MN$  magnitudinis  $Z\Delta$  aequae multiplex est, erit  $\Lambda M$  magnitudinis  $\Gamma Z$  et  $\Lambda N$  magnitudinis  $\Gamma\Delta$  aequae multiplex [prop. I]. erat autem  $\Lambda M$  magnitudinis  $\Gamma Z$  et  $HK$  magnitudinis  $AB$  aequae multiplex. itaque  $HK$  magnitudinis  $AB$  et  $\Lambda N$  magnitudinis  $\Gamma\Delta$  aequae multiplex est.

$\alpha\varphi\alpha$ ] in ras. m. 2 V.  $HK$ ]  $K$  in ras. m. 2 V;  $\Lambda M$  P.  
 20.  $AB$ ]  $B$  in ras. m. 2 V;  $\Gamma Z$  P.  $\Lambda M$ ]  $HK$  P.  $\Gamma Z$ ]  $AB$  P.  
 $\pi\acute{\alpha}\lambda\iota\nu \acute{\epsilon}\pi\epsilon\iota$  — 21:  $\tau\omicron\upsilon \Gamma Z$ ] mg. m. rec. B; om. p.  
 21.  $Z\Delta$ ]  $\Delta Z$  BV p. 23.  $\Lambda N$ ]  $\Lambda H$  V e corr. m. 2. 24.  $\tau\omicron\upsilon$ ] (prius) bis p.  $AB$ ] eras. p.

πάλιν, ἐπεὶ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλασίον τὸ  $\Theta K$  τοῦ  $EB$   
 καὶ τὸ  $MN$  τοῦ  $Z\Delta$ , ἐστὶ δὲ καὶ τὸ  $K\Xi$  τοῦ  $EB$   
 ἰσάκεις πολλαπλάσιον καὶ τὸ  $N\Pi$  τοῦ  $Z\Delta$ , καὶ συν-  
 τεθὲν τὸ  $\Theta\Xi$  τοῦ  $EB$  ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιον καὶ  
 5 τὸ  $M\Pi$  τοῦ  $Z\Delta$ . Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ  $AB$  πρὸς τὸ  
 $BE$ , οὕτως τὸ  $\Gamma\Delta$  πρὸς τὸ  $\Delta Z$ , καὶ εἴληπται τῶν μὲν  
 $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ  $HK$ ,  $\Lambda N$ , τῶν δὲ  
 $EB$ ,  $Z\Delta$  ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ  $\Theta\Xi$ ,  $M\Pi$ , εἰ ἄρα  
 ὑπερέχει τὸ  $HK$  τοῦ  $\Theta\Xi$ , ὑπερέχει καὶ τὸ  $\Lambda N$  τοῦ  
 10  $M\Pi$ , καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. ὑπερ-  
 εχέτω δὴ τὸ  $HK$  τοῦ  $\Theta\Xi$ , καὶ κοινοῦ ἀφαιρεθέντος  
 τοῦ  $\Theta K$  ὑπερέχει ἄρα καὶ τὸ  $H\Theta$  τοῦ  $K\Xi$ . ἄλλα  
 εἰ ὑπερεῖχε τὸ  $HK$  τοῦ  $\Theta\Xi$ , ὑπερεῖχε καὶ τὸ  $\Lambda N$  τοῦ  
 $M\Pi$ . ὑπερέχει ἄρα καὶ τὸ  $\Lambda N$  τοῦ  $M\Pi$ , καὶ κοινοῦ  
 15 ἀφαιρεθέντος τοῦ  $MN$  ὑπερέχει καὶ τὸ  $\Lambda M$  τοῦ  $N\Pi$ .  
 ὥστε εἰ ὑπερέχει τὸ  $H\Theta$  τοῦ  $K\Xi$ , ὑπερέχει καὶ τὸ  $\Lambda M$   
 τοῦ  $N\Pi$ . ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἴσον ἢ τὸ  $H\Theta$   
 τῷ  $K\Xi$ , ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ  $\Lambda M$  τῷ  $N\Pi$ , καὶ ἔλαττον,  
 ἔλαττον. καὶ ἐστὶ τὰ μὲν  $H\Theta$ ,  $\Lambda M$  τῶν  $AE$ ,  $\Gamma Z$   
 20 ἰσάκεις πολλαπλάσια, τὰ δὲ  $K\Xi$ ,  $N\Pi$  τῶν  $EB$ ,  $Z\Delta$   
 ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια· ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ  
 $AE$  πρὸς τὸ  $EB$ , οὕτως τὸ  $\Gamma Z$  πρὸς τὸ  $Z\Delta$ .

Ἐὰν ἄρα συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ἦ, καὶ διαι-  
 ρεθέντα ἀνάλογον ἐστὶ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. ἐστὶν FV. 3.  $Z\Delta$ ]  $ZB$  F. 4. τό] ἄρα τό Bp; ἄρα  
 add. m. 2 F. 6.  $\Delta Z$ ]  $Z\Delta$  BVp. 7.  $\Lambda N$ ] e corr. m. 2 V.  
 8.  $Z\Delta$ ]  $\Delta Z$  P. Seq. in Bp: ἄλλα ἃ ἔτυχεν; idem V m. 2,  
 et F in ras. m. 2 (om ἃ), sed omisso ἰσάκεις (fuit in mg. m.  
 2, sed euan.). 10. ἔλασσον, ἔλασσον p. 12. ἀλλά] ἀλλ' FV.  
 13. ὑπερεῖχε] PVp; ὑπερεῖχεν B; ὑπερέχει e corr. F. τὸ  
 $HK$  τοῦ  $\Theta\Xi$  ὑπερεῖχε] mg. m. 1 P. ὑπερεῖχε] p; ὑπερεῖχεν  
 PB; ὑπερέχει FV.  $\Lambda N$ ]  $\Lambda H$  in ras. m. 1 p. 16. ὑπερέχει]  
 -έχει in ras. P.  $K\Xi$ ] in ras. V. 18. ἐστὶ] om. F.



itaque  $HK$ ,  $AN$  magnitudinum  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  aequae multiplices sunt. rursus quoniam  $\Theta K$  magnitudinis  $EB$  et  $MN$  magnitudinis  $Z\Delta$  aequae multiplex est, et  $K\Xi$  magnitudinis  $EB$  aequae multiplex est ac  $N\Pi$  magnitudinis  $Z\Delta$ , etiam componendo  $\Theta\Xi$  magnitudinis  $EB$  aequae multiplex est ac  $M\Pi$  magnitudinis  $Z\Delta$  [prop. II]. et quoniam est  $AB:BE = \Gamma\Delta:\Delta Z$ , et sumptae sunt magnitudinum  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  aequae multiplices  $HK$ ,  $AN$ , et magnitudinum  $EB$ ,  $Z\Delta$  aequae multiplices  $\Theta\Xi$ ,  $M\Pi$ , si  $HK$  magnitudinem  $\Theta\Xi$  superat, etiam  $AN$  magnitudinem  $M\Pi$  superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [def. 5]. itaque  $HK$  magnitudinem  $\Theta\Xi$  superet, et ablata, quae communis est,  $\Theta K$ , etiam  $H\Theta$  magnitudinem  $K\Xi$  superat. uerum si  $HK$  magnitudinem  $\Theta\Xi$  superabat, etiam  $AN$  magnitudinem  $M\Pi$  superabat [lin. 8 sq.]. ergo etiam  $AN$  magnitudinem  $M\Pi$  superat, et ablata, quae communis est,  $MN$ , etiam  $AM$  magnitudinem  $N\Pi$  superat. quare si  $H\Theta$  magnitudinem  $K\Xi$  superat, etiam  $AM$  magnitudinem  $N\Pi$  superat. similiter demonstrabimus, si  $H\Theta = K\Xi$ , esse etiam  $AM = N\Pi$ , et si  $H\Theta < K\Xi$ , esse etiam  $AM < N\Pi$ . et  $H\Theta$ ,  $AM$  magnitudinum  $AE$ ,  $\Gamma Z$  aequae multiplices sunt,  $K\Xi$ ,  $N\Pi$  autem magnitudinum  $EB$ ,  $Z\Delta$  aliae quaeuis aequae multiplices. itaque  $AE:EB = \Gamma Z:Z\Delta$  [def. 5].

Ergo si compositae magnitudines proportionales sunt, etiam dirimendo proportionales erunt; quod erat demonstrandum.

$\xi\lambda\alpha\sigma\sigma\omicron\nu$ ,  $\xi\lambda\alpha\sigma\sigma\omicron\nu$  Bp. 19.  $AE$ ,  $\Gamma Z$ ]  $\Gamma Z$ ,  $AE$  Bp et F eraso  
 $\Gamma$ . 20.  $K\Xi$ ]  $KZ$   $\varphi$ . 21.  $\tilde{\alpha}$ ] supra m. 2 F. 22.  $Z\Delta$ ]  $Z$   
in ras. V;  $\Delta Z$  Bp. 23.  $\eta$ ]  $\xi\sigma\tau\alpha\iota$  V, supra scr. m. 2  $\eta$ .

ιη'.

Ἐὰν διηρημένα μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

Ἐστω διηρημένα μεγέθη ἀνάλογον τὰ  $AE$ ,  $EB$ ,  
 5  $\Gamma Z$ ,  $Z\Delta$ , ὡς τὸ  $AE$  πρὸς τὸ  $EB$ , οὕτως τὸ  $\Gamma Z$  πρὸς  
 τὸ  $Z\Delta$ . λέγω, ὅτι καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται,  
 ὡς τὸ  $AB$  πρὸς τὸ  $BE$ , οὕτως τὸ  $\Gamma\Delta$  πρὸς τὸ  $Z\Delta$ .

Εἰ γὰρ μὴ ἔστιν ὡς τὸ  $AB$  πρὸς τὸ  $BE$ , οὕτως  
 τὸ  $\Gamma\Delta$  πρὸς τὸ  $\Delta Z$ , ἔσται ὡς τὸ  $AB$  πρὸς τὸ  $BE$ ,  
 10 οὕτως τὸ  $\Gamma\Delta$  ἥτοι πρὸς ἑλασσόν τι τοῦ  $\Delta Z$  ἢ πρὸς  
 μείζον.

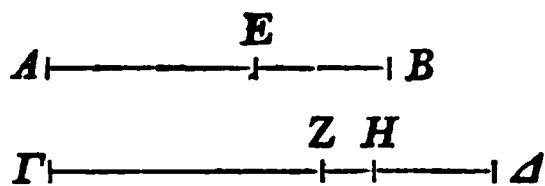
Ἐστω πρότερον πρὸς ἑλασσον τὸ  $\Delta H$ . καὶ ἐπεὶ  
 ἔστιν ὡς τὸ  $AB$  πρὸς τὸ  $BE$ , οὕτως τὸ  $\Gamma\Delta$  πρὸς τὸ  
 $\Delta H$ , συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογόν ἐστιν· ὥστε καὶ  
 15 διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ  $AE$   
 πρὸς τὸ  $EB$ , οὕτως τὸ  $\Gamma H$  πρὸς τὸ  $H\Delta$ . ὑπόκειται  
 δὲ καὶ ὡς τὸ  $AE$  πρὸς τὸ  $EB$ , οὕτως τὸ  $\Gamma Z$  πρὸς  
 τὸ  $Z\Delta$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ  $\Gamma H$  πρὸς τὸ  $H\Delta$ , οὕτως τὸ  
 $\Gamma Z$  πρὸς τὸ  $Z\Delta$ . μείζον δὲ τὸ πρῶτον τὸ  $\Gamma H$  τοῦ  
 20 τρίτου τοῦ  $\Gamma Z$ . μείζον ἄρα καὶ τὸ δεύτερον τὸ  $H\Delta$   
 τοῦ τετάρτου τοῦ  $Z\Delta$ . ἀλλὰ καὶ ἑλάττον· ὅπερ ἐστὶν  
 ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ  $AB$  πρὸς τὸ  $BE$ ,  
 οὕτως τὸ  $\Gamma\Delta$  πρὸς ἑλασσον τοῦ  $Z\Delta$ . ὁμοίως δὲ δεί-  
 ξομεν, ὅτι οὐδὲ πρὸς μείζον· πρὸς αὐτὸ ἄρα.

4.  $AE$ ]  $A$  PBFV. 5.  $\Gamma Z$ ] (prius)  $\Gamma$  PBFV. 6.  $Z\Delta$   
 $\Delta Z$  F. 7. τό] (alt.) om. P.  $Z\Delta$ ]  $\Delta Z$  F. 9. τό] (alt.) om. P.  
 $\Delta Z$ ] PF, V m. 2;  $Z\Delta$  Br, Vm. 1. ὡς τό — 10: τὸ  $\Gamma\Delta$   
 mg. m. 2 V. 10. ἑλασσόν τι] ἑλάττον φ, supra scr. τι m. 2.  
 τοῦ] τὸ τοῦ F.  $\Delta Z$ ] PF, Vm. 2;  $Z\Delta$  Br. 12. ἑλάττον F.

13. ὡς τό] ὡς p, ut iam lin. 9 et postea saepius.  $BE$   
 BΘ φ. τό] (quartum) om. B. 14. ἐστὶν] e corr. B. 16.

## XVIII.

Si diremptae magnitudines proportionales sunt, etiam compositae proportionales erunt.



Sint diremptae magnitudines proportionales  $AE, EB, \Gamma Z, Z\Delta$ , ita ut sit  $AE : EB = \Gamma Z : Z\Delta$ . dico, etiam

compositas proportionales esse,

$$AB : BE = \Gamma\Delta : Z\Delta.$$

nam si non est  $AB : BE = \Gamma\Delta : \Delta Z$ , erit ut  $AB$  ad  $BE$ , ita  $\Gamma\Delta$  aut ad minus magnitudine  $\Delta Z$  aut ad maius.

prius ad minus  $\Delta H$  aequalem rationem habeat. et quoniam est  $AB : BE = \Gamma\Delta : \Delta H$ , compositae magnitudines proportionales sunt. quare etiam diremptae proportionales erunt [prop. XVII]. erit igitur

$$AE : EB = \Gamma H : H\Delta.$$

supposuimus autem, esse etiam  $AE : EB = \Gamma Z : Z\Delta$ . quare etiam  $\Gamma H : H\Delta = \Gamma Z : Z\Delta$  [prop. XI]. sed prima  $\Gamma H$  maior est tertia  $\Gamma Z$ ; itaque etiam secunda  $H\Delta$  maior est quarta  $Z\Delta$  [prop. XIV]. uerum etiam minor est; quod fieri non potest. itaque non est ut  $AB$  ad  $BE$ , ita  $\Gamma\Delta$  ad minus magnitudine  $Z\Delta$ . similiter demonstrabimus, ne ad maius quidem aequalem rationem habere  $\Gamma\Delta$ . itaque  $\Gamma\Delta : Z\Delta = AB : BE$ .

$\Gamma H$ ]  $\Gamma B$  φ (non F). 18.  $Z\Delta$ ]  $\Delta Z$  F. καὶ ὡς ἄρα — 19: τὸ  $Z\Delta$ ] mg. m. 2 V. 18. τό] (tert.) om. B. 19. μείζονα P m. 2, sed corr. 21. τετάρτου] in ras. p. ἄσσον Bp. 23. ἔλαττον F.  $Z\Delta$ ] in ras. m. 2 V;  $\Delta Z$  Bp.

Ἐὰν ἄρα διηρημένα μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, καὶ συν-  
τεθέντα ἀνάλογον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιθ'.

Ἐὰν ᾗ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθέν  
5 πρὸς ἀφαιρεθέν, καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοι-  
πὸν ἔσται ὡς ὅλον πρὸς ὅλον.

Ἔστω γὰρ ὡς ὅλον τὸ  $AB$  πρὸς ὅλον τὸ  $\Gamma\Delta$ , οὕ-  
τως ἀφαιρεθέν τὸ  $AE$  πρὸς ἀφαιρεθέν τὸ  $\Gamma Z$ · λέγω,  
ὅτι καὶ λοιπὸν τὸ  $EB$  πρὸς λοιπὸν τὸ  $Z\Delta$  ἔσται ὡς  
10 ὅλον τὸ  $AB$  πρὸς ὅλον τὸ  $\Gamma\Delta$ .

Ἐπεὶ γὰρ ἔστιν ὡς τὸ  $AB$  πρὸς τὸ  $\Gamma\Delta$ , οὕτως τὸ  
 $AE$  πρὸς τὸ  $\Gamma Z$ , καὶ ἐναλλάξ ὡς τὸ  $BA$  πρὸς τὸ  
 $AE$ , οὕτως τὸ  $\Delta\Gamma$  πρὸς τὸ  $\Gamma Z$ . καὶ ἐπεὶ συγκείμενα  
μεγέθη ἀνάλογόν ἐστιν, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον  
15 ἔσται, ὡς τὸ  $BE$  πρὸς τὸ  $EA$ , οὕτως τὸ  $\Delta Z$  πρὸς  
τὸ  $\Gamma Z$ · καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ  $BE$  πρὸς τὸ  $\Delta Z$ , οὕτως  
τὸ  $EA$  πρὸς τὸ  $Z\Gamma$ . ὡς δὲ τὸ  $AE$  πρὸς τὸ  $\Gamma Z$ , οὕ-  
τως ὑπόκειται ὅλον τὸ  $AB$  πρὸς ὅλον τὸ  $\Gamma\Delta$ . καὶ  
λοιπὸν ἄρα τὸ  $EB$  πρὸς λοιπὸν τὸ  $Z\Delta$  ἔσται ὡς ὅλον  
20 τὸ  $AB$  πρὸς ὅλον τὸ  $\Gamma\Delta$ .

Ἐὰν ἄρα ᾗ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθέν  
πρὸς ἀφαιρεθέν, καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσται  
ὡς ὅλον πρὸς ὅλον [ὅπερ ἔδει δεῖξαι].

[Καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ὡς τὸ  $AB$  πρὸς τὸ  $\Gamma\Delta$ , οὕτως  
25 τὸ  $EB$  πρὸς τὸ  $Z\Delta$ , καὶ ἐναλλάξ ὡς τὸ  $AB$  πρὸς τὸ  
 $BE$  οὕτως τὸ  $\Gamma\Delta$  πρὸς τὸ  $Z\Delta$ , συγκείμενα ἄρα μεγέθη  
ἀνάλογόν ἐστιν· ἐδείχθη δὲ ὡς τὸ  $BA$  πρὸς τὸ  $AE$ ,  
οὕτως τὸ  $\Delta\Gamma$  πρὸς τὸ  $\Gamma Z$ · καὶ ἐστὶν ἀναστρέψαντι].

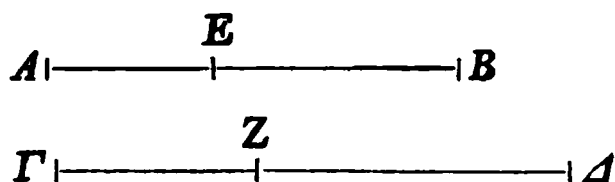
1. ᾗ] ἔσται φ (non F). 2. ἔσται] erat. F. 8. ἀφαιρε-  
θέν· τὸ  $AE$  πρὸς] mg. m. 2 F. 9. πρὸς] πρὸς τό φ. 10.

Ergo si diremptae magnitudines proportionales sunt, etiam compositae proportionales erunt; quod erat demonstrandum.

## XIX.

Si totum ad totum eandem rationem habet atque ablatum ad ablatum, etiam reliquum ad reliquum eandem rationem habebit ac totum ad totum.

Sit enim  $AB : \Gamma\Delta = AE : \Gamma Z$ . dico, esse etiam



$$EB : Z\Delta = AB : \Gamma\Delta.$$

nam quoniam est  $AB : \Gamma\Delta = AE : \Gamma Z$ , etiam permutando est  $BA : AE = \Delta\Gamma : \Gamma Z$  [prop. XVI]. et quoniam compositae magnitudines proportionales sunt, etiam diremptae proportionales erunt,

$$BE : EA = \Delta Z : \Gamma Z \text{ [prop. XVII].}$$

et permutando [prop. XVI]  $BE : \Delta Z = EA : Z\Gamma$ . sed supposuimus, esse  $AE : \Gamma Z = AB : \Gamma\Delta$ . itaque etiam  $EB : Z\Delta = AB : \Gamma\Delta$ .

Ergo si totum ad totum eandem rationem habet atque ablatum ad ablatum, etiam reliquum ad reliquum eandem rationem habebit ac totum ad totum; quod erat demonstrandum.

$\tilde{\sigma}\lambda\omicron\nu$ ] (alt.) m. 2 V. 11.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota \varphi$  (non F).  $\tilde{\sigma}\lambda\omicron\nu \tau\omicron AB \pi\rho\acute{o}s$   
 $\tilde{\sigma}\lambda\omicron\nu \tau\omicron$  Theon (BVp, F euan.). 13.  $\Delta\Gamma$ ]  $\Gamma\Delta$  P. 14.  
 $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ ] F;  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$  PBVp. 15. Post  $\acute{\omega}s$  add.  $\acute{\alpha}\rho\alpha$  Pm. rec.,  
V m. 2; Bp. 16.  $\Gamma Z$ ]  $Z\Gamma$  P.  $\acute{\epsilon}\nu\alpha\lambda\lambda\acute{\alpha}\xi \acute{\alpha}\rho\alpha \acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$  Theon  
(BFVp). 19.  $Z\Delta$ ]  $\Delta Z$  P. 21.  $\pi\rho\acute{o}s \acute{\alpha}\varphi\alpha\iota\rho\epsilon\theta\acute{\epsilon}\nu$ ] mg. F.  
24.  $\pi\acute{o}\rho\iota\sigma\mu\alpha$  mg. m. 2 V.  $\kappa\alpha\iota \acute{\epsilon}\pi\epsilon\iota$ ] euan., del. m. 2 F.  
25.  $\tau\omicron Z\Delta$ ]  $Z\Delta$  P. 26.  $\tau\omicron Z\Delta$ ] F;  $Z\Delta$  P;  $\tau\omicron \Delta Z$  V,  
Bp in ras. 27.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ ] in ras. m. 2 V;  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\alpha\iota$  Bp.  $\delta\acute{\epsilon} \kappa\alpha\iota$   
 $\acute{\omega}s$  P.  $\tau\omicron AE$ ]  $AE$  Bp. 28.  $\tau\omicron \Gamma Z$ ]  $\Gamma Z$  Pp.

## Πόρισμα.

Ἐκ δὲ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾦ, καὶ ἀναστρέψαντι ἀνάλογον ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

κ'.

Ἐὰν ᾦ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μείζον ᾦ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἑκτου μείζον ἔσται,  
10 καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον.

Ἐστω τρία μεγέθη τὰ  $A, B, \Gamma$ , καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ  $\Delta, E, Z$ , σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὥς μὲν τὸ  $A$  πρὸς τὸ  $B$ , οὕτως τὸ  $\Delta$  πρὸς τὸ  $E$ , ὥς δὲ τὸ  $B$  πρὸς τὸ  $\Gamma$ , οὕτως τὸ  $E$  πρὸς  
15 τὸ  $Z$ , δι' ἴσου δὲ μείζον ἔστω τὸ  $A$  τοῦ  $\Gamma$ · λέγω, ὅτι καὶ τὸ  $\Delta$  τοῦ  $Z$  μείζον ἔσται, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον.

Ἐπεὶ γὰρ μείζον ἐστὶ τὸ  $A$  τοῦ  $\Gamma$ , ἄλλο δέ τι τὸ  $B$ , τὸ δὲ μείζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει  
20 ἢ περ τὸ ἔλαττον, τὸ  $A$  ἄρα πρὸς τὸ  $B$  μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ τὸ  $\Gamma$  πρὸς τὸ  $B$ . ἀλλ' ὥς μὲν τὸ  $A$  πρὸς τὸ  $B$ , [οὕτως] τὸ  $\Delta$  πρὸς τὸ  $E$ , ὥς δὲ τὸ  $\Gamma$  πρὸς τὸ  $B$ , ἀνάπαλιν οὕτως τὸ  $Z$  πρὸς τὸ  $E$ · καὶ τὸ  $\Delta$  ἄρα πρὸς τὸ  $E$  μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ τὸ  $Z$  πρὸς τὸ  $E$ . τῶν

1. πόρισμα] mg. PFBp; om V. 4. Seq. scholium; u. app. 7. καί] om. p; m. 2 B. 10. καὶ] καὶ ἐάν P. καὶ] ἔσται, καὶ ἐάν P. ἔλασσον, ἔλασσον Bp. 12. καὶ ἐν Bp; καί supra m. 2 F. 14. E] (alt.) ante ras. 1 litt. V. 17. ἔλασσον ἔλασσον Vp. 21. ἀλλά B. 22. οὕτως] om. P. τὸ E] E P. τὸ Γ] Γ P; τό add. m. rec.; τὸ Z φ. τὸ B] B P; τὸ E φ. 23. ἀνάπαλιν] καὶ τὸ Δ φ. τὸ E] E φ; sequentia euan. F.

Corollarium.<sup>1)</sup>

Hinc manifestum est, si compositae magnitudines proportionales sint, etiam conuertendo proportionales eas fore. — quod erat demonstrandum.

## XX.

Si datae sunt tres magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae et in eadem proportionem, ex aequo autem prima tertia maior est, etiam quarta sexta maior erit, et si aequalis, aequalis erit, et si minor, minor.

Sint tres magnitudines  $A, B, \Gamma$  et aliae iis numero aequales  $\Delta, E, Z$ , binae coniunctae in eadem proportionem, scilicet  $A : B = \Delta : E$ , et  $B : \Gamma = E : Z$ , et sit  $A > \Gamma$ . dico, esse etiam  $\Delta > Z$ , et si  $A = \Gamma$ , esse  $\Delta = Z$ , et si  $A < \Gamma$ , esse  $\Delta < Z$ .

nam quoniam  $A > \Gamma$ , et alia quaevis magnitudo est  $B$ , et maius ad idem maiorem rationem habet quam minus [prop. VIII], erit  $A : B > \Gamma : B$ . uerum  $A : B = \Delta : E$  et e contrario [prop. VII coroll.]

$$\Gamma : B = Z : E.$$

---

1) Quae praecedunt uerba p. 55, 24—28 immerito ab Simsono aliisque uituperantur; nam ueram continent demonstrationem conuersae rationis. demonstraui enim (p. 55, 19)  $AB : \Gamma\Delta = EB : Z\Delta$ , unde  $AB : EB = \Gamma\Delta : Z\Delta$ ; sed simul erat (p. 55, 12)  $BA : AE = \Delta\Gamma : \Gamma Z$ ; tum u. def. 16. nihilo minus hic locus interpolatus esse uideri potest (sed ante Theonem), quia Euclides numquam corollarii rationem reddit, id quod ipsius uocabuli  $\pi\acute{o}\tau\iota\sigma\mu\alpha$  notioni (Proclus in Eucl. p. 301. 303) aduersatur. huic loco similis est interpolatio Theonis post V, 4.

δὲ πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἔχόντων το μείζονα λόγον ἔχον μείζον ἐστίν. μείζον ἄρα τὸ  $\Delta$  τοῦ  $Z$ . ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ ἴσον ἢ τὸ  $A$  τῷ  $\Gamma$ , ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ  $\Delta$  τῷ  $Z$ , καὶ ἔλαττον, ἔλαττον.

5 Ἐὰν ἄρα ἢ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μείζον ἢ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἔκτου μείζον ἐστὶ, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον· ὅπερ ἔδει δείξαι.

10

κα'.

Ἐὰν ἢ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἢ δὲ τετραγαγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μείζον ἢ, καὶ  
15 τὸ τέταρτον τοῦ ἔκτου μείζον ἐστὶ, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον.

Ἐστω τρία μεγέθη τὰ  $A, B, \Gamma$  καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ  $\Delta, E, Z$ , σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἔστω δὲ τετραγαγμένη αὐτῶν ἡ  
20 ἀναλογία, ὥς μὲν τὸ  $A$  πρὸς τὸ  $B$ , οὕτως τὸ  $E$  πρὸς τὸ  $Z$ , ὥς δὲ τὸ  $B$  πρὸς τὸ  $\Gamma$ , οὕτως τὸ  $\Delta$  πρὸς τὸ  $E$ , δι' ἴσου δὲ τὸ  $A$  τοῦ  $\Gamma$  μείζον ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ τὸ  $\Delta$  τοῦ  $Z$  μείζον ἐστὶ, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον.

1. τὸ αὐτό] αὐτό Bp; in p supra scr. τό. 2. ἐκεῖνο μείζον Theon (BFVp). ἐστίν] P; comp. p; ἐστὶ BFV. μείζον] corr. ex μείζων V. 3. τὸ  $A$ ] mg. m. rec. F. 4. τό] corr. ex τῷ P. ἔλασσον, ἔλασσον p. 8. ἴσον ἐστὶ, καὶ P. 9. ἔλασσον, ἔλασσον p. 16. ἔλασσον, ἔλασσον FVp. 17. μεγέθη ἀνάλογον PBFVp; corr. Gregorius. τά] e corr. V m. 2. 19. ἢ] om. B; euan. F; ὥς φ. 22. τὸ  $A$ ]



itaque etiam  $\Delta : E > Z : E$ . eorum autem, quae ad idem rationem habent, maius est, quod maiorem rationem habet [prop. X]. itaque  $\Delta > Z$ . similiter demonstrabimus, si  $A = \Gamma$ , esse etiam  $\Delta = Z$ , et si  $A < \Gamma$ , esse etiam  $\Delta < Z$ .

Ergo si datae sunt tres magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae et in eadem proportione, ex aequo autem prima tertia maior est, etiam quarta sexta maior erit, et si aequalis, aequalis erit, et si minor, minor; quod erat demonstrandum.

## XXI.

Si datae sunt tres magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae et in eadem proportione, et perturbata est earum proportio, et ex aequo prima tertia maior est, etiam quarta sexta maior erit, et si aequalis, aequalis erit, et si minor, minor.

Sint tres magnitudines  $A, B, \Gamma$  et aliae iis numero aequales  $\Delta, E, Z$ , binae simul coniunctae et in eadem proportione, et perturbata sit earum proportio, ita ut sit  $A : B = E : Z$  et  $B : \Gamma = \Delta : E$  [def. 18], et ex aequo sit  $A > \Gamma$ . dico, esse etiam  $\Delta > Z$ , et si  $A = \Gamma$ , esse  $\Delta = Z$ , et si  $A < \Gamma$ , esse  $\Delta < Z$ .

Ἐπεὶ γὰρ μείζον ἐστὶ τὸ *A* τοῦ *Γ*, ἄλλο δέ τι τὸ *B*, τὸ *A* ἄρα πρὸς τὸ *B* μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ τὸ *Γ* πρὸς τὸ *B*. ἀλλ' ὥς μὲν τὸ *A* πρὸς τὸ *B*, οὕτως τὸ *E* πρὸς τὸ *Z*, ὥς δὲ τὸ *Γ* πρὸς τὸ *B*, ἀνάπαλιν  
 5 οὕτως τὸ *E* πρὸς τὸ *Δ*. καὶ τὸ *E* ἄρα πρὸς τὸ *Z* μείζονα λόγον ἔχει ἢ περ τὸ *E* πρὸς τὸ *Δ*. πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλασσόν ἐστιν· ἔλασσον ἄρα ἐστὶ τὸ *Z* τοῦ *Δ*· μείζον ἄρα ἐστὶ τὸ *Δ* τοῦ *Z*. ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι καὶ ἴσον ἢ τὸ *A* τῷ  
 10 *Γ*, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ *Δ* τῷ *Z*, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον.

Ἐὰν ἄρα ἢ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἢ δὲ τετραγαμμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, δι' ἴσον δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μείζον ἢ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ  
 15 ἑκτοῦ μείζον ἐστὶ, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ'.

Ἐὰν ἢ ὅποσαοῦν μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν  
 20 τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσον ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐστὶ.

Ἐστω ὅποσαοῦν μεγέθη τὰ *A*, *B*, *Γ* καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ *Δ*, *E*, *Z*, σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὥς μὲν τὸ *A* πρὸς τὸ *B*, οὕτως  
 25 τὸ *Δ* πρὸς τὸ *E*, ὥς δὲ τὸ *B* πρὸς τὸ *Γ*, οὕτως τὸ *E* πρὸς τὸ *Z*· λέγω, ὅτι καὶ δι' ἴσον ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐστὶ.

2. *A*] supra P.    *B*] seq. ras. 1 litt. V.    7. ἐκεῖνο] -ο  
 add. m. 1 p.    ἔλαττον F.    8. ἔλασσον] om. F; ἔλαττον B.  
 ἐστὶ] (alt.) om. FV.    9. ἢ] om. B.    10. καί] om. F.    ἔλασ-  
 σον, ἔλασσον V p.    11. ἢ] om. φ.    καί] ἢ καί FV.

nam quoniam  $A > \Gamma$ , et alia quaedam magnitudo est  $B$ , erit  $A : B > \Gamma : B$  [prop. VIII]. uerum

$$A : B = E : Z.$$

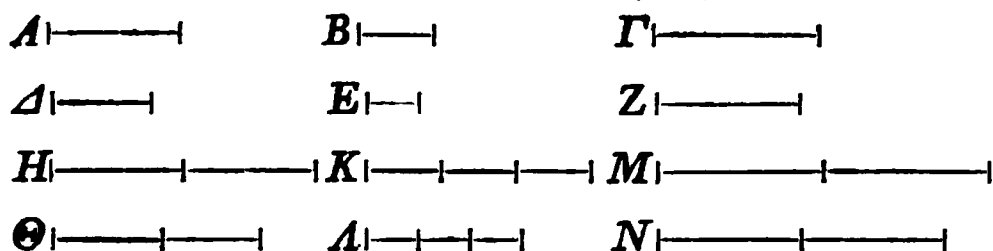
et e contrario [prop. VII coroll.]  $\Gamma : B = E : \Delta$ . itaque etiam  $E : Z > E : \Delta$ . sed ad quod idem maiorem rationem habet, id minus est [prop. X]. itaque  $Z < \Delta$ . quare  $\Delta > Z$ . similiter demonstrabimus, si  $A = \Gamma$ , esse etiam  $\Delta = Z$ , et si  $A < \Gamma$ , esse  $\Delta < Z$ .

Ergo si datae sunt tres magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae et in eadem proportionem, et perturbata est earum proportio, et ex aequo prima tertia maior est, etiam quarta sexta maior erit, et si aequalis, aequalis erit, et si minor, minor; quod erat demonstrandum.

## XXII.

Si datae sunt quotlibet magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae et in eadem proportionem, etiam ex aequo in eadem proportionem erunt.

Sint quotlibet magnitudines  $A, B, \Gamma$  et aliae iis nu-



mero aequales  $\Delta, E, Z$ , binae simul coniunctae in eadem proportionem, ita ut sit  $A : B = \Delta : E$  et  $B : \Gamma = E : Z$ . dico, eas etiam ex aequo in eadem proportionem fore.<sup>1)</sup>

1) H. e.  $A : \Gamma = \Delta : Z$  (def. 17).

15. ἔλασσον, ἔλασσον V. 19. καί] om. Bp. 25. τό]  
 (primum) -ό in ras. m. 1 B. 27. ἔσονται Bp. Dein add.  
 Theon: ὡς τὸ  $A$  πρὸς τὸ  $\Gamma$ , οὕτως τὸ  $\Delta$  πρὸς τὸ  $Z$  (BFVp;  
 om. P).

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν  $A, \Delta$  ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ  $H, \Theta$ , τῶν δὲ  $B, E$  ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ  $K, \Lambda$ , καὶ ἔτι τῶν  $\Gamma, Z$  ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ  $M, N$ .

5 Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς τὸ  $A$  πρὸς τὸ  $B$ , οὕτως τὸ  $\Delta$  πρὸς τὸ  $E$ , καὶ εἴληπται τῶν μὲν  $A, \Delta$  ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ  $H, \Theta$ , τῶν δὲ  $B, E$  ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ  $K, \Lambda$ , ἔστιν ἄρα ὡς τὸ  $H$  πρὸς τὸ  $K$ , οὕτως τὸ  $\Theta$  πρὸς τὸ  $\Lambda$ . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς  
10 τὸ  $K$  πρὸς τὸ  $M$ , οὕτως τὸ  $\Lambda$  πρὸς τὸ  $N$ . ἐπεὶ οὖν τρία μεγέθη ἐστὶ τὰ  $H, K, M$ , καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ  $\Theta, \Lambda, N$ , σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου ἄρα, εἰ ὑπερέχει τὸ  $H$  τοῦ  $M$ , ὑπερέχει καὶ τὸ  $\Theta$  τοῦ  $N$ , καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ  
15 ἔλαττον, ἔλαττον. καὶ ἐστὶ τὰ μὲν  $H, \Theta$  τῶν  $A, \Delta$  ἰσάκεις πολλαπλάσια, τὰ δὲ  $M, N$  τῶν  $\Gamma, Z$  ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ  $A$  πρὸς τὸ  $\Gamma$ , οὕτως τὸ  $\Delta$  πρὸς τὸ  $Z$ .

Ἐὰν ἄρα ἡ ὀποσαοῦν μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ  
20 πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κγ'.

Ἐὰν ἡ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ,  
25 ἡ δὲ τετραγαμμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

2. δέ] om. p. In F in hac pag. complura euan. ᾗ] om. F? 3. ᾗ] om. F. 5. πρὸς τό] in ras. p. 7. δέ] m. rec. p. ᾗ] m. 2 F. 9. πρὸς] om. φ. 12. τὰ  $\Theta, \Lambda, N$ ] om. p; m. 2 V; mg. m. rec. B. 15. ἔλασσον, ἔλασσον p.

Sumantur enim magnitudinum  $A, \Delta$  aequae multiplices  $H, \Theta$ , et magnitudinum  $B, E$  aliae quaevis aequae multiplices  $K, \Lambda$  et praeterea magnitudinum  $\Gamma, Z$  aliae quaevis aequae multiplices  $M, N$ . et quoniam est  $A : B = \Delta : E$ , et sumptae sunt magnitudinum  $A, \Delta$  aequae multiplices  $H, \Theta$  et magnitudinum  $B, E$  aliae quaevis aequae multiplices  $K, \Lambda$ , erit  $H : K = \Theta : \Lambda$  [prop. IV]. eadem de causa etiam  $K : M = \Lambda : N$ . iam quoniam datae sunt tres magnitudines  $H, K, M$  et aliae iis numero aequales  $\Theta, \Lambda, N$ , binae simul coniunctae et in eadem proportione, ex aequo, si  $H$  magnitudinem  $M$  superat, etiam  $\Theta$  magnitudinem  $N$  superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [prop. XX]. et  $H, \Theta$  magnitudinum  $A, \Delta$  aequae multiplices sunt,  $M, N$  autem magnitudinum  $\Gamma, Z$  aliae quaevis aequae multiplices. itaque  $A : \Gamma = \Delta : Z$  [def. 5].

Ergo si datae sunt quotlibet magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae in eadem proportione, etiam ex aequo in eadem proportione erunt; quod erat demonstrandum.

### XXIII.

Si datae sunt tres magnitudines et aliae iis numero aequales binae simul coniunctae in eadem proportione, et perturbata est earum proportio, etiam ex aequo in eadem proportione erunt.

16.  $\alpha$ ] m. 2 F. 18.  $\Gamma$ ] in ras. m. 2 P.  $\Delta$ ] in ras. m. 2 P. Post  $Z$  in P add. καὶ ἐναλλὰξ ( $\alpha$ ρα ἐστὶν mg. m. 1) ὥς τὸ  $A$  πρὸς τὸ  $\Delta$  (in ras. m. 2), οὕτως τὸ  $\Gamma$  (in ras. m. 2) πρὸς τὸ  $Z$ . 23.  $\eta$ ] om. p; m. 2 B. 24. Supra ἐν add. καὶ F. 26. ἔσονται BFVp.

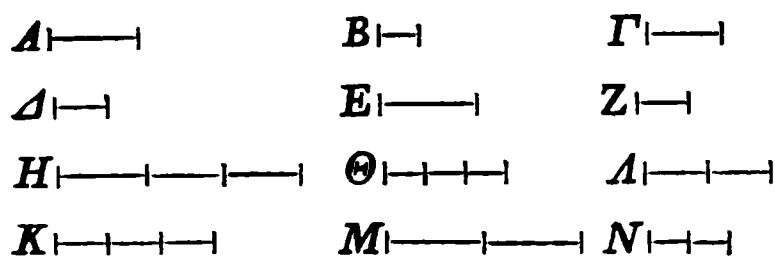
Ἐστω τρία μεγέθη τὰ  $A, B, \Gamma$  καὶ ἄλλα αὐτοῖς  
 ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ  
 τὰ  $\Delta, E, Z$ , ἔστω δὲ τετραγαγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία,  
 ὡς μὲν τὸ  $A$  πρὸς τὸ  $B$ , οὕτως τὸ  $E$  πρὸς τὸ  $Z$ , ὡς  
 5 δὲ τὸ  $B$  πρὸς τὸ  $\Gamma$ , οὕτως τὸ  $\Delta$  πρὸς τὸ  $E$ . λέγω,  
 ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ  $A$  πρὸς τὸ  $\Gamma$ , οὕτως τὸ  $\Delta$  πρὸς τὸ  $Z$ .

Εἰλήφθω τῶν μὲν  $A, B, \Delta$  ἰσάκεις πολλαπλάσια  
 τὰ  $H, \Theta, K$ , τῶν δὲ  $\Gamma, E, Z$  ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις  
 πολλαπλάσια τὰ  $\Lambda, M, N$ .

- 10 Καὶ ἐπεὶ ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσια τὰ  $H, \Theta$  τῶν  
 $A, B$ , τὰ δὲ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν  
 αὐτὸν ἔχει λόγον, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ  $A$  πρὸς τὸ  $B$ , οὕ-  
 τως τὸ  $H$  πρὸς τὸ  $\Theta$ . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς τὸ  $E$   
 πρὸς τὸ  $Z$ , οὕτως τὸ  $M$  πρὸς τὸ  $N$ . καὶ ἐστὶν ὡς τὸ  
 15  $A$  πρὸς τὸ  $B$ , οὕτως τὸ  $E$  πρὸς τὸ  $Z$ . καὶ ὡς ἄρα  
 τὸ  $H$  πρὸς τὸ  $\Theta$ , οὕτως τὸ  $M$  πρὸς τὸ  $N$ . καὶ ἐπεὶ  
 ἐστὶν ὡς τὸ  $B$  πρὸς τὸ  $\Gamma$ , οὕτως τὸ  $\Delta$  πρὸς τὸ  $E$ ,  
 καὶ ἐναλλάξ ὡς τὸ  $B$  πρὸς τὸ  $\Delta$ , οὕτως τὸ  $\Gamma$  πρὸς  
 τὸ  $E$ . καὶ ἐπεὶ τὰ  $\Theta, K$  τῶν  $B, \Delta$  ἰσάκεις ἐστὶ πολ-  
 20 λαπλάσια, τὰ δὲ μέρη τοῖς ἰσάκεις πολλαπλασίοις τὸν  
 αὐτὸν ἔχει λόγον, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ  $B$  πρὸς τὸ  $\Delta$ , οὕ-  
 τως τὸ  $\Theta$  πρὸς τὸ  $K$ . ἀλλ' ὡς τὸ  $B$  πρὸς τὸ  $\Delta$ , οὕ-  
 τως τὸ  $\Gamma$  πρὸς τὸ  $E$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ  $\Theta$  πρὸς τὸ  $K$ ,  
 οὕτως τὸ  $\Gamma$  πρὸς τὸ  $E$ . πάλιν, ἐπεὶ τὰ  $\Lambda, M$  τῶν  
 25  $\Gamma, E$  ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσια, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ  $\Gamma$   
 πρὸς τὸ  $E$ , οὕτως τὸ  $\Lambda$  πρὸς τὸ  $M$ . ἀλλ' ὡς τὸ  $\Gamma$

2. Supra ἐν add. καὶ m. 2 F. 3. τετετραγαγμένη P, sed  
 corr. 7.  $\Delta$ ] e corr. p. 8. ἃ ἔτυχεν] mg. m. 2 post lacu-  
 nam 5 litt. F. 10.  $H$ ] post ras. 1 litt. F. 12. καὶ ἐστὶν F.  
 14. οὕτως] καὶ B; om. p. 15. οὕτως] om BVp. Post  
 hoc uerbum rep. F lin. 13: τὸ  $H$  — 15: τὸ  $B$ . 16. οὕτως]

Sint tres magnitudines  $A, B, \Gamma$  et aliae iis numero



aequales binae simul coniunctae in eadem proportionem  $\Delta, E, Z$ , et perturbata sit

earum proportio, ita ut sit  $A : B = E : Z$ , et  $B : \Gamma = \Delta : E$  [def. 18]. dico, esse  $A : \Gamma = \Delta : Z$ .

sumantur magnitudinum  $A, B, \Delta$  aequae multiplices  $H, \Theta, K$  et magnitudinum  $\Gamma, E, Z$  aliae quaevis aequae multiplices  $\Lambda, M, N$ . et quoniam  $H, \Theta$  magnitudinum  $A, B$  aequae multiplices sunt, partes autem et aequae multiplices eandem rationem habent, erit  $A : B = H : \Theta$  [prop. XV]. eadem de causa erit  $E : Z = M : N$ . et  $A : B = E : Z$ . itaque etiam  $H : \Theta = M : N$  [prop. XI]. et quoniam  $B : \Gamma = \Delta : E$ , etiam permutando erit  $B : \Delta = \Gamma : E$  [prop. XVI]. et quoniam  $\Theta, K$  magnitudinum  $B, \Delta$  aequae multiplices sunt, partes autem et aequae multiplices eandem rationem habent, erit

$$B : \Delta = \Theta : K \text{ [prop. XV].}$$

uerum est  $B : \Delta = \Gamma : E$ . itaque etiam

$$\Theta : K = \Gamma : E \text{ [prop. XI].}$$

rursus quoniam  $\Lambda, M$  magnitudinum  $\Gamma, E$  aequae multiplices sunt, erit  $\Gamma : E = \Lambda : M$  [prop. XV]. uerum

om. BFVp. 17. οὕτως] om. BFVp. 18. Post  $E$  add. καὶ εἰληπται τῶν μὲν  $B, \Delta$  ἰσάνεις πολλαπλάσια τὰ  $\Theta, K$  τῶν δὲ  $\Gamma, E$  ἄλλα, ἃ ἐτυχεν, ἰσάνεις πολλαπλάσια τὰ  $\Lambda, M$ , ἔστιν ἄρα ὡς τὸ  $\Theta$  πρὸς τὸ  $\Lambda$ , οὕτως τὸ  $K$  πρὸς τὸ  $M$  Bp et V mg. m. 2. 18. ὡς] om. F.  $B$ ] seq. ras. 3 litt. F. οὕτως] om. BFVp. 19.  $B, \Delta$ ] in ras. p. 21. οὕτως] om. FV. 22. οὕτως] om. BFVp. 23. ὡς ἄρα τὸ  $\Theta$ ] in ras. m. 2 V. 24. οὕτως] om. BFVp. 26. οὕτως] om. F.

πρὸς τὸ *E*, οὕτως τὸ *Θ* πρὸς τὸ *K*. καὶ ὥς ἄρα τὸ  
*Θ* πρὸς τὸ *K*, οὕτως τὸ *Λ* πρὸς τὸ *M*, καὶ ἐναλλάξ  
ὥς τὸ *Θ* πρὸς τὸ *Λ*, τὸ *K* πρὸς τὸ *M*. ἐδείχθη δὲ  
καὶ ὥς τὸ *H* πρὸς τὸ *Θ*, οὕτως τὸ *M* πρὸς τὸ *N*.  
6 ἐπεὶ οὖν τρία μεγέθη ἐστὶ τὰ *H*, *Θ*, *Λ*, καὶ ἄλλα  
αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ *K*, *M*, *N* σύνδυο λαμβανό-  
μενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ ἐστὶν αὐτῶν τεταραγμένη  
ἢ ἀναλογία, δι' ἴσου ἄρα, εἰ ὑπερέχει τὸ *H* τοῦ *Λ*,  
ὑπερέχει καὶ τὸ *K* τοῦ *N*, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ  
10 ἔλαττον, ἔλαττον. καὶ ἐστὶ τὰ μὲν *H*, *K* τῶν *A*, *Δ*  
ἰσάκεις πολλαπλάσια, τὰ δὲ *Λ*, *N* τῶν *Γ*, *Z*. ἐστὶν ἄρα  
ὥς τὸ *Δ* πρὸς τὸ *Γ*, οὕτως τὸ *Δ* πρὸς τὸ *Z*.

Ἐὰν ἄρα ἡ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ  
πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἡ δὲ  
15 τεταραγμένη αὐτῶν ἢ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ  
αὐτῷ λόγῳ ἐστὶ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

## κδ'.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχη  
λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχη δὲ καὶ  
20 πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον καὶ  
ἕκτον πρὸς τέταρτον, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ  
πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον  
καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον.

2. οὕτως] om. BFVp. Hic quoque nonnulla in F ita  
evanuerunt, ut legi non possint. 4. καί] supra V. οὐ-  
τως] om. BFVp. 5. ἐστὶν ἀνάλογον Theon (BFVp). ἄλλα]  
supra F. 7. Ante ἐν m. 2 insert. καί F, in quo hic nonnulla  
sustulit resarcinatio. 8. ἡ] om. P. 10. ἔλασσον, ἔλασσον  
BVp. 11. *Δ*, *N* τῶν *Γ*, *Z*] in mg. transeunt m. 1, seq. in  
mg. ἄλλα αὖ ἐτυχεν ἰσάκεις, dein in textu πολλαπλάσια F;



$\Gamma : E = \Theta : K$ . quare etiam  $\Theta : K = A : M$  [prop. XI], et permutando [prop. XVI]  $\Theta : A = K : M$ . sed demonstratum est, esse etiam  $H : \Theta = M : N$ . iam quoniam datae sunt tres magnitudines  $H, \Theta, A$  et aliae iis numero aequales  $K, M, N$ , binae simul coniunctae in eadem proportionem, et perturbata est earum proportio [def. 18], ex aequo, si  $H$  magnitudinem  $A$  superat, etiam  $K$  magnitudinem  $N$  superat, et si aequalis, aequalis est, et si minor, minor [prop. XXI]. et  $H, K$  magnitudinum  $A, A$  aequae multiplices sunt,  $A, N$  autem magnitudinum  $\Gamma, Z$ . itaque  $A : \Gamma = A : Z$  [def. 5].

Ergo si datae sunt tres magnitudines et aliae iis numero aequales, binae simul coniunctae in eadem proportionem, et perturbata est earum proportio, etiam ex aequo in eadem proportionem erunt; quod erat demonstrandum.

## XXIV.

Si prima ad secundam eandem rationem habet ac tertia ad quartam, et etiam quinta ad secundam eandem rationem habet ac sexta ad quartam, etiam compositae prima et quinta ad secundam eandem rationem habebunt ac tertia sextaue ad quartam.

*ἰσάνεις πολλαπλάσια* add. Bp. 12.  $\Gamma$ ] corr. ex B m. 2 P.

14. *καὶ ἐν* P; *καί* add. in mg. m. 2 F, sed euan. 16. *ἔσται*] om. P. 18. *ἔχη*] *ἔχει* P.

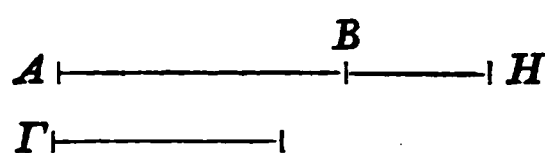
Πρῶτον γὰρ τὸ  $AB$  πρὸς δεύτερον τὸ  $\Gamma$  τὸν αὐ-  
 τὸν ἐχέτω λόγον καὶ τρίτον τὸ  $\Delta E$  πρὸς τέταρτον τὸ  
 $Z$ , ἐχέτω δὲ καὶ πέμπτον τὸ  $BH$  πρὸς δεύτερον τὸ  $\Gamma$   
 τὸν αὐτὸν λόγον καὶ ἕκτον τὸ  $E\Theta$  πρὸς τέταρτον τὸ  
 5  $Z$ . λέγω, ὅτι καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον τὸ  
 $AH$  πρὸς δεύτερον τὸ  $\Gamma$  τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον, καὶ  
 τρίτον καὶ ἕκτον τὸ  $\Delta\Theta$  πρὸς τέταρτον τὸ  $Z$ .

Ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς τὸ  $BH$  πρὸς τὸ  $\Gamma$ , οὕτως τὸ  
 $E\Theta$  πρὸς τὸ  $Z$ , ἀνάπαλιν ἄρα ὡς τὸ  $\Gamma$  πρὸς τὸ  $BH$ ,  
 10 οὕτως τὸ  $Z$  πρὸς τὸ  $E\Theta$ . ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς τὸ  $AB$   
 πρὸς τὸ  $\Gamma$ , οὕτως τὸ  $\Delta E$  πρὸς τὸ  $Z$ , ὡς δὲ τὸ  $\Gamma$   
 πρὸς τὸ  $BH$ , οὕτως τὸ  $Z$  πρὸς τὸ  $E\Theta$ , δι' ἴσου ἄρα  
 ἐστὶν ὡς τὸ  $AB$  πρὸς τὸ  $BH$ , οὕτως τὸ  $\Delta E$  πρὸς τὸ  
 $E\Theta$ . καὶ ἐπεὶ διηρημένα μεγέθη ἀνάλογόν ἐστιν, καὶ  
 15 συντεθέντα ἀνάλογον ἐστὶ. ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ  $AH$   
 πρὸς τὸ  $HB$ , οὕτως τὸ  $\Delta\Theta$  πρὸς τὸ  $\Theta E$ . ἐστὶ δὲ  
 καὶ ὡς τὸ  $BH$  πρὸς τὸ  $\Gamma$ , οὕτως τὸ  $E\Theta$  πρὸς τὸ  $Z$ .  
 δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ  $AH$  πρὸς τὸ  $\Gamma$ , οὕτως τὸ  
 $\Delta\Theta$  πρὸς τὸ  $Z$ .

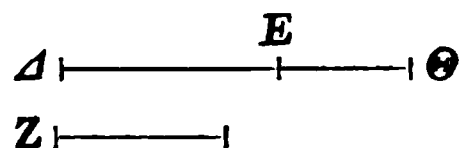
20 Ἐὰν ἄρα πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχη  
 λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχη δὲ καὶ πέμπτον  
 πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρ-  
 τον, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον  
 τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς  
 25 τέταρτον. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κε'.

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, τὸ μέ-  
 γιστον [αὐτῶν] καὶ τὸ ἐλάχιστον δύο τῶν λοι-  
 πῶν μείζονά ἐστιν.



Sit enim  $AB : \Gamma = \Delta E : Z$ ,  
et  $BH : \Gamma = E\Theta : Z$ . dico, esse  
etiam  $AH : \Gamma = \Delta\Theta : Z$ .



nam quoniam est  $BH : \Gamma$   
 $= E\Theta : Z$ , e contrario erit  
[prop. VII coroll.]  $\Gamma : BH = Z : E\Theta$ . iam quo-  
niam est  $AB : \Gamma = \Delta E : Z$ , et  $\Gamma : BH = Z : E\Theta$ , ex  
aequo erit  $AB : BH = \Delta E : E\Theta$  [prop. XXII]. et  
quoniam diremptae magnitudines proportionales sunt,  
etiam compositae proportionales erunt [prop. XVIII].  
itaque  $AH : HB = \Delta\Theta : \Theta E$ . uerum etiam

$$BH : \Gamma = E\Theta : Z.$$

itaque ex aequo  $AH : \Gamma = \Delta\Theta : Z$  [prop. XXII].

Ergo si prima ad secundam eandem rationem habet  
ac tertia ad quartam, et etiam quinta ad secundam  
eandem rationem habet ac sexta ad quartam, etiam  
compositae prima et quinta ad secundam eandem  
rationem habebunt ac tertia sextaque ad quartam;  
quod erat demonstrandum.

## XXV.

Si quattuor magnitudines proportionales sunt,  
maxima et minima duabus reliquis maiores sunt.

XXV. Eutocius in Apollon. p. 139.

1. μὲν γάρ P. 5. τὸ πρῶτον FV. πέμπτον τὸ AH]  
πεμ (ex καί) πέμπτον, τὸ AH supra φ. 8. καὶ ἐπεὶ γάρ F,  
καὶ del. ἐστὶ F. 12. ἄρα] supra F. 14. ἐστὶν] PF; comp.  
p; ἐστὶ BV. 15. ἐστὶν ἄρα ὥς] P; ὥς ἄρα Theon? (BFV p).  
16. HB] BH P. ἐστὶν B. 21. ἔχει δέ — 25: δεῖξαι] καὶ  
τὰ λοιπά p. 21. ἔχει P. 22. καὶ ἔκτον — 25: δεῖξαι] καὶ τὰ  
λοιπά B. 28. αὐτῶν] om. P, Eutocius. δύο] Eutocius, V;  
τὰ δύο Pφp, et B, sed τὰ del. m. 2. τῶν] om φ.

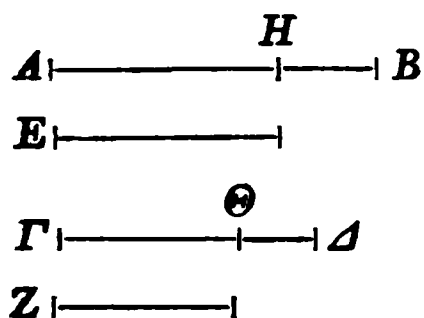
Ἐστω τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον τὰ  $AB, \Gamma\Delta, E, Z$ , ὡς τὸ  $AB$  πρὸς τὸ  $\Gamma\Delta$ , οὕτως τὸ  $E$  πρὸς τὸ  $Z$ , ἔστω δὲ μέγιστον μὲν αὐτῶν τὸ  $AB$ , ἐλάχιστον δὲ τὸ  $Z$ . λέγω, ὅτι τὰ  $AB, Z$  τῶν  $\Gamma\Delta, E$  μείζονά ἐστιν.

5 Κείσθω γὰρ τῷ μὲν  $E$  ἴσον τὸ  $AH$ , τῷ δὲ  $Z$  ἴσον τὸ  $\Gamma\Theta$ .

Ἐπεὶ [οὖν] ἐστὶν ὡς τὸ  $AB$  πρὸς τὸ  $\Gamma\Delta$ , οὕτως τὸ  $E$  πρὸς τὸ  $Z$ , ἴσον δὲ τὸ μὲν  $E$  τῷ  $AH$ , τὸ δὲ  $Z$  τῷ  $\Gamma\Theta$ , ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ  $AB$  πρὸς τὸ  $\Gamma\Delta$ , οὕτως  
10 τὸ  $AH$  πρὸς τὸ  $\Gamma\Theta$ . καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὅλον τὸ  $AB$  πρὸς ὅλον τὸ  $\Gamma\Delta$ , οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ  $AH$  πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ  $\Gamma\Theta$ , καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ  $HB$  πρὸς λοιπὸν τὸ  $\Theta\Delta$  ἔσται ὡς ὅλον τὸ  $AB$  πρὸς ὅλον τὸ  $\Gamma\Delta$ .  
μείζον δὲ τὸ  $AB$  τοῦ  $\Gamma\Delta$ . μείζον ἄρα καὶ τὸ  $HB$   
15 τοῦ  $\Theta\Delta$ . καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν  $AH$  τῷ  $E$ , τὸ δὲ  $\Gamma\Theta$  τῷ  $Z$ , τὰ ἄρα  $AH, Z$  ἴσα ἐστὶ τοῖς  $\Gamma\Theta, E$ . Καὶ [ἐπεὶ] ἐὰν [ἀνίστοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἀνισά ἐστιν, ἐὰν ἄρα] τῶν  $HB, \Theta\Delta$  ἀνίστων ὄντων καὶ μείζονος τοῦ  $HB$  τῷ μὲν  $HB$  προστεθῇ τὰ  $AH, Z$ , τῷ  
20 δὲ  $\Theta\Delta$  προστεθῇ τὰ  $\Gamma\Theta, E$ , συνάγεται τὰ  $AB, Z$  μείζονα τῶν  $\Gamma\Delta, E$ .

Ἐὰν ἄρα τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾗ, τὸ μέγιστον αὐτῶν καὶ τὸ ἐλάχιστον δύο τῶν λοιπῶν μείζονά ἐστιν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

2.  $E$ ] (alt.)  $\Theta$  π. 4. ἐστὶν] PF; comp. p; ἐστὶ B V.  
5. τῷ] τό V φ (non F). τό] τῷ V φ. τῷ] τό V. 6.  
τό] τῷ V; om. P. 7. οὖν] om. P. 8. Z] in ras. m. 2 V.  
12.  $\Gamma\Theta$ ]  $\Theta$  e corr. V. Post καί 2 litt. euan. F. HB]  
 $AB$  π. 13.  $\Theta\Delta$ ]  $\Delta$  eras. F. ἔσται] seq. ras. F, in qua  
ἔσται ins. φ. AB] B e corr. F. 15. AH] H corr. ex B  
V m. 2. 16. δέ] m. rec. p. AH] P, BH π, AK φ. 17.  
ὅλα] supra m. 1 V. 19. τῷ] τό V; corr. m. 2. μὲν]  
m. 2 V. 21. μείζονα φ. 22. ἄρα] om. p. ἀνάλογον — 24:



Sint quattuor magnitudines proportionales  $AB, \Gamma\Delta, E, Z$ , ita ut sit  $AB : \Gamma\Delta = E : Z$ , et maxima earum sit  $AB$ , minima autem  $Z$ . dico, esse

$$AB + Z > \Gamma\Delta + E.$$

ponatur enim  $AH = E$  et  $\Gamma\Theta = Z$ .<sup>1)</sup> iam quoniam est  $AB : \Gamma\Delta = E : Z$ , et  $E = AH$ ,  $Z = \Gamma\Theta$ , erit  $AB : \Gamma\Delta = AH : \Gamma\Theta$ . et quoniam est

$$AB : \Gamma\Delta = AH : \Gamma\Theta,$$

erit etiam [prop. XIX]  $HB : \Theta\Delta = AB : \Gamma\Delta$ . sed  $AB > \Gamma\Delta$ . quare etiam  $HB > \Theta\Delta$ .<sup>2)</sup> et quoniam  $AH = E$  et  $\Gamma\Theta = Z$ , erit  $AH + Z = \Gamma\Theta + E$ . et si datis magnitudinibus  $HB, \Theta\Delta$  inaequalibus, quarum maior est  $HB$ , magnitudini  $HB$  adiicitur  $AH + Z$ ,  $\Theta\Delta$  autem magnitudini magnitudo  $\Gamma\Theta + E$ , concluditur

$$AB + Z > \Gamma\Delta + E.$$
<sup>3)</sup>

1) Nam cum  $AB > E$ , erit  $\Gamma\Delta > Z$  (prop. 14).

2) Cum  $HB : \Theta\Delta = AB : \Gamma\Delta$ , erit (prop. 16)  $AB : HB = \Gamma\Delta : \Theta\Delta$ ; tum u. prop. 14.

3) Cum I κοιν. ἐνν. 4 subditiua sit, uerba ἐπεὶ et ἀνέσοις — ἐὰν ἄρα lin. 17—18 necessario delenda sunt, praesertim cum haec postulati forma ad demonstrandum propositum non sufficiat, et offendat orationis forma ob repetitum ἐόν per molesta; ad quam molestiam leuandam ἐπεὶ lin. 17 sustulit Augustus. sed fortasse Euclides ipse lin. 17 sq. haec sola scripserat: ὥστε τὰ  $AB, Z$  τῶν  $\Gamma\Delta, E$  μείζονά ἐστιν; nam συνάγεται lin. 20 inusitatum est. de demonstratione, qua uti poterat Euclides, cfr. uol. I p. 181 not.

δείξαι] καὶ τὰ λοιπά p. τὸ μέγιστον — 24: δείξαι] καὶ τὰ λοιπά B. 23. ἐλάχιστον] ἔλαττον V. In fine: Εὐκλείδου στοιχείων τῆς Θέωνος ἐκδόσεως ε' F; Εὐκλείδου στοιχείων ε' PB.

ς'.

Ὅροι.

α'. Ὅμοια σχήματα εὐθύγραμμά ἐστιν, ὅσα  
τάς τε γωνίας ἴσας ἔχει κατὰ μίαν καὶ τὰς περὶ τὰς  
ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον.

β'. Ἀντιπεπονθότα δὲ σχήματά ἐστιν, ὅταν ἐν  
ἑκατέρῳ τῶν σχημάτων ἡγούμενοί τε καὶ ἐπόμενοι  
λόγοι ᾧσιν.]

γ'. Ἄκρον καὶ μέσον λόγον εὐθεῖα τετμη-  
σθαι λέγεται, ὅταν ἡ ὥς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μείζον  
10 τμημα, οὕτως τὸ μείζον πρὸς τὸ ἔλαττον.

δ'. Ὑψος ἐστὶ πάντος σχήματος ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς  
ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀγομένη.

ε'. Λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν αἱ  
τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖ-  
15 σαι ποιῶσί τινα.]

α'.

Τὰ τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα τὰ

---

Def. 1. Hero def. 118, 1. 2. Hero def. 118, 1. 4. Cfr.  
Hero def. 73. [5. Theon in Ptolem. I p. 235 ed. Halma.  
Eutocius in Archim III p. 140, 23. Barlaam logist. V def. 2].  
Prop. I. Proclus p. 245, 5. 405, 11. Pappus V p. 432, 23.  
VIII p. 1106, 23.

---

1. ὅροι] om. codd. numeros om. codd. 5. σχήματα εὐ-  
θύγραμμά ἐστιν F. 7. λόγοι] P, F supra scr. ὅροι m. 1;  
ὅροι Bp et V in ras., supra scr. λόγοι m. 2; λόγων ὅροι Can-  
dalla, Peyrardus; λόγοι iam Hero. εἰσιν F, ᾧσι p. Dein seq.

## VI.

### Definitiones.

I. Figurae rectilineae similes sunt, quaecunque et angulos singulos aequales habent et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia.

[II. Reciprocae autem figurae sunt, ubi in utraque figura et praecedentes et sequentes rationes sunt].<sup>1)</sup>

III. Secundum extremam ac mediam rationem recta linea secari dicitur, ubi tota ad partem maiorem eandem rationem habet ac maior pars ad minorem.

IV. Cuiusvis figurae altitudo est recta a uertice ad basim perpendicularis ducta.<sup>2)</sup>

### I.

Trianguli et parallelogramma sub eadem altitudine posita eandem inter se rationem habent ac bases.

---

1) Haec definitio nusquam ab Euclide usurpatur; neque enim ad illustrandam locutionem *λόγον ἀντιπεπονθότα ἔχειν* aut opus est, aut, si opus esset, sufficeret. praeterea *λόγοι* lin. 7 obscurum est. itaque puto, Simsonum p. 370 iure eam damnassee. fortasse ex Herone sumpta est, apud quem legitur.

2) Def. 4 om. Campanus. Def. 5 sine dubio interpolata est; nam nusquam usurpatur nec apud Campanum exstat neque in ipsis codd. locum eundem obtinet. sed cum P a manu prima addito signo, quo in textum referatur, eam in mg. habeat, fortasse ante Theonem interpolata est. u. Simson p. 372 sq.

---

def. 5 in Bp. 9. ἡ] om. P Bp. τό] om. F. 10. ἔλασσον  
FV. 13 — 15. mg. m. 1 P; om. hoc loco Bp. 17. τά] (alt.)  
supra m. 1 F.

υπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ βάσεις.

Ἐστω τρίγωνα μὲν τὰ  $AB\Gamma$ ,  $A\Gamma\Delta$ , παραλληλό-  
 γραμμα δὲ τὰ  $E\Gamma$ ,  $\Gamma Z$  ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος τὸ  $A\Gamma$ .  
 5 λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ  $B\Gamma$  βάσις πρὸς τὴν  $\Gamma\Delta$  βάσιν,  
 οὕτως τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $A\Gamma\Delta$  τρίγωνον,  
 καὶ τὸ  $E\Gamma$  παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ  $\Gamma Z$  παραλ-  
 ληλόγραμμον.

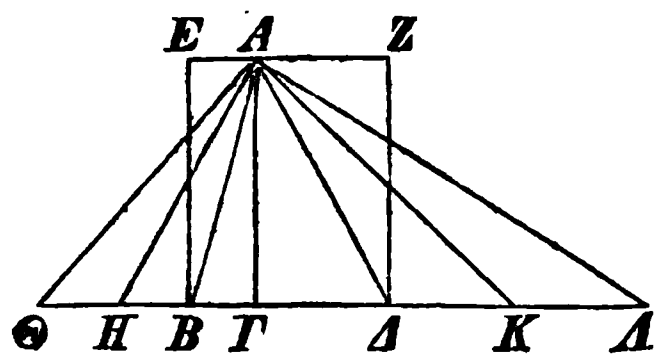
Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ  $B\Delta$  ἐφ' ἐκάτερα τὰ μέρη  
 10 ἐπὶ τὰ  $\Theta$ ,  $\Lambda$  σημεία, καὶ κείσθωσαν τῇ μὲν  $B\Gamma$  βά-  
 σει ἴσαι [ὁσαιδηποτοῦν] αἱ  $BH$ ,  $H\Theta$ , τῇ δὲ  $\Gamma\Delta$  βά-  
 σει ἴσαι ὁσαιδηποτοῦν αἱ  $\Delta K$ ,  $K\Lambda$ , καὶ ἐπεξεύχθω-  
 σαν αἱ  $AH$ ,  $A\Theta$ ,  $AK$ ,  $A\Lambda$ .

Καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ  $\Gamma B$ ,  $BH$ ,  $H\Theta$  ἀλλήλαις,  
 15 ἴσα ἐστὶ καὶ τὰ  $A\Theta H$ ,  $AHB$ ,  $AB\Gamma$  τρίγωνα ἀλλή-  
 λοις. ὁσαπλασίων ἄρα ἐστὶν ἡ  $\Theta\Gamma$  βάσις τῆς  $B\Gamma$   
 βάσεως, τοσαυταπλάσιόν ἐστι καὶ τὸ  $A\Theta\Gamma$  τρίγωνον  
 τοῦ  $AB\Gamma$  τριγώνου. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὁσαπλασίων  
 ἐστὶν ἡ  $\Lambda\Gamma$  βάσις τῆς  $\Gamma\Delta$  βάσεως, τοσαυταπλάσιόν  
 20 ἐστι καὶ τὸ  $A\Lambda\Gamma$  τρίγωνον τοῦ  $A\Gamma\Delta$  τριγώνου· καὶ  
 εἰ ἴση ἐστὶν ἡ  $\Theta\Gamma$  βάσις τῇ  $\Gamma\Delta$  βάσει, ἴσον ἐστὶ  
 καὶ τὸ  $A\Theta\Gamma$  τρίγωνον τῷ  $A\Gamma\Delta$  τριγώνῳ, καὶ εἰ  
 ὑπερέχει ἡ  $\Theta\Gamma$  βάσις τῆς  $\Gamma\Delta$  βάσεως, ὑπερέχει καὶ  
 τὸ  $A\Theta\Gamma$  τρίγωνον τοῦ  $A\Gamma\Delta$  τριγώνου, καὶ εἰ ἐλάσ-  
 25 σων, ἔλασσον. τεσσάρων δὴ ὄντων μεγεθῶν δύο  
 μὲν βάσεων τῶν  $B\Gamma$ ,  $\Gamma\Delta$ , δύο δὲ τριγώνων τῶν  $AB\Gamma$ ,  
 $A\Gamma\Delta$  εἴληπται ἰσάκεις πολλαπλάσια τῆς μὲν  $B\Gamma$  βά-  
 σεως καὶ τοῦ  $AB\Gamma$  τριγώνου ἢ τε  $\Theta\Gamma$  βάσις καὶ τὸ

4.  $\Gamma Z$ ]  $Z$  e corr. m. 2 F. ὕψος] P; ὕψος ὄντα Theon  
 (BVp, F in ras. m. 2). τὸ  $A\Gamma$ ] P; τὴν ἀπὸ τοῦ  $A$  ἐπὶ



Sint trianguli  $AB\Gamma$ ,  $A\Gamma\Delta$ , parallelogramma autem



$E\Gamma$ ,  $\Gamma Z$  sub eadem altitudine posita  $A\Gamma$ . dico, esse  $B\Gamma : \Gamma\Delta = AB\Gamma : A\Gamma\Delta = E\Gamma : \Gamma Z$ .

producatur enim  $B\Delta$  in utramque partem ad puncta  $\Theta$ ,  $\Lambda$ , et ponantur basi  $B\Gamma$  aequales quotlibet rectae  $BH$ ,  $H\Theta$  et basi  $\Gamma\Delta$  aequales quotlibet rectae  $\Delta K$ ,  $K\Lambda$ , et ducantur  $AH$ ,  $A\Theta$ ,  $AK$ ,  $A\Lambda$ .

et quoniam  $\Gamma B = BH = H\Theta$ , erit etiam

$$\triangle A\Theta H = AHB = AB\Gamma \text{ [I, 38].}$$

itaque quoties multiplex est basis  $\Theta\Gamma$  basis  $B\Gamma$ , toties multiplex est etiam triangulus  $A\Theta\Gamma$  trianguli  $AB\Gamma$ . eadem de causa, quoties multiplex est basis  $A\Gamma$  basis  $\Gamma\Delta$ , toties multiplex est etiam triangulus  $A\Lambda\Gamma$  trianguli  $A\Gamma\Delta$ . et si  $\Theta\Gamma = \Gamma\Delta$ , erit etiam  $\triangle A\Theta\Gamma = A\Gamma\Delta$  [I, 38], et si  $\Theta\Gamma > \Gamma\Delta$ , erit etiam  $\triangle A\Theta\Gamma > A\Gamma\Delta$ , et si  $\Theta\Gamma < \Gamma\Delta$ , erit  $\triangle A\Theta\Gamma < A\Gamma\Delta$ . itaque datis quattuor magnitudinibus, duabus basibus  $B\Gamma$ ,  $\Gamma\Delta$  et duobus triangulis  $AB\Gamma$ ,  $A\Gamma\Delta$  sumptae sunt aequae multiplices basis  $B\Gamma$

*τὴν BΔ κάθετον ἀγομένην* Theon (B V p, F in ras. m. 2); sed cfr. def. 4. 5. λέγω, ὅτι] in ras. m. 2 F. ἐστὶν ὡς ἡ BΓ] in mg. transeunt m. 1 F. βάσις] -ις in ras. F. 9. BΔ] ΔB Bp, V m. 2. 11. ὅσαιδηποτοῦν] om. P. 12. ΔK] in ras. V. 14. BH, HΘ] e corr. p. 15. ἐστὶν P; comp. p. AHΘ Fp. 18. ABΓ] corr. ex AΘΓ m. 2 F. 19. AΓ] ΓΔ P, sed Δ in ras. ΓΔ] ΔΓ Bp. 20. AΓΔ] AΔΓ Bp. τριγώνον π (non P). 21. ΓΔ] inter Γ et Δ ras. 1 litt. F V. ἐστὶν P, comp. p. 22. AΔΓ Bp. 23. ΓΔ] inter Γ et Δ ras. 1 litt. V. 24. AΓΔ] P V, B in ras. m. 1; AΔΓ p; ABΓ F. ἔλαττον ἔλαττον BF (ἐλάττων F m. 2).

$A\Theta\Gamma$  τρίγωνον, τῆς δὲ  $\Gamma\Delta$  βάσεως καὶ τοῦ  $A\Delta\Gamma$  τριγώνου ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκεις πολλαπλάσια ἢ τε  $\Delta\Gamma$  βάσις καὶ τὸ  $A\Delta\Gamma$  τρίγωνον· καὶ δέδεικται, ὅτι, εἰ ὑπερέχει ἢ  $\Theta\Gamma$  βάσις τῆς  $\Gamma\Delta$  βάσεως, ὑπερέχει  
 5 καὶ τὸ  $A\Theta\Gamma$  τρίγωνον τοῦ  $A\Delta\Gamma$  τριγώνου, καὶ εἰ ἴση, ἴσον, καὶ εἰ ἐλάσσων, ἔλασσον· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ  $B\Gamma$  βάσις πρὸς τὴν  $\Gamma\Delta$  βάσιν, οὕτως τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $A\Gamma\Delta$  τρίγωνον.

Καὶ ἐπεὶ τοῦ μὲν  $AB\Gamma$  τριγώνου διπλάσιόν ἐστι  
 10 τὸ  $E\Gamma$  παραλληλόγραμμον, τοῦ δὲ  $A\Gamma\Delta$  τριγώνου διπλάσιόν ἐστι τὸ  $Z\Gamma$  παραλληλόγραμμον, τὰ δὲ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $A\Gamma\Delta$  τρίγωνον, οὕτως τὸ  $E\Gamma$  παραλληλόγραμμον  
 15 πρὸς τὸ  $Z\Gamma$  παραλληλόγραμμον. ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη, ὡς μὲν ἡ  $B\Gamma$  βάσις πρὸς τὴν  $\Gamma\Delta$ , οὕτως τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $A\Gamma\Delta$  τρίγωνον, ὡς δὲ τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $A\Gamma\Delta$  τρίγωνον, οὕτως τὸ  $E\Gamma$  παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ  $\Gamma Z$  παραλληλόγραμμον,  
 20 καὶ ὡς ἄρα ἡ  $B\Gamma$  βάσις πρὸς τὴν  $\Gamma\Delta$  βάσιν, οὕτως τὸ  $E\Gamma$  παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ  $Z\Gamma$  παραλληλόγραμμον.

Τὰ ἄρα τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα πρὸς ἀλλήλα ἐστὶν ὡς αἱ  
 25 βάσεις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

β'.

Ἐὰν τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις εὐθεΐα, ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τρι-

2.  $\tilde{\alpha}$ ] supra F. 3.  $\Delta\Gamma$ ]  $\Gamma\Delta$  P. 4.  $\Gamma\Delta$ ]  $\Delta$  in ras. m. 2 P;  $\Delta\Gamma$  F. 6. ἴση] ἴσον B, et F, corr. m. 2. ἐλάσσων]

triangulique  $AB\Gamma$  basis  $\Theta\Gamma$  et triangulus  $A\Theta\Gamma$ , et basis  $\Gamma\Delta$  triangulique  $A\Delta\Gamma$  aliae quaevis aequae multiples basis  $A\Gamma$  et triangulus  $A\Delta\Gamma$ ; et demonstratum est, si  $\Theta\Gamma$  basis basim  $\Gamma\Delta$  superet, etiam triangulum  $A\Theta\Gamma$  triangulum  $A\Delta\Gamma$  superare, et si aequalis sit, aequalem esse, et si minor, minorem. itaque erit

$$B\Gamma : \Gamma\Delta = AB\Gamma : A\Delta\Gamma \text{ [V def. 5].}$$

et quoniam  $E\Gamma = 2 AB\Gamma$  et  $Z\Gamma = 2 A\Delta\Gamma$  [I, 34], et partes eandem rationem habent atque aequae multiples [V, 15], erit  $\Delta AB\Gamma : A\Delta\Gamma = E\Gamma : Z\Gamma$ . iam quoniam demonstratum est, esse

$$B\Gamma : \Gamma\Delta = AB\Gamma : A\Delta\Gamma$$

et  $AB\Gamma : A\Delta\Gamma = E\Gamma : \Gamma Z$ , erit etiam

$$B\Gamma : \Gamma\Delta = E\Gamma : Z\Gamma \text{ [V, 11].}$$

Ergo trianguli et parallelogramma sub eadem altitudine posita eandem inter se rationem habent ac bases; quod erat demonstrandum.

## II.

Si in triangulo uni laterum parallela ducitur recta, latera trianguli proportionaliter secabit; et si latera

---

II. Schol. in Archim. III p. 383.

---

$\xi\lambda\alpha\sigma\sigma\omicron\nu$  P;  $\xi\lambda\alpha\tau\tau\omicron\nu$  B, et F; corr. m. 2;  $\xi\lambda\acute{\alpha}\tau\tau\omicron\nu$  p.  $\xi\lambda\alpha\tau\tau\omicron\nu$  BFp. 9.  $\mu\acute{\epsilon}\nu$  τοῦ V. 10.  $\delta\acute{\epsilon}$ ] m. 2 V. 11.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$  P; comp. p. 12.  $\pi\omicron\lambda\lambda\alpha\pi\lambda\alpha\sigma\iota\omicron\iota\varsigma$ ]  $\pi\alpha\rho\alpha\pi\lambda\eta\sigma\iota\omicron\iota\varsigma$  B; corr. m. 2. 15.  $Z\Gamma$ ]  $\Gamma Z$  BFp, V m. 2. 16.  $\eta\acute{\iota}$   $\mu\acute{\epsilon}\nu$  p.  $AB\Gamma$ ]  $A\Gamma B$  P. 17.  $A\Gamma\Delta$ ] corr. ex  $A\Delta\Gamma$  F.  $\tau\rho\acute{\iota}\gamma\omega\nu\omicron\nu$ ] om. V. 18.  $\tau\rho\acute{\iota}\gamma\omega\nu\omicron\nu$ ] om. V.  $A\Gamma\Delta$ ] e corr. F.  $\tau\rho\acute{\iota}\gamma\omega\nu\omicron\nu$ ] m. 2 V. 19.  $\Gamma Z$ ] P; V m. 1;  $Z\Gamma$  BFp, V m. 2. 20.  $\Gamma\Delta$ ]  $\Delta\Gamma$  p. 21.  $\pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\gamma\rho\alpha\mu\mu\omicron\nu$ ] (alt.) om. V. 27.  $\pi\alpha\rho\acute{\alpha}$   $\mu\acute{\iota}\alpha\nu$ ] mutat. in  $\pi\alpha\rho\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\varsigma$   $\mu\acute{\iota}\alpha$  B m. recentissima; in V supra scr. m. 2:  $\eta\tau\omicron\iota$   $\mu\acute{\iota}\alpha$   $\tau\omega\nu$   $\pi\lambda\acute{\epsilon}\nu\rho\omega\nu$   $\pi\alpha\rho\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\varsigma$ .

γώνου πλευράς· καὶ ἐὰν αἱ τοῦ τριγώνου πλευ-  
ραὶ ἀνάλογον τμηθῶσιν, ἡ ἐπὶ τὰς τομὰς  
ἐπιξευγνυμένη εὐθεῖα παρὰ τὴν λοιπὴν ἔσται  
τοῦ τριγώνου πλευράν.

5 Τριγώνου γὰρ τοῦ  $AB\Gamma$  παράλληλος μιᾷ τῶν  
πλευρῶν τῇ  $B\Gamma$  ἤχθω ἡ  $\Delta E$ · λέγω, ὅτι ἔστιν ὡς ἡ  
 $B\Delta$  πρὸς τὴν  $\Delta A$ , οὕτως ἡ  $\Gamma E$  πρὸς τὴν  $EA$ .

Ἐπεξεύχθωσαν γὰρ αἱ  $BE, \Gamma\Delta$ .

10 Ἴσον ἄρα ἔστι τὸ  $B\Delta E$  τρίγωνον τῷ  $\Gamma\Delta E$  τρι-  
γώνῳ· ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ἔστι τῆς  $\Delta E$  καὶ  
ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς  $\Delta E, B\Gamma$ · ἄλλο δέ  
τι τὸ  $A\Delta E$  τρίγωνον. τὰ δὲ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν  
αὐτὸν ἔχει λόγον· ἔστιν ἄρα ὡς τὸ  $B\Delta E$  τρίγωνον  
πρὸς τὸ  $A\Delta E$  [τρίγωνον], οὕτως τὸ  $\Gamma\Delta E$  τρίγωνον  
15 πρὸς τὸ  $A\Delta E$  τρίγωνον. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ  $B\Delta E$   
τρίγωνον πρὸς τὸ  $A\Delta E$ , οὕτως ἡ  $B\Delta$  πρὸς τὴν  
 $\Delta A$ · ὑπὸ γὰρ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα τὴν ἀπὸ τοῦ  $E$   
ἐπὶ τὴν  $AB$  κάθετον ἀγομένην πρὸς ἄλληλά εἰσιν  
ὡς αἱ βάσεις. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὡς τὸ  $\Gamma\Delta E$  τρίγωνον  
20 πρὸς τὸ  $A\Delta E$ , οὕτως ἡ  $\Gamma E$  πρὸς τὴν  $EA$ · καὶ  
ὡς ἄρα ἡ  $B\Delta$  πρὸς τὴν  $\Delta A$ , οὕτως ἡ  $\Gamma E$  πρὸς  
τὴν  $EA$ .

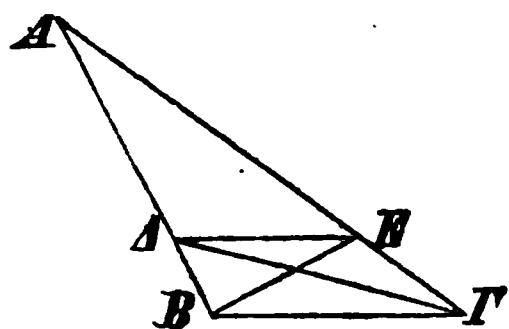
Ἀλλὰ δὴ αἱ τοῦ  $AB\Gamma$  τριγώνου πλευραὶ αἱ  $AB$ ,  
 $A\Gamma$  ἀνάλογον τετμήσθωσαν, ὡς ἡ  $B\Delta$  πρὸς τὴν  $\Delta A$ ,  
25 οὕτως ἡ  $\Gamma E$  πρὸς τὴν  $EA$ , καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $\Delta E$ ·  
λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ  $\Delta E$  τῇ  $B\Gamma$ .

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ ἔστιν

1. Ante ἐάν 2 litt. eras. V. 3. παρὰ τὴν λοιπὴν] mutat.  
in παράλληλος τῇ λοιπῇ B m. recentiss.; in F supra scr. m. 2  
παράλληλος. 4. πλευράν] mutat. in πλευρᾷ m. recentiss. B.

7. τήν] postea insert. φ. τήν] postea insert. φ. EA]

trianguli proportionaliter secantur, recta ad puncta sectionum ducta reliquo lateri trianguli parallela erit.



Nam in triangulo  $AB\Gamma$  unilaterum  $B\Gamma$  parallela ducatur  $\Delta E$ . dico, esse

$$B\Delta : \Delta A = \Gamma E : EA.$$

ducantur enim  $BE$ ,  $\Gamma\Delta$ .

itaque  $\triangle B\Delta E = \triangle \Gamma\Delta E$ ; nam

in eadem basi sunt  $\triangle E$  et in iisdem parallelis  $\Delta E$ ,  $B\Gamma$  [I, 38]. alia autem quaedam magnitudo est  $\triangle A\Delta E$ . et aequalia ad idem eandem rationem habent [V, 7]. erit igitur  $B\Delta E : A\Delta E = \Gamma\Delta E : A\Delta E$ . uerum  $B\Delta E : A\Delta E = B\Delta : \Delta A$ ; nam cum sub eadem altitudine positi sint, ea quae ab  $E$  ad  $AB$  perpendicularis ducitur, eandem inter se rationem habent ac bases [prop. I]. eadem de causa erit etiam

$$\triangle \Gamma\Delta E : A\Delta E = \Gamma E : EA.$$

quare etiam  $B\Delta : \Delta A = \Gamma E : EA$  [V, 11].

iam uero trianguli  $AB\Gamma$  latera  $AB$ ,  $A\Gamma$  proportionaliter secantur, ita ut sit  $B\Delta : \Delta A = \Gamma E : EA$ , et ducatur  $\Delta E$ . dico,  $\Delta E$  rectae  $B\Gamma$  parallelam esse.

$AB$  F. 8. γάρ] supra m. 1 V. 9. ἄρα] δὴ P. ἐστὶν P, comp. p. 11.  $B\Gamma$ ]  $EZ$  φ (non F). 14. τό] corr. ex τῷ m. 2 V.  $A\Delta E$ ]  $\Delta A E$  P. τρίγωνον] om. P. τρίγωνον] om. V. 16.  $A\Delta E$ ]  $\Delta$  e corr. m. 2 V. ἡ] φ; add. supra etiam m. rec. 19. Post βάσεις add. V: ὡς δὲ τὸ  $\Gamma\Delta E$  πρὸς τὸ  $A\Delta E$  τρίγωνον. δὴ] om. F; uidetur add. fuisse m. 2, sed euan.; δὴ καὶ P. ὡς τό] om. V; ὡς δὲ τό φ.  $\Gamma\Delta E$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $A\Delta E$ ] om. V. 20.  $EA$ ]  $AE$  p. 21.  $\Gamma E$ ]  $\Gamma B$  F? 23. αὖ  $AB$ ,  $A\Gamma$ ] m. 2 V; αὖ om. F, add. φ. 24. Ante ὡς hab. Bp: κατὰ τὰ  $\Delta$ ,  $E$  σημεία; idem P mg. m. 2. ὡς ἄρα Bp. 25.  $\Gamma E$ ] mutat. in  $E\Gamma$  m. 2 V.

ὥς ἡ  $B\Delta$  πρὸς τὴν  $\Delta A$ , οὕτως ἡ  $\Gamma E$  πρὸς τὴν  $EA$ ,  
 ἀλλ' ὥς μὲν ἡ  $B\Delta$  πρὸς τὴν  $\Delta A$ , οὕτως τὸ  $B\Delta E$   
 τρίγωνον πρὸς τὸ  $A\Delta E$  τρίγωνον, ὥς δὲ ἡ  $\Gamma E$  πρὸς  
 τὴν  $EA$ , οὕτως τὸ  $\Gamma\Delta E$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $A\Delta E$   
 5 τρίγωνον, καὶ ὥς ἄρα τὸ  $B\Delta E$  τρίγωνον πρὸς τὸ  
 $A\Delta E$  τρίγωνον, οὕτως τὸ  $\Gamma\Delta E$  τρίγωνον πρὸς τὸ  
 $A\Delta E$  τρίγωνον. ἐκάτερον ἄρα τῶν  $B\Delta E$ ,  $\Gamma\Delta E$   
 τριγώνων πρὸς τὸ  $A\Delta E$  τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. ἴσον  
 ἄρα ἐστὶ τὸ  $B\Delta E$  τρίγωνον τῷ  $\Gamma\Delta E$  τριγώνῳ· καὶ  
 10 εἰσιν ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς  $\Delta E$ . τὰ δὲ ἴσα  
 τρίγωνα καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς  
 αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν. παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ  
 $\Delta E$  τῇ  $B\Gamma$ .

Ἐὰν ἄρα τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ  
 15 τις εὐθεῖα, ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τριγώνου πλευράς·  
 καὶ ἐὰν αἱ τοῦ τριγώνου πλευραὶ ἀνάλογον τμηθῶσιν,  
 ἡ ἐπὶ τὰς τομὰς ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα παρὰ τὴν λοι-  
 πὴν ἔσται τοῦ τριγώνου πλευράν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

γ'.

20 Ἐὰν τριγώνου ἡ γωνία δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ  
 τέμνουσα τὴν γωνίαν εὐθεῖα τέμνη καὶ τὴν  
 βάσιν, τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἔξει  
 λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς·  
 καὶ ἐὰν τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἔχη  
 25 λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς,  
 ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν ἐπιζευγνυ-  
 μένη εὐθεῖα δίχα τεμεῖ τὴν τοῦ τριγώνου  
 γωνίαν.

3. τρίγωνον] (alt.) om. V. 4. τὴν  $EA$ ] τὸ  $EA$  seq. ras. 1 litt. F.  
 5. καὶ ὥς ἄρα — 7:  $A\Delta E$  τρίγωνον] mg. m. 2 V. 6.

nam iisdem comparatis quoniam est

$B\Delta : \Delta A = \Gamma E : EA$ , et  $B\Delta : \Delta A = \triangle B\Delta E : A\Delta E$ ,  
et  $\Gamma E : EA = \triangle \Gamma\Delta E : A\Delta E$  [prop. I], erit etiam  
 $\triangle B\Delta E : A\Delta E = \triangle \Gamma\Delta E : A\Delta E$  [V, 11]. itaque  
uterque triangulus  $B\Delta E$ ,  $\Gamma\Delta E$  ad  $A\Delta E$  eandem  
rationem habet. itaque  $\triangle B\Delta E = \triangle \Gamma\Delta E$  [V, 9]. et  
in eadem basi sunt  $\Delta E$ . trianguli autem, qui aequales  
sunt et in eadem basi positi, etiam in iisdem parallelis  
sunt [I, 39]. itaque  $\Delta E$  rectae  $B\Gamma$  parallela est.

Ergo si in triangulo uni laterum parallela ducitur  
recta, latera trianguli proportionaliter secabit; et si  
latera trianguli proportionaliter secantur, recta ad  
puncta sectionum ducta reliquo lateri trianguli paral-  
lela erit; quod erat demonstrandum.

### III.

Si angulus trianguli in duas partes aequales  
diuiditur, et recta angulum secans etiam basim secat,  
partes basis eandem rationem habebunt ac reliqua  
latera trianguli; et si partes basis eandem rationem  
habent ac reliqua latera trianguli, recta a uertice  
ad punctum sectionis ducta angulum trianguli in duas  
partes aequales secabit.

III. Theon in Ptolem. p. 201. Eutocius in Archim. III  
p. 272, 11. Schol. in Pappum III p. 1175, 16, 25 al.

$\tau\epsilon\lambda\gamma\omega\nu\omicron\nu$ ] (prius) om. BFV p. 7.  $\tau\epsilon\lambda\gamma\omega\nu\omicron\nu$ ] comp. F. 8.  
 $\pi\rho\acute{o}s\ \tau\acute{o}\ A\Delta E$ ] supra m. 1 F;  $\pi\rho\acute{o}s\ \tau\acute{o}\ A\Delta E\ \tau\epsilon\lambda\gamma\omega\nu\omicron\nu$  V. 9.  
 $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$  FV. 11.  $\kappa\alpha\acute{\iota}$ ] (prius)  $\tau\acute{\alpha}$  F. 12.  $\pi\alpha\rho\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\omicron s$  V; corr.  
m. 2.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$ ] (prius) PFV;  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$  B, et p ( $\iota$  in ras.);  $\epsilon\acute{\iota}\sigma\acute{\iota}$  V  
m. 2. 14.  $\pi\lambda\epsilon\nu\rho\acute{\omega}\nu$ ] mg. m. 1 P. 20.  $\eta$ ] om. V.  $\tau\mu\eta\theta\eta$ ]  
in ras. m. 2 V.  $\delta\acute{\epsilon}$ ] supra m. 1 F. 21.  $\tau\acute{\epsilon}\mu\nu\eta$ ]  $\tau\acute{\epsilon}\mu\nu\epsilon\iota$   
eras. i V. 24.  $\kappa\alpha\acute{\iota}\ \acute{\epsilon}\alpha\nu\ \tau\acute{\alpha}$  — 25:  $\pi\lambda\epsilon\nu\rho\alpha\acute{\iota}s$ ] mg. m. 2 V. 24.  
 $\acute{\epsilon}\chi\eta$ ] corr. ex  $\acute{\epsilon}\chi\epsilon\iota$  m. 1 p. 27.  $\tau\epsilon\mu\epsilon\acute{\iota}$ ] P, F m. 2, V m. 2;  
 $\tau\acute{\epsilon}\mu\nu\epsilon\iota$  Bp, F m. 1, V m. 1.

Ἐστω τρίγωνον τὸ  $AB\Gamma$ , καὶ τετμήσθω ἡ ὑπὸ  $BAG$  γωνία δίχα ὑπὸ τῆς  $AD$  εὐθείας· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ  $B\Delta$  πρὸς τὴν  $\Gamma\Delta$ , οὕτως ἡ  $BA$  πρὸς τὴν  $AG$ .

5 Ἦχθω γὰρ διὰ τοῦ  $\Gamma$  τῇ  $DA$  παράλληλος ἡ  $GE$ , καὶ διαχθεῖσα ἡ  $BA$  συμπίπτει ἀντὶ κατὰ τὸ  $E$ .

Καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς  $AD$ ,  $EG$  εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ  $AG$ , ἡ ἄρα ὑπὸ  $AGE$  γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ  $GAD$ . ἀλλ' ἡ ὑπὸ  $GAD$  τῇ ὑπὸ  $BAD$  ὑπό-  
 10 κείται ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ  $BAD$  ἄρα τῇ ὑπὸ  $AGE$  ἐστὶν ἴση. πάλιν, ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς  $AD$ ,  $EG$  εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ  $BAE$ , ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ  $BAD$  ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς τῇ ὑπὸ  $AEG$ . ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ  $AGE$  τῇ ὑπὸ  $BAD$  ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ  $AGE$  ἄρα  
 15 γωνία τῇ ὑπὸ  $AEG$  ἐστὶν ἴση· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ  $AE$  πλευρᾷ τῇ  $AG$  ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ  $BGE$  παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν  $EG$  ἥκται ἡ  $AD$ , ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ  $B\Delta$  πρὸς τὴν  $\Delta\Gamma$ , οὕτως ἡ  $BA$  πρὸς τὴν  $AE$ . ἴση δὲ ἡ  $AE$  τῇ  $AG$ .  
 20 ὡς ἄρα ἡ  $B\Delta$  πρὸς τὴν  $\Delta\Gamma$ , οὕτως ἡ  $BA$  πρὸς τὴν  $AG$ .

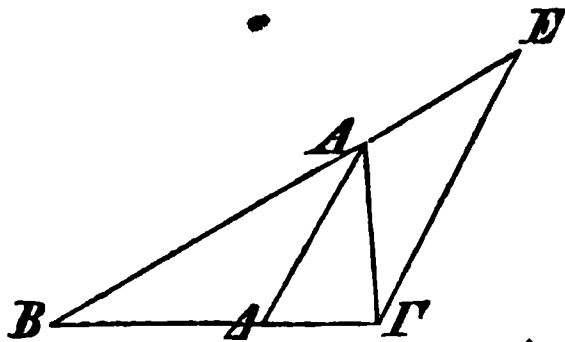
Ἀλλὰ δὴ ἔστω ὡς ἡ  $B\Delta$  πρὸς τὴν  $\Delta\Gamma$ , οὕτως ἡ  $BA$  πρὸς τὴν  $AG$ , καὶ ἐπεζεύχθω ἡ  $AD$ · λέγω, ὅτι δίχα τέτμηται ἡ ὑπὸ  $BAG$  γωνία ὑπὸ τῆς  $AD$   
 25 εὐθείας.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ  $B\Delta$  πρὸς τὴν  $\Delta\Gamma$ , οὕτως ἡ  $BA$  πρὸς τὴν  $AG$ , ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ  $B\Delta$  πρὸς τὴν  $\Delta\Gamma$ , οὕτως ἐστὶν ἡ  $BA$

1. καί] supra F. 3.  $\Gamma\Delta$ ]  $\Delta\Gamma$  P. 7. εὐθείας V.  
 8. ἐνέπεσεν] P φ Bp; ἐμπέπτωκεν V. ἐστὶν P; comp. p.  
 9. ἀλλά P. 11. εὐθεῖα] εὐθείας addito εὐθεῖα in mg. m.



Sit triangulus  $AB\Gamma$ , et  $\angle B A \Gamma$  in duas partes aequales secetur recta  $A\Delta$ .



dico, esse

$$B\Delta : \Gamma\Delta = BA : A\Gamma.$$

ducatur enim per  $\Gamma$  rectae  $\Delta A$  parallela  $\Gamma E$ , et producta  $BA$  cum ea concurrat

in  $E$  [I *αλτ*. 5]. et quoniam in rectas parallelas  $A\Delta$ ,  $E\Gamma$  recta incidit  $A\Gamma$ , erit  $\angle A\Gamma E = \Gamma A \Delta$  [I, 29]. sed supposuimus  $\angle \Gamma A \Delta = B A \Delta$ . quare etiam  $\angle B A \Delta = \angle A\Gamma E$ . rursus quoniam in rectas parallelas  $A\Delta$ ,  $E\Gamma$  recta incidit  $BAE$ , erit  $\angle B A \Delta = \angle A E \Gamma$  exterior angulus interiori [I, 29]. demonstratum est autem, esse etiam  $\angle A\Gamma E = B A \Delta$ . quare etiam  $\angle A\Gamma E = \angle A E \Gamma$ . quare etiam  $AE = A\Gamma$  [I, 6]. et quoniam in triangulo  $B\Gamma E$  uni laterum  $E\Gamma$  parallela ducta est  $A\Delta$ , erit  $B\Delta : \Delta\Gamma = BA : AE$  [prop. II]. sed  $AE = A\Gamma$ . itaque erit

$$B\Delta : \Delta\Gamma = BA : A\Gamma.$$

iam uero sit  $B\Delta : \Delta\Gamma = BA : A\Gamma$ , et ducatur  $A\Delta$ . dico,  $\angle B A \Gamma$  in duas partes aequales secari recta  $A\Delta$ .

nam iisdem comparatis quoniam est  $B\Delta : \Delta\Gamma = BA : A\Gamma$ , uerum etiam  $B\Delta : \Delta\Gamma = BA : AE$  (nam

2 V; *εὐθείας εὐθειᾶ* Bp. 12. *ἐνέπεσε* V.  $BAE$ ] litt.  $E$  in ras. m. 2 P.  $\eta$ ] (tert.) in ras. V. 13. *ἴση*]  $-\eta$  e corr. m. 2 P.  $A E \Gamma$ ] litt.  $E \Gamma$  in ras. P. 14.  $BA\Delta$ ] corr. ex  $B\Delta\Delta$  m. 1 p. *ἄρα γωνία*] om. V. 16.  $AE$ ]  $A\Theta \pi$  (non P),  $EA \varphi$ . *πλευράν π* (non P). 18. *πρὸς τήν*] *τήν* comp. scriptum cum *πρὸς* coaluit in F, *πρὸς φ*, et sic in seq. saepius. 20. *ὡς ἄρα*] P; *ἔστιν ἄρα ὡς* Theon? (BFVp); cfr. p. 68, 15. 22.  $B\Delta$ ]  $\Delta$  corr. p.  $\Delta\Gamma$ ]  $\Gamma\Delta$  F. 26. *ἐπεὶ γὰρ φ*. 27.  $A\Gamma$  — p. 84, 1: *πρὸς τήν*] om. Bp. 28. *τήν*] om. F (inser. m. rec., sed eras.).

- πρὸς τὴν  $AE$ · τριγώνου γὰρ τοῦ  $BGE$  παρὰ μίαν  
τὴν  $EG$  ἥκται ἡ  $AD$ · καὶ ὥς ἄρα ἡ  $BA$  πρὸς τὴν  
 $AG$ , οὕτως ἡ  $BA$  πρὸς τὴν  $AE$ . ἴση ἄρα ἡ  $AG$  τῇ  
 $AE$ · ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ  $AEΓ$  τῇ ὑπὸ  $AGE$   
5 ἔστιν ἴση. ἀλλ' ἡ μὲν ὑπὸ  $AEΓ$  τῇ ἐκτὸς τῇ ὑπὸ  
 $BAD$  [ἔστιν] ἴση, ἡ δὲ ὑπὸ  $AGE$  τῇ ἐναλλάξ τῇ  
ὑπὸ  $GAD$  ἔστιν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ  $BAD$  ἄρα τῇ ὑπὸ  
 $GAD$  ἔστιν ἴση. ἡ ἄρα ὑπὸ  $BAG$  γωνία δίχα τέτμηται  
ὑπὸ τῆς  $AD$  εὐθείας.
- 10 Ἐὰν ἄρα τριγώνου ἡ γωνία δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ  
τέμνουσα τὴν γωνίαν εὐθεῖα τέμνη καὶ τὴν βάσιν,  
τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον ταῖς  
λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς· καὶ ἐὰν τὰ τῆς βάσεως  
τμήματα τὸν αὐτὸν ἔχη λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τρι-  
15 γώνου πλευραῖς, ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν  
ἐπιξευγνυμένη εὐθεῖα δίχα τέμνει τὴν τοῦ τριγώνου  
γωνίαν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ'.

Τῶν ἰσογωνίων τριγώνων ἀνάλογόν εἰ-  
20 σιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας καὶ  
ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι.

Ἐστω ἰσογώνια τρίγωνα τὰ  $ABΓ$ ,  $ΔΓE$  ἴσην  
ἔχοντα τὴν μὲν ὑπὸ  $ABΓ$  γωνίαν τῇ ὑπὸ  $ΔΓE$ , τὴν  
δὲ ὑπὸ  $BAG$  τῇ ὑπὸ  $GΔE$  καὶ ἔτι τὴν ὑπὸ  $AGB$   
25 τῇ ὑπὸ  $ΓEΔ$ · λέγω, ὅτι τῶν  $ABΓ$ ,  $ΔΓE$  τριγώνων

IV. Psellus p. 70.

3. οὕτως] m. 2 V.  $AE$ ]  $AG$  φ. 4.  $AE$ ]  $EA$  φ. τῇ]  
PBp; γωνία τῇ FV. 5. ἀλλὰ P. 6.  $BAΔ$ ] B supra m. 1 F.  
ἔστιν] om. P. ἡ δέ] ἴση δὲ καὶ ὁ V.  $AGE$ ] supra Γ ras.  
est in V;  $AEΓ$  F. 7. ἔστιν ἴση] om. V. καὶ ἡ ὑπό — 8:

in triangulo  $B\Gamma E$  uni laterum  $E\Gamma$  parallela ducta est  $AA$ ) [prop. II], erit etiam  $BA : A\Gamma = BA : AE$  [V, 11]. quare  $A\Gamma = AE$  [V, 9]. quare etiam  $\angle AEF = \angle AGE$  [I, 5]. sed  $\angle AEF = BAA$  exteriori [I, 29], et  $\angle AGE = \Gamma AA$  alterno [id.]. quare etiam  $\angle BAA = \Gamma AA$ . itaque  $\angle BAG$  recta  $AA$  in duas partes aequales sectus est.

Ergo si angulus trianguli in duas partes aequales diuiditur, et recta angulum secans etiam basim secat, partes basis eandem rationem habebunt ac reliqua latera trianguli; et si partes basis eandem rationem habent ac reliqua latera trianguli, recta a uertice ad punctum sectionis ducta angulum trianguli in duas partes aequales secabit; quod erat demonstrandum.

## IV.

In triangulis aequiangulis latera aequales angulos comprehendentia proportionalia sunt et correspondentia, quae sub aequalibus angulis subtendunt.

Sint trianguli aequianguli  $AB\Gamma$ ,  $\Delta GE$  habentes  $\angle AB\Gamma = \angle G\Delta E$ ,  $BAG = \Gamma\Delta E$ ,  $\angle A\Gamma B = \angle E\Delta G$ . dico,

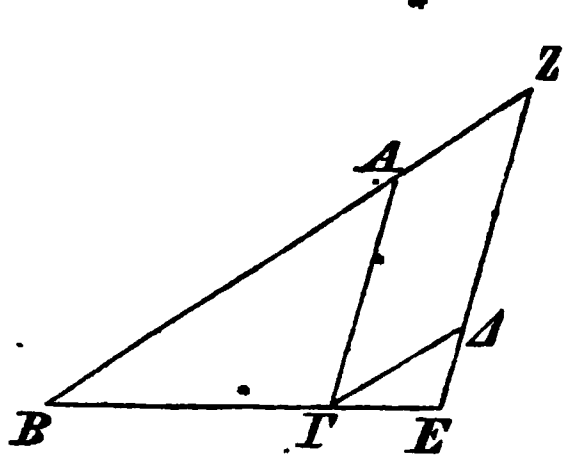
$\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$  [ιση] om. B et V (ras. est quartae partis lineae); in mg. transeunt in ras. p. 10.  $\eta]$  om. V.  $\delta\acute{\iota}\chi\alpha]$  om. F. 11.  $\tau\eta\nu\ \gamma\omega\nu\acute{\iota}\alpha\nu]$  P;  $\alpha\acute{\upsilon}\tau\eta\nu$  BFVp.  $\epsilon\acute{\upsilon}\theta\epsilon\acute{\iota}\alpha]$  mg. m. 1 P.  $\tau\acute{\epsilon}\mu\omega\epsilon\iota$  F et seq. ras. 1 litt. V. 12.  $\tau\acute{\alpha}]$  m. 2 F. 13.  $\kappa\alpha\iota\ \acute{\epsilon}\acute{\alpha}\nu$  — 17:  $\delta\epsilon\acute{\iota}\xi\alpha\iota]$  in ras. m. 1 F. 14.  $\acute{\epsilon}\chi\eta]$  corr. ex  $\acute{\epsilon}\chi\epsilon\iota$  p.  $\lambda\acute{\omicron}\gamma\omicron\nu$   $\acute{\epsilon}\chi\eta$  V. 16.  $\tau\omicron\upsilon\ \tau\rho\iota\gamma\acute{\omega}\nu\omicron\nu]$  om. FV. 17.  $\gamma\omega\nu\acute{\iota}\alpha\nu]$   $\epsilon\acute{\upsilon}\theta\epsilon\acute{\iota}\alpha\nu$  p. 20.  $\alpha\acute{\iota}\ \pi\epsilon\rho\acute{\iota}]$  e corr. V.  $\acute{\iota}\sigma\alpha\varsigma]$  m. rec. F. 21.  $\pi\lambda\epsilon\upsilon\rho\alpha\acute{\iota}\ \acute{\upsilon}\pi\omicron\tau\epsilon\acute{\iota}\lambda\omicron\nu\sigma\alpha\iota$  Bp,  $\acute{\upsilon}\pi\omicron\tau\epsilon\acute{\iota}\lambda\omicron\nu\sigma\alpha\iota\ \pi\lambda\epsilon\upsilon\rho\alpha\acute{\iota}$  FV. 22.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\omega\sigma\alpha\nu$  V.  $\Delta GE]$   $\Gamma\Delta E$  Bp, V m. 2. 23.  $AB\Gamma]$   $BAG$  P.  $\gamma\omega\nu\acute{\iota}\alpha\nu]$  comp. mg. P.  $\Delta GE]$   $\Gamma\Delta E$  P. 24.  $BAG]$  BFp, V m. 2;  $B\Gamma A$  P;  $A\Gamma B$  V m. 1.  $\Gamma\Delta E]$  BFp, V m. 2;  $\Gamma E\Delta$  P.  $A\Gamma B]$  Bp, V in ras. m. 2;  $AB\Gamma$  PF. 25.  $\Gamma E\Delta]$  BFp;  $\Delta E\Gamma$  in ras. m. 2 V;  $\Delta GE$  P.

ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι.

Κείσθω γὰρ ἐπ' εὐθείας ἡ  $B\Gamma$  τῇ  $\Gamma E$ . καὶ ἐπεὶ αἱ ὑπὸ  $AB\Gamma$ ,  $A\Gamma B$  γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάττονές  
 5 εἰσιν, ἴση δὲ ἡ ὑπὸ  $A\Gamma B$  τῇ ὑπὸ  $\Delta E\Gamma$ , αἱ ἄρα ὑπὸ  $AB\Gamma$ ,  $\Delta E\Gamma$  δύο ὀρθῶν ἐλάττονές εἰσιν· αἱ  $BA$ ,  $E\Delta$  ἄρα ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται. ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ  $Z$ .

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $\Delta \Gamma E$  γωνία τῇ ὑπὸ  
 10  $AB\Gamma$ , παράλληλός ἐστὶν ἡ  $BZ$  τῇ  $\Gamma\Delta$ . πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $A\Gamma B$  τῇ ὑπὸ  $\Delta E\Gamma$ , παράλληλός ἐστὶν ἡ  $A\Gamma$  τῇ  $ZE$ . παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ  $ZAG\Delta$ . ἴση ἄρα ἡ μὲν  $ZA$  τῇ  $\Delta\Gamma$ , ἡ δὲ  $A\Gamma$  τῇ  $Z\Delta$ . καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ  $ZBE$  παρὰ μίαν τὴν  
 15  $ZE$  ἥκται ἡ  $A\Gamma$ , ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ  $BA$  πρὸς τὴν  $AZ$ , οὕτως ἡ  $B\Gamma$  πρὸς τὴν  $\Gamma E$ . ἴση δὲ ἡ  $AZ$  τῇ  $\Gamma\Delta$ · ὡς ἄρα ἡ  $BA$  πρὸς τὴν  $\Gamma\Delta$ , οὕτως ἡ  $B\Gamma$  πρὸς τὴν  $\Gamma E$ , καὶ ἐναλλάξ ὡς ἡ  $AB$  πρὸς τὴν  $B\Gamma$ , οὕτως ἡ  $\Delta\Gamma$  πρὸς τὴν  $\Gamma E$ . πάλιν, ἐπεὶ παράλληλός ἐστὶν  
 20 ἡ  $\Gamma\Delta$  τῇ  $BZ$ , ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ  $B\Gamma$  πρὸς τὴν  $\Gamma E$ , οὕτως ἡ  $Z\Delta$  πρὸς τὴν  $\Delta E$ . ἴση δὲ ἡ  $Z\Delta$  τῇ  $A\Gamma$ · ὡς ἄρα ἡ  $B\Gamma$  πρὸς τὴν  $\Gamma E$ , οὕτως ἡ  $A\Gamma$  πρὸς τὴν  $\Delta E$ , καὶ ἐναλλάξ ὡς ἡ  $B\Gamma$  πρὸς τὴν  $\Gamma A$ , οὕτως ἡ  $\Gamma E$  πρὸς τὴν  $E\Delta$ . ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ὡς μὲν ἡ  
 25  $AB$  πρὸς τὴν  $B\Gamma$ , οὕτως ἡ  $\Delta\Gamma$  πρὸς τὴν  $\Gamma E$ , ὡς δὲ ἡ  $B\Gamma$  πρὸς τὴν  $\Gamma A$ , οὕτως ἡ  $\Gamma E$  πρὸς τὴν  $E\Delta$ , δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ  $BA$  πρὸς τὴν  $A\Gamma$ , οὕτως ἡ  $\Gamma\Delta$  πρὸς τὴν  $\Delta E$ .

4. δύο] αἱ δύο P, corr. m. 1. ἐλάσσονες V. 6. ἐλάσσονες V.  
 10. ἐστὶν] P, F m. 1; ἄρα ἐστὶν BVp, F m. 2. Sequentia in  
 ras. m. 1 p. 12. ἐστὶ] ἐστὶν P, comp. p. 13.  $ZAG\Delta$ ]  $\Gamma$  in  
 ras. B.  $\Delta\Gamma$ ]  $\Gamma$  in ras. p;  $\Gamma\Delta$  V, corr. m. 2. 14.  $Z\Delta$ ]



in triangulis  $AB\Gamma$ ,  $\Delta\Gamma E$  latera aequales angulos comprehendunt aequalia esse et correspondentia, quae sub aequalibus angulis subtendant. ponatur enim  $B\Gamma$  in producta  $\Gamma E$ , et quoniam

$\angle AB\Gamma + \angle \Gamma B A$  duobus rectis minores sunt [I, 17] et  $\angle \Gamma B A = \angle E\Gamma\Delta$ , erunt  $\angle AB\Gamma + \angle E\Gamma\Delta$  duobus rectis minores. itaque  $BA$ ,  $E\Delta$  productae concurrent [I αλτ. 5]. producantur et concurrant in  $Z$ .

et quoniam  $\angle \Delta\Gamma E = \angle AB\Gamma$ , erit  $BZ$  rectae  $\Gamma\Delta$  parallela [I, 28]. rursus quoniam  $\angle \Gamma B A = \angle E\Gamma\Delta$ , erit  $A\Gamma$  rectae  $ZE$  parallela [id.].  $Z\Delta\Gamma\Delta$  igitur parallelogrammum est. quare  $Z\Delta = \Gamma\Delta$ ,  $A\Gamma = Z\Delta$  [I, 34]. et quoniam in triangulo  $ZBE$  uni lateri  $ZE$  parallela ducta est  $A\Gamma$ , erit  $BA : AZ = B\Gamma : \Gamma E$  [prop. II]. sed  $AZ = \Gamma\Delta$ . itaque  $BA : \Gamma\Delta = B\Gamma : \Gamma E$  et permutando [V, 16]  $AB : B\Gamma = \Delta\Gamma : \Gamma E$ . rursus quoniam  $\Gamma\Delta$  rectae  $BZ$  parallela est, erit  $B\Gamma : \Gamma E = Z\Delta : \Delta E$  [prop. II]. sed  $Z\Delta = A\Gamma$ . itaque  $B\Gamma : \Gamma E = A\Gamma : \Delta E$ , et permutando [V, 16]  $B\Gamma : \Gamma A = \Gamma E : E\Delta$ . iam quoniam demonstratum est, esse  $AB : B\Gamma = \Delta\Gamma : \Gamma E$  et  $B\Gamma : \Gamma A = \Gamma E : E\Delta$ , ex aequo erit  $BA : A\Gamma = \Gamma\Delta : \Delta E$  [V, 22].

$\Delta Z$  P.  $ZBE$ ] PF, V m. 1;  $BZE$  Bp, V m. 2.  $\mu\acute{\iota}\alpha\nu$   
 $\tau\omega\acute{\nu}$  πλευρῶν V. 15. ἡ] (alt.) om. P.  $\tau\eta\nu$ ] om. BFp. 16.  
 $\tau\eta\nu$ ] om. BFp. 17.  $\tau\eta\nu$ ] om. BFp.  $\tau\eta\nu$ ] om. φ. 18.  
 $AB$ ]  $BA$  p. πρὸς  $\tau\eta\nu$ ] PV; πρὸς BFp, et sic deinde  
per totam propositionem. 21.  $Z\Delta$ ] (alt.)  $\Delta Z$  V m. 1; corr.  
m. 2. 23. καὶ ἐναλλάξ] P; ἐναλλάξ ἄρα Theon? (BFVp);  
cfr. lin. 18. 24. ἐπεὶ οὖν] καὶ ἐπεὶ P. ἡ μὲν P. 27.  
καὶ δι' ἴσου P.

Τῶν ἄρα ἰσογωνίων τριγώνων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ε'.

5 Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἔξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑπο-  
τείνουσιν.

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ  $ABΓ$ ,  $ΔEZ$  τὰς πλευρὰς  
10 ἀνάλογον ἔχοντα, ὥς μὲν τὴν  $AB$  πρὸς τὴν  $ΒΓ$ , οὕ-  
τως τὴν  $ΔE$  πρὸς τὴν  $EZ$ , ὥς δὲ τὴν  $ΒΓ$  πρὸς τὴν  
 $ΓA$ , οὕτως τὴν  $EZ$  πρὸς τὴν  $ZΔ$ , καὶ ἔτι ὥς τὴν  
 $ΒA$  πρὸς τὴν  $AΓ$ , οὕτως τὴν  $EΔ$  πρὸς τὴν  $ΔZ$ .  
λέγω, ὅτι ἰσογώνιον ἔστι τὸ  $ABΓ$  τρίγωνον τῷ  $ΔEZ$   
15 τριγώνῳ καὶ ἴσας ἔξουσιν τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς αἱ ὁμό-  
λογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν, τὴν μὲν ὑπὸ  $ABΓ$  τῇ  
ὑπὸ  $ΔEZ$ , τὴν δὲ ὑπὸ  $ΒΓA$  τῇ ὑπὸ  $EZΔ$  καὶ ἔτι  
τὴν ὑπὸ  $ΒAΓ$  τῇ ὑπὸ  $EΔZ$ .

Συνεστήτω γὰρ πρὸς τῇ  $EZ$  εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς  
20 αὐτῇ σημείοις τοῖς  $E$ ,  $Z$  τῇ μὲν ὑπο  $ABΓ$  γωνία  
ἴση ἢ ὑπο  $ZEH$ , τῇ δὲ ὑπο  $AΓB$  ἴση ἢ ὑπο  $EZH$ .  
λοιπὴ ἄρα ἢ πρὸς τῷ  $A$  λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ  $H$  ἔστιν ἴση.

ἰσογώνιον ἄρα ἔστι τὸ  $ABΓ$  τρίγωνον τῷ  $EHZ$   
[τριγώνῳ]. τῶν ἄρα  $ABΓ$ ,  $EHZ$  τριγώνων ἀνάλογόν  
25 εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας καὶ ὁμό-

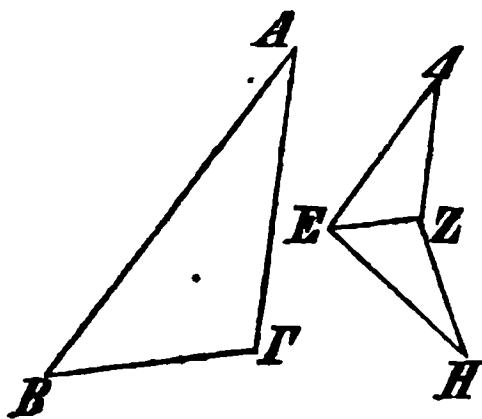
3. ὑπό] παρὰ p. γωνίας] bis p. πλευραὶ ὑποτείνουσιν  
BFp, ὑπατείνουσιν πλευραὶ V. 7. τὰς] m. rec. F. 10.  
τὴν  $ΒΓ$ ]  $ΒΓ$  BFp. 11. τὴν  $EZ$ ]  $EZ$  BFp. τὴν  $ΓA$ ]  $ΓA$  BFp.  
12. οὕτω B. τὴν  $ZΔ$ ] P, V m. 1; τὴν  $ΔZ$  V m. 2;  $ΔZ$  BFp. 13. οὕτω Bp. τὴν  $ΔZ$ ] V; τὴν  $ZΔ$  P;  
 $ΔZ$  BFp. 14. ἔστιν P, comp. p. 16. ὑποτείνουσιν Vp.

Ergo in triangulis aequiangulis latera aequales angulos comprehendentia proportionalia sunt et correspondentia, quae sub aequalibus angulis subtendunt; quod erat demonstrandum.

## V.

Si duo. trianguli latera proportionalia habent, aequianguli erunt trianguli et eos angulos aequales habebunt, sub quibus correspondentia latera subtendunt.

Sint duo trianguli  $AB\Gamma$ ,  $\Delta EZ$  latera proportionalia habentes, ita ut sit  $AB : B\Gamma = \Delta E : EZ$ ,  $B\Gamma : \Gamma A = EZ : Z\Delta$ ,  $BA : A\Gamma = E\Delta : \Delta Z$ . dico, triangulos  $AB\Gamma$ ,  $\Delta EZ$  aequiangulos fore et eos angulos aequales habituros esse, sub quibus correspondentia latera subtendant,



$\angle AB\Gamma = \angle EZ$ ,  $B\Gamma A = EZ\Delta$ ,  $BA\Gamma = E\Delta Z$ .

construatur enim ad rectam  $EZ$  et puncta eius  $E$ ,  $Z$  angulo  $AB\Gamma$  aequalis  $\angle ZEH$  et angulo  $A\Gamma B$  aequalis  $EZH$  [I, 23]. itaque qui relinquitur, angulus ad  $A$  positus reliquo angulo ad  $H$  posito aequalis est [I, 32]. itaque  $AB\Gamma$ ,  $EZH$  trianguli aequianguli sunt. quare in triangulis  $AB\Gamma$ ,  $EZH$  latera aequales angulos comprehendentia proportionalia sunt et corre-

21.  $A\Gamma B$ ] e corr. V. 22.  $\pi\rho\acute{o}s\ \tau\tilde{\omega}\ A$ ] P;  $\acute{\upsilon}\pi\acute{o}\ B\Delta\Gamma$  Theon (BFVp).  $\pi\rho\acute{o}s\ \tau\tilde{\omega}\ H$ ] P;  $\acute{\upsilon}\pi\acute{o}\ E\Delta Z$  Theon (Bp;  $\acute{\upsilon}\pi\acute{o}\ EZ$  supra scr. H V,  $\acute{\upsilon}\pi\acute{o}\ EZH$  F). 23.  $\iota\sigma\omicron\gamma\acute{\omega}\nu\iota\circ$  F in fine lin.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$  P, comp. p.  $EZH$ ] P, V m. 1;  $ZEH$  Bp, V m. 2, F eras. Z et H. 24.  $\tau\rho\iota\gamma\acute{\omega}\nu\phi$ ] om. P.  $EZH$ ] P, V m. 1;  $ZEH$  BFp, V m. 2.

λογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσιν· ἔστιν  
 ἄρα ὡς ἡ  $AB$  πρὸς τὴν  $BF$ , [οὕτως] ἡ  $HE$  πρὸς  
 τὴν  $EZ$ . ἀλλ' ὡς ἡ  $AB$  πρὸς τὴν  $BF$ , οὕτως ὑπό-  
 κειται ἡ  $DE$  πρὸς τὴν  $EZ$ · ὡς ἄρα ἡ  $DE$  πρὸς  
 5 τὴν  $EZ$ , οὕτως ἡ  $HE$  πρὸς τὴν  $EZ$ . ἑκατέρω ἄρα  
 τῶν  $DE, HE$  πρὸς τὴν  $EZ$  τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον·  
 ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ  $DE$  τῇ  $HE$ . διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ ἡ  
 $DE$  τῇ  $HE$  ἐστὶν ἴση. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ  $DE$  τῇ  
 $HE$ , κοινὴ δὲ ἡ  $EZ$ , δύο δὲ αἱ  $DE, EZ$  δυσὶ ταῖς  
 10  $HE, EZ$  ἴσαι εἰσὶν· καὶ βάσις ἡ  $DE$  βάσει τῇ  $HE$   
 [ἐστὶν] ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ  $DEZ$  γωνία τῇ ὑπὸ  
 $HEZ$  ἐστὶν ἴση, καὶ τὸ  $DEZ$  τρίγωνον τῷ  $HEZ$   
 τριγώνῳ ἴσον, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς  
 γωνίαις ἴσαι, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.  
 15 ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ μὲν ὑπὸ  $DEZ$  γωνία τῇ ὑπὸ  $HEZ$ ,  
 ἡ δὲ ὑπὸ  $EDZ$  τῇ ὑπὸ  $EHZ$ . καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν ὑπὸ  
 $DEZ$  τῇ ὑπὸ  $HEZ$  ἐστὶν ἴση, ἀλλ' ἡ ὑπὸ  $HEZ$  τῇ  
 ὑπὸ  $ABF$ , καὶ ἡ ὑπὸ  $ABF$  ἄρα γωνία τῇ ὑπὸ  $DEZ$   
 ἐστὶν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ  $AGB$  τῇ ὑπὸ  
 20  $DEZ$  ἐστὶν ἴση, καὶ ἔτι ἡ πρὸς τῷ  $A$  τῇ πρὸς τῷ  
 $D$  ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ  $ABF$  τρίγωνον τῷ  $DEZ$   
 τριγώνῳ.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχῃ,  
 ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἔξει τὰς γωνίας,  
 25 ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ὅπερ ἔδει  
 δεῖξαι.

5'.

Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ

1. γωνίας] m. 2 F. πλευραὶ ὑποτείνουσιν Theon (BVFp).  
 2. τήν] om. BFp. οὕτως] om. P. 3. τήν] om. BFp.  
 ἀλλ' — 4: EZ] mg. m. 1 F. 3. τήν] om. BFp. 4. τήν]



spondentia, quae sub aequalibus angulis subtendunt [prop. IV]. erit igitur  $AB : B\Gamma = HE : EZ$ . sed  $AB : B\Gamma = \angle E : EZ$ , ut supposuimus. quare  $\angle E : EZ = HE : EZ$  [V, 11]. itaque utraque  $\angle E, HE$  ad  $EZ$  eandem rationem habet. ergo  $\angle E = HE$  [V, 9]. eadem de causa etiam  $\angle Z = HZ$ . iam quoniam  $\angle E = EH$ , et communis est  $EZ$ , duae rectae  $\angle E, EZ$  duabus  $HE, EZ$  aequales sunt; et  $\angle Z = ZH$ . itaque  $\angle \angle EZ = HEZ$  [I, 8], et  $\triangle \angle EZ = \triangle HEZ$ , et reliqui anguli reliquis angulis aequales, sub quibus aequalia latera subtendunt [I, 4]. itaque  $\angle \angle ZE = HZE$ ,  $\angle E\angle Z = EHZ$ . et quoniam  $\angle ZE\angle = HEZ$ , et  $\angle HEZ = AB\Gamma$ , erit etiam  $\angle AB\Gamma = \angle EZ$ . eadem de causa erit etiam  $\angle \angle B = \angle ZE$ , et praeterea angulus ad  $A$  positus angulo ad  $\angle$  posito. itaque trianguli  $AB\Gamma, \angle EZ$  aequianguli sunt.

Ergo si duo trianguli latera proportionalia habent, aequianguli erunt trianguli et eos angulos aequales habebunt, sub quibus correspondentia latera subtendunt; quod erat demonstrandum.

## VI.

Si duo trianguli unum angulum uni angulo aequalem

- 
- om. BFp. καὶ ὡς ἄρα P. 5. τήν] bis om. BFp. 6. HE] EH V. 7. τὰ] om. p. 8. ἴση ἐστίν p. 10. εἰσὶ Vp.  $\angle Z$ ]  $Z\angle$  P.  $ZH$ ] post ras. 1 litt. V. 11. ἐστίν] om. P. 13. Post ἴσον add. ἐστὶ Bp, F m. 2, V m. 2. 14. Post ἴσαι add. ἴσονται Bp, F m. 2. 15. ἐστίν PB.  $\angle ZE$ ]  $\angle EZ$  F.  $HZE$ ] H supra m. 1 F. 17. ἴση ἐστίν φ. ἀλλὰ P. 18.  $AB\Gamma$ ] (prius)  $AB\Gamma$  ἐστίν ἴση V. 19. ἡ] ἡ μὲν P.  $\angle B$ ]  $AB\Gamma$  p. 20. ἔτι] e corr. V. τῶ] bis τό B et V (corr. m. 2). 21.  $\angle$  ἐστίν ἴση FV. ἐστίν P.

νία ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἔξει τὰς γωνίας, ὅφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

- 5 Ἐστω δύο τρίγωνα τὰ  $AB\Gamma$ ,  $\Delta EZ$  μίαν γωνίαν τὴν ὑπὸ  $B\Delta\Gamma$  μιᾶ γωνία τῇ ὑπὸ  $E\Delta Z$  ἴσην ἔχοντα, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ὥς τὴν  $BA$  πρὸς τὴν  $AG$ , οὕτως τὴν  $E\Delta$  πρὸς τὴν  $\Delta Z$ . λέγω, ὅτι ἰσογώνιον ἔστι τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον τῷ  $\Delta EZ$
- 10 τριγώνῳ καὶ ἴσην ἔξει τὴν ὑπὸ  $AB\Gamma$  γωνίαν τῇ ὑπὸ  $\Delta EZ$ , τὴν δὲ ὑπὸ  $AGB$  τῇ ὑπὸ  $\Delta ZE$ .

Συνεστήτω γὰρ πρὸς τῇ  $\Delta Z$  εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς  $\Delta$ ,  $Z$  ὁποτέρᾳ μὲν τῶν ὑπὸ  $B\Delta\Gamma$ ,  $E\Delta Z$  ἴση ἡ ὑπὸ  $Z\Delta H$ , τῇ δὲ ὑπὸ  $AGB$  ἴση ἡ ὑπὸ  $\Delta ZH$ . λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ  $B$  γωνία λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ  $H$  ἴση ἐστίν.

Ἰσογώνιον ἄρα ἔστι τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον τῷ  $\Delta HZ$  τριγώνῳ. ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὥς ἡ  $BA$  πρὸς τὴν  $AG$ , οὕτως ἡ  $H\Delta$  πρὸς τὴν  $\Delta Z$ . ὑπόκειται δὲ καὶ

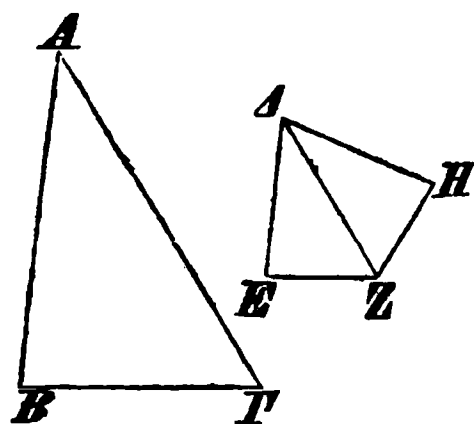
20 ὥς ἡ  $BA$  πρὸς τὴν  $AG$ , οὕτως ἡ  $E\Delta$  πρὸς τὴν  $\Delta Z$ . καὶ ὥς ἄρα ἡ  $E\Delta$  πρὸς τὴν  $\Delta Z$ , οὕτως ἡ  $H\Delta$  πρὸς τὴν  $\Delta Z$ . ἴση ἄρα ἡ  $E\Delta$  τῇ  $\Delta H$ . καὶ κοινὴ ἡ  $\Delta Z$ . δύο δὴ αἱ  $E\Delta$ ,  $\Delta Z$  δυσὶ ταῖς  $H\Delta$ ,  $\Delta Z$  ἴσαι εἰσίν. καὶ γωνία ἡ ὑπὸ  $E\Delta Z$  γωνία τῇ ὑπὸ  $H\Delta Z$  [ἐστίν]

25 ἴση. βάσις ἄρα ἡ  $EZ$  βάσει τῇ  $HZ$  ἐστὶν ἴση, καὶ τὸ  $\Delta EZ$  τρίγωνον τῷ  $H\Delta Z$  τριγώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ

7. ἴσας] m. 2 V. 8. τὴν  $AG$ ]  $AG$  BFp. πρὸς] supra m. rec. P. τὴν] om. BFp.  $\Delta Z$ ] eras. V; mutat. in  $\Delta EF$ ;  $Z\Delta$  Bp. 9. ἐστὶν P, comp. p. 10. τῶν  $AB\Gamma F$ . 11. τὴν] τῇ V, corr. m. rec.  $AGB$ ] e corr. m. 2 V. 12. πρὸς μὲν BFVp. τὴν  $\Delta Z$  εὐθεῖαν V, corr. m. 2. 13. αὐτῆς B.

habent et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia, aequianguli erunt trianguli et eos angulos aequales habebunt, sub quibus correspondentia latera subtendunt.

Sint duo trianguli  $AB\Gamma$ ,  $\Delta EZ$  unum angulum



$B\Delta\Gamma$  uni angulo  $E\Delta Z$  aequalem habentes et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia, ita ut sit  $BA : A\Gamma = E\Delta : \Delta Z$ . dico, triangulos  $AB\Gamma$ ,  $\Delta EZ$  aequiangulos esse et habituros esse  $\angle AB\Gamma = \Delta EZ$ ,  $\angle A\Gamma B = \Delta ZE$ .

construatur enim ad rectam  $\Delta Z$  et puncta eius  $\Delta$ ,  $Z$  utrique angulo  $B\Delta\Gamma$ ,  $E\Delta Z$  aequalis  $\angle Z\Delta H$  et  $\angle \Delta ZH = A\Gamma B$  [I, 23]. itaque qui relinquitur angulus ad  $B$  positus reliquo angulo ad  $H$  posito aequalis est [I, 32]. itaque trianguli  $AB\Gamma$ ,  $\Delta HZ$  aequianguli sunt. quare erit  $BA : A\Gamma = H\Delta : \Delta Z$  [prop. IV]. supposuimus autem, esse etiam  $BA : A\Gamma = E\Delta : \Delta Z$ . quare [V, 11]  $E\Delta : \Delta Z = H\Delta : \Delta Z$ . itaque  $E\Delta = \Delta H$  [V, 9]; et communis est  $\Delta Z$ . itaque duae rectae  $E\Delta$ ,  $\Delta Z$  duabus  $H\Delta$ ,  $\Delta Z$  aequales sunt; et  $\angle E\Delta Z = H\Delta Z$ . quare  $EZ = HZ$  et  $\triangle \Delta EZ = \Delta HZ$ , et reliqui anguli reliquis aequales erunt,

14.  $E\Delta Z$  γωνία ἴση V. 15. τῷ] τό V, corr. m. 2. γωνία] post ras. 1 litt. P; om. Theon (BFVp). 16. τῷ] τό V, corr. m. 2.

17. ἐστίν Pφ, comp. p.  $\Delta HZ$ ]  $\Delta EZ$  φ. 18. τήν] om. BFp. 19.  $H\Delta$ ] litt. H m. 2 V;  $E\Delta$  B, corr. m. 2. τήν] om. BFp.

20. τήν] bis om. BFp.  $E\Delta$ ]  $\Delta E$  F;  $H\Delta$  B, corr. m. 2. 21.  $E\Delta$ ]  $B\Delta$  φ. τήν] om. BFp.  $\Delta Z$ ]  $Z\Delta$  V, corr. m. 2.

$H\Delta$ ] ex  $\Delta H$  m. rec. P. 22. τήν] om. BFp. 23. εἰς Vp. 24. γωνία ἄρα F. ἐστίν] om. P. 25.  $HZ$ ]  $ZH$  P.

26. ἐστὶ BV, comp. p.

αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται,  
 ὅφ' ἄς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν. ἴση ἄρα ἐστὶν  
 ἡ μὲν ὑπὸ  $\Delta ZH$  τῇ ὑπὸ  $\Delta ZE$ , ἡ δὲ ὑπὸ  $\Delta HZ$  τῇ  
 ὑπὸ  $\Delta EZ$ . ἀλλ' ἡ ὑπὸ  $\Delta ZH$  τῇ ὑπὸ  $ΑΓΒ$  ἐστὶν  
 5 ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ  $ΑΓΒ$  ἄρα τῇ ὑπὸ  $\Delta ZE$  ἐστὶν ἴση.  
 ὑπόκειται δὲ καὶ ἡ ὑπὸ  $ΒΑΓ$  τῇ ὑπὸ  $ΕΔΖ$  ἴση· καὶ  
 λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ  $Β$  λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ  $Ε$  ἴση  
 ἐστίν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ  $ΑΒΓ$  τρίγωνον τῷ  $\Delta ΕΖ$   
 τριγώνῳ.

10 Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ  
 ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνά-  
 λογον, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἔξει τὰς  
 γωνίας, ὅφ' ἄς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν·  
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

15

ζ'.

Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ  
 ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ ἄλλας γωνίας τὰς πλευρὰς  
 ἀνάλογον, τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέραν ἅμα ἥτοι  
 ἐλάσσονα ἢ μὴ ἐλάσσονα ὀρθῆς, ἰσογώνια  
 20 ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἔξει τὰς γωνίας,  
 περὶ ἃς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί.

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ  $ΑΒΓ$ ,  $\Delta ΕΖ$  μίαν γω-  
 νίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχοντα τὴν ὑπὸ  $ΒΑΓ$  τῇ ὑπὸ  
 $ΕΔΖ$ , περὶ δὲ ἄλλας γωνίας τὰς ὑπὸ  $ΑΒΓ$ ,  $\Delta ΕΖ$   
 25 τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ὥς τὴν  $ΑΒ$  πρὸς τὴν  $ΒΓ$ ,  
 οὕτως τὴν  $\Delta Ε$  πρὸς τὴν  $ΕΖ$ , τῶν δὲ λοιπῶν τῶν

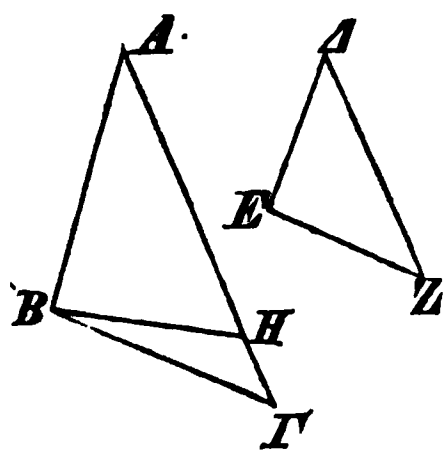
1. ἔσονται ἑκατέρω κατέρω Theon (BFVp). 3. ὑπὸ  
 $\Delta HZ$ ] Peyrardus, ὑπὸ  $\Delta EZ$  P; πρὸς τῷ  $H$  Theon (BFVp;  
 τό pro τῷ V, corr. m. 2). 4. ὑπὸ  $\Delta EZ$ ] Peyrardus; ὑπὸ  
 $\Delta HZ$  P; πρὸς τῷ  $E$  Theon (BFVp; τό pro τῷ V, corr. m. 2).  
 ἀλλά P.  $ΑΓΒ$ ]  $ΒΓΑ$  P,  $A$  in ras. 6. καὶ ἡ — ἐστὶν ἴση]

sub quibus aequalia latera subtendunt [I, 4]. itaque  $\angle \Delta ZH = \angle ZE$ ,  $\angle \Delta HZ = \angle EZ$ . uerum  $\angle \Delta ZH = \angle \Gamma B$ . quare etiam  $\angle \Gamma B = \angle ZE$ . supposuimus autem, esse etiam  $\angle B \Gamma = \angle EZ$ . itaque etiam qui relinquitur angulus ad  $B$  positus, reliquo angulo ad  $E$  posito aequalis est [I, 32]. itaque trianguli  $\Gamma B$ ,  $\Delta EZ$  aequianguli sunt.

Ergo si duo trianguli unum angulum uni angulo aequalem habent et latera aequales angulos comprehendunt proportionalia, aequianguli erunt trianguli et eos angulos aequales habebunt, sub quibus correspondentia latera subtendunt; quod erat demonstrandum.

## VII.

Si duo trianguli unum angulum uni angulo aequalem habent et latera alios duos angulos comprehendunt proportionalia et reliquos angulos singulos simul aut minores aut non minores recto, trianguli aequianguli erunt et eos angulos aequales habebunt, quos latera proportionalia comprehendunt.



Sint duo trianguli  $\Gamma B$ ,  $\Delta EZ$  unum angulum uni angulo aequalem habentes,  $\angle B \Gamma = \angle EZ$ , et latera alios duos angulos comprehendunt proportionalia,  $AB : B\Gamma = \Delta E : EZ$ , et reliquos angulos, qui ad  $\Gamma$ ,  $Z$  positi sunt, prius singulos simul recto

om. p. 7.  $\tau\omega$ ]  $\tau\acute{o}$  P.  $\tau\omega$ ] e corr. P. 8.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$ ]  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$  P, comp. p. 19.  $\acute{\epsilon}\lambda\acute{\alpha}\tau\tau\omicron\nu\alpha$  bis F. Prius  $\acute{\epsilon}\lambda\acute{\alpha}\sigma\sigma\omicron\nu\alpha$  corr. ex  $\acute{\epsilon}\lambda\alpha\sigma\sigma\omicron\nu$  m. 2 P. 23.  $\mu\iota\tilde{\alpha}$   $\gamma\omega\nu\acute{\iota}\alpha$ ] punctis notat. F. 24.  $E\Delta Z$ ] corr. ex  $\Delta EZ$  m. rec. P.  $\Gamma B$ ]  $B\Gamma$   $\varphi$ ;  $AB\Delta$  p. 25.  $\tau\eta\nu$   $B\Gamma$ ]  $B\Gamma$   $B\Gamma$  p. 26.  $\tau\eta\nu$   $EZ$ ]  $EZ$   $B\Gamma$  p.

πρὸς τοῖς  $\Gamma, Z$  πρότερον ἑκατέραν ἅμα ἐλάσσονα ὀρθῆς· λέγω, ὅτι ἰσογώνιον ἐστὶ τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον τῷ  $\Delta EZ$  τριγώνῳ, καὶ ἴση ἐστὶ ἡ ὑπὸ  $AB\Gamma$  γωνία τῇ ὑπὸ  $\Delta EZ$ , καὶ λοιπὴ δηλονότι ἡ πρὸς τῷ  $\Gamma$  λοιπῇ  
 5 τῇ πρὸς τῷ  $Z$  ἴση.

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $AB\Gamma$  γωνία τῇ ὑπὸ  $\Delta EZ$ , μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ὑπὸ  $AB\Gamma$ . καὶ συνεστήτω πρὸς τῇ  $AB$  εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ  $B$  τῇ ὑπὸ  $\Delta EZ$  γωνίᾳ ἴση ἡ  
 10 ὑπὸ  $ABH$ .

Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν  $A$  γωνία τῇ  $\Delta$ , ἡ δὲ ὑπὸ  $ABH$  τῇ ὑπὸ  $\Delta EZ$ , λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ  $AHB$  λοιπῇ τῇ ὑπὸ  $\Delta ZE$  ἐστὶν ἴση. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ  $ABH$  τρίγωνον τῷ  $\Delta EZ$  τριγώνῳ. ἐστὶν ἄρα ὡς  
 15 ἡ  $AB$  πρὸς τὴν  $BH$ , οὕτως ἡ  $\Delta E$  πρὸς τὴν  $EZ$ . ὡς δὲ ἡ  $\Delta E$  πρὸς τὴν  $EZ$ , [οὕτως] ὑπόκειται ἡ  $AB$  πρὸς τὴν  $B\Gamma$  ἡ  $AB$  ἄρα πρὸς ἑκατέραν τῶν  $B\Gamma, BH$  τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴση ἄρα ἡ  $B\Gamma$  τῇ  $BH$ . ὥστε καὶ γωνία ἡ πρὸς τῷ  $\Gamma$  γωνία τῇ ὑπὸ  $BH\Gamma$   
 20 ἐστὶν ἴση. ἐλάττων δὲ ὀρθῆς ὑπόκειται ἡ πρὸς τῷ  $\Gamma$  ἐλάττων ἄρα ἐστὶν ὀρθῆς καὶ ἡ ὑπὸ  $BH\Gamma$ . ὥστε ἡ ἐφεξῆς αὐτῇ γωνία ἡ ὑπὸ  $AHB$  μείζων ἐστὶν ὀρθῆς. καὶ ἐδείχθη ἴση οὖσα τῇ πρὸς τῷ  $Z$ · καὶ ἡ πρὸς τῷ  $Z$  ἄρα μείζων ἐστὶν ὀρθῆς. ὑπόκειται  
 25 δὲ ἐλάσσων ὀρθῆς· ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $AB\Gamma$  γωνία τῇ ὑπὸ  $\Delta EZ$ · ἴση

1. ἐλάττωνα F. 2. ἐστὶν P, comp. p. 3. ἐστὶ] ἐστίν F.  
 10.  $ABH$ ]  $H$  e corr. p. 12. γωνία τῇ V. 13. λοιπῇ]  
 supra m. 1 F. ἐστὶ] comp. p; ἐστίν PF. 15. τήν] bis  
 om. BFp. 16. ὡς δέ] ὑπόκειται δὲ καὶ ὡς Bp. τήν]  
 om. BFp. οὕτως ὑπόκειται] ὑπόκειται FV; οὕτως Bp;  
 ὑπόκειται οὕτως P. 17. τήν] om. BFp. Post  $B\Gamma$  add.

minores., dico, aequiangulos esse triangulos  $AB\Gamma$ ,  $\Delta EZ$ , et  $\angle AB\Gamma = \angle EZ$ , et, ut inde adparet, qui relinquitur angulus ad  $\Gamma$  positus, reliquo angulo ad  $Z$  posito aequalem esse.

nam si  $\angle AB\Gamma$  angulo  $\Delta EZ$  inaequalis est, alteruter eorum maior est. sit maior  $\angle AB\Gamma$ , et construatur ad rectam  $AB$  et punctum eius  $B$   $\angle ABH = \angle EZ$  [I, 23]. et quoniam  $\angle A = \angle \Delta$  et  $\angle ABH = \angle EZ$ , erit  $\angle AHB = \angle ZE$  [I, 32]. itaque trianguli  $ABH$ ,  $\Delta EZ$  aequianguli sunt. quare  $AB : BH = \Delta E : EZ$  [prop. IV]. sed supposuimus, esse  $\Delta E : EZ = AB : B\Gamma$ . itaque  $AB$  ad utramque  $B\Gamma$ ,  $BH$  eandem rationem habet [V, 11]. quare  $B\Gamma = BH$  [V, 9]. itaque etiam angulus ad  $\Gamma$  positus angulo  $BH\Gamma$  aequalis est [I, 5]. supposuimus autem, angulum ad  $\Gamma$  positum minorem esse recto; quare etiam  $\angle BH\Gamma$  minor est recto. itaque angulus deinceps positus  $AHB$  maior est recto [I, 13]. et demonstratum est, eum angulo ad  $Z$  posito aequalem esse. quare etiam angulus ad  $Z$  positus maior est recto. supposuimus autem, eum recto minorem esse; quod absurdum est. itaque  $\angle AB\Gamma$  angulo  $\Delta EZ$  inaequalis non est; aequalis igitur. uerum etiam angulus ad  $A$  positus angulo ad  $\Delta$  posito aequalis est. quare etiam qui relinquitur angulus ad  $\Gamma$  positus, reliquo angulo ad  $Z$  posito aequalis est [I, 32]. ergo trianguli  $AB\Gamma$ ,  $\Delta EZ$  aequianguli sunt.

Theon: καὶ ὥς ἄρα ἡ  $AB$  πρὸς τὴν  $B\Gamma$ , οὕτως ἡ  $AB$  πρὸς τὴν  $BH$  (V et bis omisso τὴν  $B\Gamma$ ). 18. ἄρα ἐστὶν P.

19. πρὸς τῷ  $\Gamma$ ] corr. ex ὑπὸ  $BH\Gamma$  m. 2 V.  $BH\Gamma$ ] corr. ex  $B\Gamma H$  m. 2 V. 20. ἐλάσσων p. 21. καὶ] om. P.

22. αὐτῆς P. 23. τῷ] corr. ex τό m. 1 B. 25. ἐλάττων F. ἐστὶν] om. V. 26.  $\Delta EZ$ ]  $E\Delta Z$  p.

ἄρα. ἔστι δὲ καὶ ἡ πρὸς τῷ  $A$  ἴση τῇ πρὸς τῷ  $\Delta$ · καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ  $\Gamma$  λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ  $Z$  ἴση ἐστίν. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον τῷ  $\Delta EZ$  τριγώνῳ.

5 Ἀλλὰ δὴ πάλιν ὑπακείσθω ἑκατέρα τῶν πρὸς τοῖς  $\Gamma, Z$  μὴ ἐλάσσων ὀρθῆς· λέγω πάλιν, ὅτι καὶ οὕτως ἐστὶν ἰσογώνιον τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον τῷ  $\Delta EZ$  τριγώνῳ.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δεί-  
 ξομεν, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ  $B\Gamma$  τῇ  $BH$ · ὥστε καὶ γωνία  
 10 ἡ πρὸς τῷ  $\Gamma$  τῇ ὑπὸ  $B\Gamma H$  ἴση ἐστίν. οὐκ ἐλάττων  
 δὲ ὀρθῆς ἡ πρὸς τῷ  $\Gamma$ · οὐκ ἐλάττων ἄρα ὀρθῆς  
 οὐδὲ ἡ ὑπὸ  $B\Gamma H$ . τριγώνου δὲ τοῦ  $B\Gamma H$  αἱ δύο  
 γωνίαι δύο ὀρθῶν οὐκ εἰσιν ἐλάττωρες· ὅπερ ἐστὶν  
 ἀδύνατον. οὐκ ἄρα πάλιν ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ  $AB\Gamma$   
 15 γωνία τῇ ὑπὸ  $\Delta EZ$ · ἴση ἄρα. ἔστι δὲ καὶ ἡ πρὸς  
 τῷ  $A$  τῇ πρὸς τῷ  $\Delta$  ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ  $\Gamma$   
 λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ  $Z$  ἴση ἐστίν. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ  
 τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον τῷ  $\Delta EZ$  τριγώνῳ.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ  
 20 ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ ἄλλας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον,  
 τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέραν ἅμα ἐλάττωνα ἢ μὴ ἐλάττωνα  
 ὀρθῆς, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα καὶ ἴσας ἔξει τὰς  
 γωνίας, περὶ ἃς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί· ὅπερ  
 ἔδει δεῖξαι.

25

η'.

Ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρ-  
 θῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, τὰ

1. ἐστίν B. Post A add. σημείω Bp, supra F, m. 2 V.  
 3. ἐστὶ] ἐστίν P, comp. p. 6. ἐλάττων F. πάλιν ὅτι]  
 m. 2 V. 7. ἰσογώνιον ἐστίν P. 8. ὁμοίως δὲ B V p. 10.  
 ἐλάσσων p. 11. ἐλάσσων p. 12. οὐδέ] om. V. ἢ] m.





πρὸς τῇ καθέτω τρίγωνα ὁμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

Ἔστω τριγωνον ὀρθογώνιον τὸ  $AB\Gamma$  ὀρθὴν ἔχον τὴν ὑπο  $BA\Gamma$  γωνίαν, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ  $A$  ἐπὶ τὴν  $B\Gamma$  κάθετος ἢ  $A\Delta$ . λέγω, ὅτι ὁμοιόν ἐστιν ἑκάτερον τῶν  $AB\Delta$ ,  $A\Delta\Gamma$  τριγώνων ὅλῳ τῷ  $AB\Gamma$  καὶ ἐτι ἀλλήλοις.

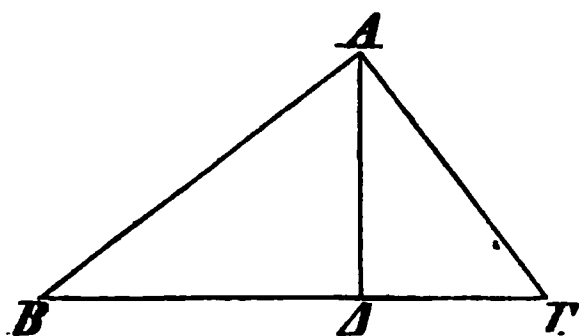
Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $BA\Gamma$  τῇ ὑπο  $A\Delta B$ . ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· καὶ κοινὴ τῶν δύο τριγώνων τοῦ 10 τε  $AB\Gamma$  καὶ τοῦ  $AB\Delta$  ἡ πρὸς τῷ  $B$ , λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ  $AGB$  λοιπὴ τῇ ὑπο  $BA\Delta$  ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ το  $AB\Gamma$  τρίγωνον τῷ  $AB\Delta$  τριγώνῳ. ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ  $B\Gamma$  ὑποτείνουσα τὴν ὀρθὴν τοῦ  $AB\Gamma$  τριγώνου πρὸς τὴν  $BA$  ὑποτείνουσαν τὴν ὀρθὴν τοῦ  $AB\Delta$  τριγώνου, οὕτως αὐτὴ ἡ  $AB$  ὑπο- 15 τείνουσα τὴν πρὸς τῷ  $\Gamma$  γωνίαν τοῦ  $AB\Gamma$  τριγώνου πρὸς τὴν  $B\Delta$  ὑποτείνουσαν τὴν ἴσην τὴν ὑπο  $BA\Delta$  τοῦ  $AB\Delta$  τριγώνου, καὶ ἐτι ἡ  $AG$  πρὸς τὴν  $A\Delta$  ὑποτείνουσαν τὴν πρὸς τῷ  $B$  γωνίαν κοινήν 20 τῶν δύο τριγώνων. τὸ  $AB\Gamma$  ἄρα τρίγωνον τῷ  $AB\Delta$  τριγώνῳ ἰσογώνιον τέ ἐστι καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει. ὁμοιον ἄρα [ἐστὶ] τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον τῷ  $AB\Delta$  τριγώνῳ. ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι καὶ τῷ  $A\Delta\Gamma$  τριγώνῳ ὁμοιόν ἐστι τὸ

1. ἐστὶν F. 4. γωνίαν] om. p. 5.  $B\Gamma$ ]  $AG$  V.  $A\Delta$ ]  $\Delta A$  P. ἐστὶ FV. 8. ὑπό] postea ins. F.  $BA\Gamma$  γωνία FV.  $A\Delta B$ ]  $AB\Delta$  V, corr. m. 2. 12. τῷ] corr. ex τῶν m. 1 P.  $AB\Delta$ ]  $B$  supra m. 1 F. 13.  $B\Gamma$ ]  $\Gamma B$  B et seq. ras. 1 litt. F. τὴν] post ras. 1 litt. V. 14.  $AB\Gamma$ ]  $\Gamma$  in ras. m. 2 V.  $BA$ ] in ras. m. 2 V. ὑποτείνουσαν] corr. ex ὑποτείνουσα m. rec. P; in ras. m. 2 V. 15. ὑποτείνουσαι F, i eras. 17.  $B\Delta$ ]  $B\Delta$  τὴν F. ὑποτείνουσαν τὴν ἴσην τῇ πρὸς τῷ  $\Gamma$  in

basim perpendicularis ducitur, trianguli ad perpendiculararem positi similes erunt et toti et inter se.

Sit triangulus rectangulus  $AB\Gamma$  rectum habens angulum  $B\Lambda\Gamma$ , et ab  $A$  ad  $B\Gamma$  perpendicularis ducatur  $A\Delta$ . dico, utrumque triangulum  $AB\Delta$ ,  $A\Delta\Gamma$  et toti  $AB\Gamma$  et inter se similes esse.

nam quoniam  $\angle B\Lambda\Gamma = A\Delta B$  (uterque enim



rectus est), et duorum triangulorum  $AB\Gamma$ ,  $AB\Delta$  communis est angulus ad  $B$  positus, erit  $\angle A\Gamma B = B\Delta A$  [I, 32]. itaque trianguli  $AB\Gamma$ ,  $AB\Delta$  aequianguli

sunt. erit igitur  $B\Gamma : BA = AB : B\Delta = A\Gamma : A\Delta$  [prop. IV]; nam  $B\Gamma$  sub recto angulo trianguli  $AB\Gamma$  subtendit et  $BA$  sub recto angulo trianguli  $AB\Delta$ , et rursus  $AB$  in triangulo  $AB\Gamma$  sub angulo ad  $\Gamma$  posito subtendit et  $B\Delta$  in triangulo  $AB\Delta$  sub angulo ei aequali  $B\Delta A$ , et  $A\Gamma$ ,  $A\Delta$  sub angulo ad  $B$  posito utriusque trianguli communi subtendunt. itaque trianguli  $AB\Gamma$ ,  $AB\Delta$  et aequianguli sunt et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia habent. itaque  $\triangle AB\Gamma \sim AB\Delta$  [def. 1]. similiter demonstrabimus,

ras. m. 2 V. ἴσην αὐτῆς F. 18.  $AB\Delta$ ]  $AB\Gamma$  P. ἡ] inter duas ras. F. Post  $A\Gamma$  add. F: ὑποτείνουσα τὴν πρὸς τῷ B γωνίαν τοῦ  $AB\Gamma$  τριγώνου, sed del. m. 1. 19. ὑποτείνουσαι (= in ras.) post ras. 1 litt. F, ὑποτείνουσα Bp. B] seq. ras. 1 litt. F. 20. αὐτῶν τῶν V. ἄρα] postea ins. F; m. 2 V.  $AB\Delta$  ἄρα V. 21. ἐστίν P, comp. p. 22. ἐστὶ] om. P. 24. ἐστίν P; comp. p.

$AB\Gamma$  τρίγωνον· ἐκάτερον ἄρα τῶν  $AB\Delta$ ,  $A\Delta\Gamma$  [τριγώνων] ὁμοίον ἐστὶν ὅλῳ τῷ  $AB\Gamma$ .

Λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια τὰ  $AB\Delta$ ,  $A\Delta\Gamma$  τρίγωνα.

- 5 Ἐπεὶ γὰρ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ  $B\Delta A$  ὀρθῇ τῇ ὑπὸ  $A\Delta\Gamma$  ἐστὶν ἴση, ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ ὑπὸ  $BAA$  τῇ πρὸς τῷ  $\Gamma$  ἐδείχθη ἴση, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ πρὸς τῷ  $B$  λοιπῇ τῇ ὑπὸ  $\Delta A\Gamma$  ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ  $AB\Delta$  τρίγωνον τῷ  $A\Delta\Gamma$  τριγώνῳ. ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ  $B\Delta$   
 10 τοῦ  $AB\Delta$  τριγώνου ὑποτείνουσα τὴν ὑπὸ  $BAA$  πρὸς τὴν  $\Delta A$  τοῦ  $A\Delta\Gamma$  τριγώνου ὑποτείνουσαν τὴν πρὸς τῷ  $\Gamma$  ἴσην τῇ ὑπὸ  $BAA$ , οὕτως αὐτὴ ἡ  $A\Delta$  τοῦ  $AB\Delta$  τριγώνου ὑποτείνουσα τὴν πρὸς τῷ  $B$  γωνίαν πρὸς τὴν  $\Delta\Gamma$  ὑποτείνουσαν τὴν ὑπὸ  $\Delta A\Gamma$  τοῦ  
 15  $A\Delta\Gamma$  τριγώνου ἴσην τῇ πρὸς τῷ  $B$ , καὶ ἐτι ἡ  $BA$  πρὸς τὴν  $A\Gamma$  ὑποτείνουσά τας ὀρθὰς· ὁμοίου ἄρα ἐστὶ τὸ  $AB\Delta$  τρίγωνον τῷ  $A\Delta\Gamma$  τριγώνῳ.

- Ἐὰν ἄρα ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, τὰ πρὸς τῇ  
 20 καθέτῳ τρίγωνα ὁμοιά ἐστὶ τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις [ὅπερ ἔδει δεῖξαι].

### Πόρισμα.

- Ἐκ δὲ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθε-  
 25 τος ἀχθῇ, ἡ ἀχθεῖσα τῶν τῆς βάσεως τμημάτων μέση ἀνάλογόν ἐστὶν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι [καὶ ἐτι τῆς

1. τρίγωνον] om. BFr. 2. τριγώνου] om. P. ὁμοίον ἐστὶν ὅλῳ] om. V.  $AB\Gamma$  τριγώνου ὅλῳ ὁμοίον ἐστὶν V.

5.  $BAA$ ]  $B$  e corr. m. 2 V. 7. λοιπῇ] corr. ex λοιπῆς m. 1 F. 8. ἐστὶ] ἐστὶν PF. 11. τὴν  $\Delta A$ ] τῇ  $\Delta A\Gamma$ ; corr.

esse etiam  $\triangle A\Delta\Gamma \sim AB\Gamma$ . ergo uterque triangulus  $AB\Delta$ ,  $A\Delta\Gamma$  triangulo toti  $AB\Gamma$  similis est.

iam dico, triangulos  $AB\Delta$ ,  $A\Delta\Gamma$  etiam inter se similes esse.

nam quoniam  $\angle B\Delta A = A\Delta\Gamma$  (recti enim), et demonstratum est,  $\angle B\Delta A$  angulo ad  $\Gamma$  posito aequallem esse, etiam qui relinquitur angulus ad  $B$  positus, angulo  $A\Delta\Gamma$  aequalis erit [I, 32]. itaque trianguli  $AB\Delta$ ,  $A\Delta\Gamma$  aequianguli sunt. est igitur  $B\Delta : \Delta A = A\Delta : \Delta\Gamma = BA : A\Gamma$  [prop. IV]; nam  $B\Delta$  in triangulo  $AB\Delta$  sub  $B\Delta A$  subtendit et  $\Delta A$  in triangulo  $A\Delta\Gamma$  sub angulo ad  $\Gamma$  posito subtendit angulo  $B\Delta A$  aequali, et  $A\Delta$  in triangulo  $AB\Delta$  sub angulo ad  $B$  posito subtendit,  $\Delta\Gamma$  autem in triangulo  $A\Delta\Gamma$  sub  $A\Delta\Gamma$  angulo ad  $B$  posito aequali, et praeterea  $BA$ ,  $A\Gamma$  sub rectis angulis subtendunt. itaque  $\triangle AB\Delta \sim A\Delta\Gamma$  [def. 1].

Ergo si in triangulo rectangulo ab angulo recto ad basim perpendicularis ducitur, trianguli ad perpendicularem positi similes erunt et toti et inter se.

### Corollarium.

Hinc manifestum est, si in triangulo rectangulo ab angulo recto ad basim perpendicularis ducatur,

---

m. rec. 14. ὑποτείνουσάν] -ν eras. F. 15. τῇ] corr. ex τῆς m. rec. P; seq. ras. 1 litt. V. 16. πρὸς τῇν  $A\Gamma$ ] in ras. F. ὑποτείνουσα F. 20. ἐστίν F. 23. ἐν] om. p. 25. πλημάτων] om. p. 26. ἐστὶ B, comp. p. ὅπερ εἰδέναι] om. BF p. καὶ ἐτι — p. 104, 2: ἐστίν] postea ins. m. 1 F in ras; mg. m. 2 V.

βάσεως καὶ ἐνὸς ὁποιοῦν τῶν τμημάτων ἢ πρὸς τῷ τμήματι πλευρὰ μέση ἀνάλογόν ἐστιν].

θ'.

Τῆς δοθείσης εὐθείας τὸ προσταχθὲν μέρος  
5 ἀφελεῖν.

Ἐστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ  $AB$ · δεῖ δὲ τῆς  $AB$   
τὸ προσταχθὲν μέρος ἀφελεῖν.

Ἐπιτετάχθω δὲ τὸ τρίτον. [καὶ] διήχθω τις ἀπὸ  
τοῦ  $A$  εὐθεῖα ἡ  $AG$  γωνίαν περιέχουσα μετὰ τῆς  
10  $AB$  τυχοῦσαν· καὶ εἰλήφθω τυχὸν σημεῖον ἐπὶ τῆς  
 $AG$  τὸ  $\Delta$ , καὶ κείσθωσαν τῇ  $A\Delta$  ἴσαι αἱ  $\Delta E$ ,  $E\Gamma$ .  
καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $B\Gamma$ , καὶ διὰ τοῦ  $\Delta$  παράλληλος  
αὐτῇ ἦχθω ἡ  $\Delta Z$ .

Ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ  $AB\Gamma$  παρὰ μίαν τῶν  
15 πλευρῶν τὴν  $B\Gamma$  ἦκται ἡ  $Z\Delta$ , ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν  
ὥς ἡ  $\Gamma\Delta$  πρὸς τὴν  $\Delta A$ , οὕτως ἡ  $BZ$  πρὸς τὴν  $ZA$ .  
διπλῇ δὲ ἡ  $\Gamma\Delta$  τῆς  $\Delta A$ · διπλῇ ἄρα καὶ ἡ  $BZ$  τῆς  
 $ZA$ · τριπλῇ ἄρα ἡ  $BA$  τῆς  $AZ$ .

Τῆς ἄρα δοθείσης εὐθείας τῆς  $AB$  τὸ ἐπιταχθὲν  
20 τρίτον μέρος ἀφήρηται τὸ  $AZ$ · ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ι'.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄτμητον τῇ δοθείσῃ  
τετμημένῃ ὁμοίως τεμεῖν.

X. Simplicius in phys. fol. 114<sup>v</sup>, 119.

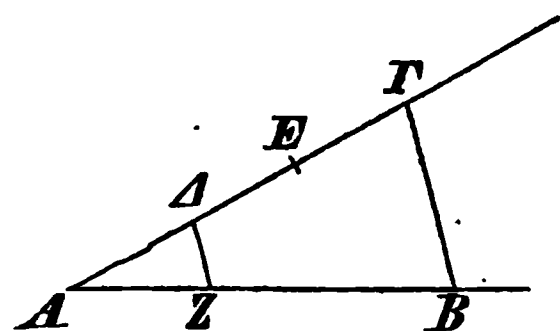
1. ὁποτερουουν F. 2. Post ἐστὶν seq. ὅπερ ἔδει δεῖξαι  
BFp, V m. 2. 8. τρίτον] ante -τον ras. 2 litt. F. καί]  
om. P. τις εὐθεῖα ἀπὸ τοῦ  $A$  ἢ V. 11. κείσθωσαν] mg.  
m. rec. P. 14. Supra παρὰ in P scr. m. rec. παράλληλος.  
15. τήν] τῇ p.  $Z\Delta$ ] mutat. in  $\Delta Z$  m. 2 V;  $\Delta Z$  Bp. 16.  
τὴν  $\Delta A$ ] τῇ  $\Delta A$  B,  $\Delta A$  Fp. τήν] om. BFp. 17. τῆς]  
τῇ p. καὶ ἡ  $BZ$  τῆς  $ZA$ · τριπλῇ ἄρα] mg. m. 1 P. 18.  
 $BA$ ]  $A$  in ras. P. 19. τῆς] τῇ p. τῆς] corr. ex τῇ m. 1 p.

ductam rectam mediam inter partes basis proportionalem fore. — quod erat demonstrandum.<sup>1)</sup>

## IX.

A data recta linea partem quamvis datam abscindere. Sit data recta  $AB$ . oportet igitur ab  $AB$  quamvis datam partem abscindere.

sit data pars tertia, et ducatur a puncto  $A$  recta



$A\Gamma$  cum  $AB$  quemlibet angulum comprehendens, et sumatur in  $A\Gamma$  quoduis punctum  $\Delta$ , et ponatur  $\Delta E = A\Delta = E\Gamma$ , et ducatur  $B\Gamma$ , et per  $\Delta$  rectae  $B\Gamma$  parallela ducatur  $\Delta Z$  [I, 31].

iam quoniam in triangulo  $AB\Gamma$  uni laterum  $B\Gamma$  parallela ducta est  $Z\Delta$ , erit [prop. II]

$\Gamma\Delta : \Delta A = BZ : ZA$ . sed  $\Gamma\Delta = 2 \Delta A$ . quare etiam  $BZ = 2 ZA$ . itaque  $BA = 3 AZ$ .

Ergo a data recta  $AB$  tertia pars  $AZ$  abscisa est, ut iussi eramus; quod oportebat fieri.

## X.

Datam rectam lineam non sectam datae sectae congruenter secare.

1) Nam demonstrauius p. 102, 9 sq.  $B\Delta : \Delta A = A\Delta : \Delta\Gamma$ . reliqua pars corollarii p. 102, 26 sq. sine dubio interpolata est; nam et post sollemnem illum finem demonstrationum corollariorumque ὅπερ ἔδει δεῖξαι p. 102, 26 additur et a bonis codd. Theoninis aberat nec usquam usui est. habet tamen Campanus et P, quamquam sine clausula illa. itaque et in nonnullis codd. ante Theonem et in quibusdam Theoninis simul sponte interpolata est.

20.  $\tau\epsilon\lambda\epsilon\sigma\tau\epsilon\upsilon$ ] in ras. F. 22.  $\delta\omicron\theta\epsilon\lambda\omicron\eta$ ] P, Simplicius, Campanus;  $\delta\omicron\theta\epsilon\lambda\omicron\eta \epsilon\upsilon\theta\epsilon\lambda\omicron$  Theon (BFVp).

Ἐστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἄτμητος ἡ  $AB$ , ἡ δὲ τετμημένη ἡ  $AG$  κατὰ τὰ  $\Delta, E$  σημεῖα, καὶ κείσθωσαν ὥστε γωνίαν τυχοῦσαν περιέχειν, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ  $GB$ , καὶ διὰ τῶν  $\Delta, E$  τῇ  $B\Gamma$  παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ  $\Delta Z, EH$ , διὰ δὲ τοῦ  $\Delta$  τῇ  $AB$  παράλληλος ἤχθω ἡ  $\Delta\Theta K$ .

Παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν  $Z\Theta, \Theta B$ . ἴση ἄρα ἡ μὲν  $\Delta\Theta$  τῇ  $ZH$ , ἡ δὲ  $\Theta K$  τῇ  $HB$ . καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ  $\Delta K\Gamma$  παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν  $K\Gamma$  εὐθεῖα ἤκται ἡ  $\Theta E$ , ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ  $\Gamma E$  πρὸς τὴν  $E\Delta$ , οὕτως ἡ  $K\Theta$  πρὸς τὴν  $\Theta\Delta$ . ἴση δὲ ἡ μὲν  $K\Theta$  τῇ  $BH$ , ἡ δὲ  $\Theta\Delta$  τῇ  $HZ$ . ἔστιν ἄρα ὡς ἡ  $\Gamma E$  πρὸς τὴν  $E\Delta$ , οὕτως ἡ  $BH$  πρὸς τὴν  $HZ$ . πάλιν, ἐπεὶ τριγώνου τοῦ  $AHE$  παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν  $HE$  ἤκται ἡ  $Z\Delta$ , ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ  $E\Delta$  πρὸς τὴν  $\Delta A$ , οὕτως ἡ  $HZ$  πρὸς τὴν  $ZA$ . ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἡ  $\Gamma E$  πρὸς τὴν  $E\Delta$ , οὕτως ἡ  $BH$  πρὸς τὴν  $HZ$ . ἔστιν ἄρα ὡς μὲν ἡ  $\Gamma E$  πρὸς τὴν  $E\Delta$ , οὕτως ἡ  $BH$  πρὸς τὴν  $HZ$ , ὡς δὲ ἡ  $E\Delta$  πρὸς τὴν  $\Delta A$ , οὕτως ἡ  $HZ$  πρὸς τὴν  $ZA$ .

Ἡ ἄρα δοθεῖσα εὐθεῖα ἄτμητος ἡ  $AB$  τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τετμημένη τῇ  $AG$  ὁμοίως τέτμηται ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

25

ια'.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τρίτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

2. Post  $AG$  add. V: δεῖ δὴ τὴν  $AB$  ἄτμητον τῇ  $AG$  τετμημένη ὁμοίως τεμεῖν. ἔστω τετμημένη ἡ  $AG$ . 4.  $\Gamma B$ ]  $B\Gamma$  Br, V e corr. m. 2. 5. δέ] om. p. 8.  $HB$ ]  $MB$  F, corr.





Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι [δύο εὐθεῖαι] αἱ  $BA$ ,  $AG$  καὶ κείσθωσαν γωνίαν περιέχουσαι τυχοῦσαν. δεῖ δὴ τῶν  $BA$ ,  $AG$  τρίτην ἀνάλογον προσευρεῖν. ἐκβεβλήσθωσαν γὰρ ἐπὶ τὰ  $\Delta$ ,  $E$  σημεῖα, καὶ κείσθω τῇ  $AG$   
 5 ἴση ἡ  $B\Delta$ , καὶ ἐπεξέχθω ἡ  $B\Gamma$ , καὶ διὰ τοῦ  $\Delta$  παράλληλος αὐτῇ ἡχθω ἡ  $\Delta E$ .

Ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ  $\Delta\Delta E$  παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν  $\Delta E$  ἤκται ἡ  $B\Gamma$ , ἀνάλογόν ἐστιν ὡς ἡ  $AB$  πρὸς τὴν  $B\Delta$ , οὕτως ἡ  $AG$  πρὸς τὴν  $GE$ .  
 10 ἴση δὲ ἡ  $B\Delta$  τῇ  $AG$ . ἐστιν ἄρα ὡς ἡ  $AB$  πρὸς τὴν  $AG$ , οὕτως ἡ  $AG$  πρὸς τὴν  $GE$ .

Δύο ἄρα δοθεῖσων εὐθειῶν τῶν  $AB$ ,  $AG$  τρίτη ἀνάλογον αὐταῖς προσεύρηται ἡ  $GE$ · ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιβ'.

15 Τριῶν δοθεῖσων εὐθειῶν τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

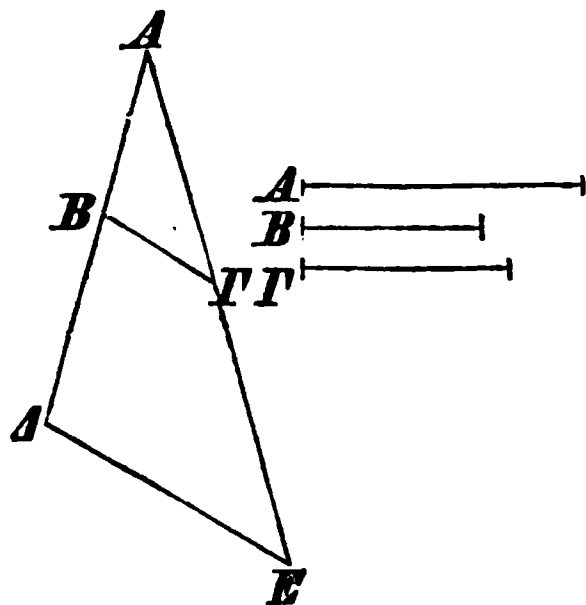
Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι τρεῖς εὐθεῖαι αἱ  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ . δεῖ δὴ τῶν  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$  τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

20 Ἐκκείσθωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ  $\Delta E$ ,  $\Delta Z$  γωνίαν περιέχουσαι [τυχοῦσαν] τὴν ὑπὸ  $E\Delta Z$ . καὶ κείσθω τῇ μὲν  $A$  ἴση ἡ  $\Delta H$ , τῇ δὲ  $B$  ἴση ἡ  $HE$ , καὶ ἔτι τῇ  $\Gamma$  ἴση ἡ  $\Delta\Theta$ . καὶ ἐπιξευχθείσης τῆς  $H\Theta$  παράλληλος αὐτῇ ἡχθω διὰ τοῦ  $E$  ἡ  $EZ$ .

25 Ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ  $\Delta EZ$  παρὰ μίαν τὴν

1. δύο εὐθεῖαι] om. P, εὐθεῖαι supra scr. m. rec. 3.  $BA$ ] e corr. V. εὐρεῖν P. 4. γὰρ αἱ  $AB$ ,  $AG$  Theon (B V p; γὰρ αἱ  $BA$ ,  $AG$  F). 5.  $B\Gamma$ ]  $\Gamma B$  p. 8.  $\Delta E$ ]  $AE$  φ. 9. τήν] bis om. BFp.  $B\Delta$ ]  $BA$  F.  $AG$ ]  $A$  in ras. m. 1 B. 11. τήν] om. Bp. τήν] om. Bp.  $GE$ ]  $\Gamma$  in ras. V. 13. αὐτῆς P, corr. m. 2. 20. ἐκκείσθω τῶν φ (non F). 21.

Sint datae rectae  $BA$ ,  $AG$  et ponantur ita, ut quemlibet angulum comprehendant. oportet igitur rectarum  $BA$ ,  $AG$  tertiam proportionalem inuenire.



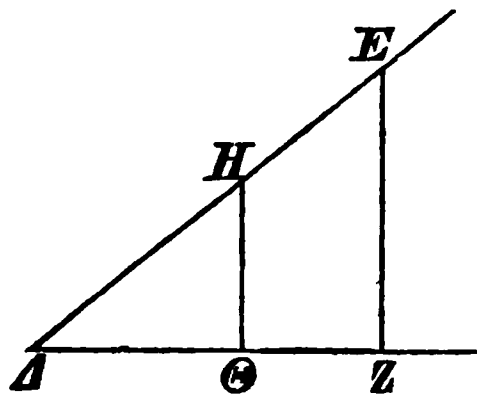
producantur enim ad puncta  $\Delta$ ,  $E$ , et ponatur  $AG = B\Delta$ , et ducatur  $B\Gamma$ , et per  $\Delta$  ei parallela ducatur  $\Delta E$  [I, 31]. iam quoniam in triangulo  $A\Delta E$  uni lateri  $\Delta E$  parallela ducta est  $B\Gamma$ , erit  $AB : B\Delta = AG : GE$  [prop. II]. sed  $B\Delta = AG$ . itaque  $AB : AG = AG : GE$ .

Ergo datis duabus rectis  $AB$ ,  $AG$  tertia earum proportionalis inuenta est  $GE$ ; quod oportebat fieri.

## XII.

Datis tribus rectis lineis quartam proportionalem inuenire.

Sint datae rectae  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ . oportet igitur rectarum  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$  quartam proportionalem inuenire.



ponantur duae rectae  $\Delta E$ ,  $\Delta Z$  ita, ut quemlibet angulum comprehendant  $E\Delta Z$ , et ponatur  $\Delta H = A$ ,  $HE = B$ ,  $\Delta\Theta = \Gamma$ . et ducta recta  $H\Theta$  ei parallela per  $E$  ducatur  $EZ$  [I, 31].

iam quoniam in triangulo  $\Delta EZ$  uni lateri  $EZ$

$EZ$  ἥκται ἡ  $H\Theta$ , ἔστιν ἄρα ὡς ἡ  $\Delta H$  πρὸς τὴν  $HE$ , οὕτως ἡ  $\Delta\Theta$  πρὸς τὴν  $\Theta Z$ . ἴση δὲ ἡ μὲν  $\Delta H$  τῇ  $A$ , ἡ δὲ  $HE$  τῇ  $B$ , ἡ δὲ  $\Delta\Theta$  τῇ  $\Gamma$ . ἔστιν ἄρα ὡς ἡ  $A$  πρὸς τὴν  $B$ , οὕτως ἡ  $\Gamma$  πρὸς τὴν  $\Theta Z$ .

5 Τριῶν ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν  $A, B, \Gamma$  τετάρτη ἀνάλογον προσεύρηται ἡ  $\Theta Z$ . ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιγ'.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν μέσην ἀνάλογον προσευρεῖν.

10 Ἐστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ  $AB, B\Gamma$ . δεῖ δὴ τῶν  $AB, B\Gamma$  μέσην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Κείσθωσαν ἐπ' εὐθείας, καὶ γεγράφθω ἐπὶ τῆς  $ΑΓ$  ἡμικύκλιον τὸ  $A\Delta Γ$ , καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ  $B$  σημείου τῇ  $ΑΓ$  εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἡ  $B\Delta$ , καὶ ἐπε-  
15 ζεύχθωσαν αἱ  $A\Delta, \Delta Γ$ .

Ἐπεὶ ἐν ἡμικυκλίῳ γωνία ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $A\Delta Γ$ , ὀρθή ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ τῷ  $A\Delta Γ$  ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κείμετος ἥκται ἡ  $\Delta B$ , ἡ  $\Delta B$  ἄρα τῶν τῆς βάσεως τμημάτων  
20 τῶν  $AB, B\Gamma$  μέση ἀνάλογόν ἐστιν.

Δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν  $AB, B\Gamma$  μέση ἀνάλογον προσεύρηται ἡ  $\Delta B$ . ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιδ'.

Τῶν ἴσων τε καὶ ἰσογωνίων παραλληλο-

XIII. Philoponus in Aristot. de anima g II. XIV. Philopon. in anal. post. fol. 117<sup>v</sup>.

1.  $EZ$ ] corr. ex  $H\Theta$  m. rec. P;  $H\Theta$  Bp.  $H\Theta$ ] corr. ex  $ZE$  m. rec. P;  $EZ$  Bp;  $\Theta H$  V m. 2. ἡ] om. V.  $\Delta H$ ] in ras. B. τήν] om. Bp. 2. τήν] om. Bp.  $\Theta Z$ ] e corr. V;  $Z\Theta$  P. 4.  $\Theta Z$ ] Z in ras. F;  $Z\Theta$  P. 14. εὐ-

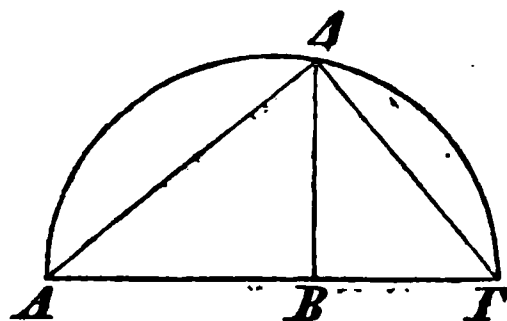
parallela ducta est  $H\Theta$ , erit  $\angle H : HE = \angle \Theta : \Theta Z$ . sed  $\angle H = A$ ,  $HE = B$ ,  $\angle \Theta = \Gamma$ . itaque  $A : B = \Gamma : \Theta Z$ .

Ergo datis tribus rectis lineis  $A, B, \Gamma$  quarta proportionalis inuenta est  $\Theta Z$ ; quod oportebat fieri.

## XIII.

Datis duabus rectis lineis mediam proportionalem inuenire.

Sint duae rectae datae  $AB, B\Gamma$ . oportet igitur rectarum  $AB, B\Gamma$  mediam proportionalem inuenire.



ponantur in eadem recta, et in  $A\Gamma$  describatur semicirculus  $A\Delta\Gamma$ , et a  $B$  puncto ducatur ad rectam  $A\Gamma$  perpendicularis  $B\Delta$ , et ducantur  $A\Delta, \Delta\Gamma$ .

iam quoniam in semicirculo est  $\angle A\Delta\Gamma$ , rectus est [III, 31]. et quoniam in triangulo rectangulo  $A\Delta\Gamma$  a recto angulo ad basim perpendicularis ducta est  $\Delta B$ ,  $\Delta B$  partium basis  $AB, B\Gamma$  media proportionalis est [prop. VIII coroll.].

Ergo datis duabus rectis lineis  $AB, B\Gamma$  media proportionalis inuenta est  $\Delta B$ ; quod oportebat fieri.

## XIV.

In parallelogrammis aequalibus et aequiangulis

$\theta\epsilon\lambda\alpha$ ] om. Bp. 16.  $\kappa\alpha\iota\ \acute{\epsilon}\pi\epsilon\iota$  V. 19.  $\angle B$ ]  $B\Delta F$ ; V, corr. m. 2.  $\angle B$ ]  $B\Delta V$ , corr. m. 2. 21.  $\mu\acute{\epsilon}\sigma\eta\nu$  P, sed corr. 22.  $\pi\rho\omicron\sigma\eta\acute{\nu}\eta\theta\eta\tau\alpha\iota$  F. 24.  $\tau\epsilon$ ] om. p.  $\kappa\alpha\iota$ ] m. 2 F.  $\iota\sigma\omicron\gamma\omega\nu\lambda\omega\nu$ ] P, Philoponus;  $\mu\acute{\iota}\alpha\nu\ \mu\acute{\iota}\alpha\ \iota\sigma\eta\nu\ \acute{\epsilon}\chi\omicron\nu\tau\omega\nu\ \gamma\omega\nu\lambda\alpha\nu$  Theon (B V p; in F om.  $\mu\acute{\iota}\alpha\nu$  et supra scr.  $\mu\acute{\iota}\alpha$  seq. ras. 1 litt.), P supra m. rec.

γραμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὧν ἰσογωνίων παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

- 5 Ἐστω ἴσα τε καὶ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα τὰ  $AB, BG$  ἴσας ἔχοντα τὰς πρὸς τῷ  $B$  γωνίας, καὶ κείσθωσαν ἐπ' εὐθείας αἱ  $\Delta B, BE$ · ἐπ' εὐθείας ἄρα εἰσὶ καὶ αἱ  $ZB, BH$ . λέγω, ὅτι τῶν  $AB, BG$  ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας,  
10 τουτέστιν, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ  $\Delta B$  πρὸς τὴν  $BE$ , οὕτως ἡ  $HB$  πρὸς τὴν  $BZ$ .

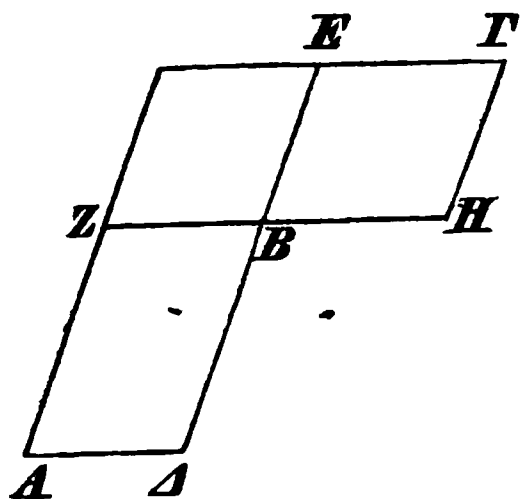
Συμπεπληρώσθω γὰρ τὸ  $ZE$  παραλληλόγραμμον. ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ  $AB$  παραλληλόγραμμον τῷ  $BG$  παραλληλογράμμῳ, ἄλλο δέ τι τὸ  $ZE$ , ἔστιν  
15 ἄρα ὡς τὸ  $AB$  πρὸς τὸ  $ZE$ , οὕτως τὸ  $BG$  πρὸς τὸ  $ZE$ . ἀλλ' ὡς μὲν τὸ  $AB$  πρὸς τὸ  $ZE$ , οὕτως ἡ  $\Delta B$  πρὸς τὴν  $BE$ , ὡς δὲ τὸ  $BG$  πρὸς τὸ  $ZE$ , οὕτως ἡ  $HB$  πρὸς τὴν  $BZ$ · καὶ ὡς ἄρα ἡ  $\Delta B$  πρὸς τὴν  $BE$ , οὕτως ἡ  $HB$  πρὸς τὴν  $BZ$ . τῶν ἄρα  $AB, BG$  παρ-  
20 αλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας.

Ἀλλὰ δὴ ἔστω ὡς ἡ  $\Delta B$  πρὸς τὴν  $BE$ , οὕτως ἡ  $HB$  πρὸς τὴν  $BZ$ · λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ  $AB$  παραλληλόγραμμον τῷ  $BG$  παραλληλογράμμῳ.

- 25 Ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ἡ  $\Delta B$  πρὸς τὴν  $BE$ , οὕτως ἡ  $HB$  πρὸς τὴν  $BZ$ , ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $\Delta B$  πρὸς τὴν

2. ἰσογωνίων] om. Theon (BFVp); del. m. rec. P. Post παραλληλογράμμων add. Theon: μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχόντων (BFp; μίαν μιᾷ ἴσην ἔχόντων γωνίαν V). 5. τε καὶ ἰσογώνια] om. Theon (BFVp); del. m. rec. P. 7. κείσθω V. 8. εἰσὶν PBr. 10. ἐστίν] om. p. τήν] om.

latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportionem sunt; et parallelogramma aequiangula, quorum latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportionem sint, aequalia sunt.



Sint aequalia et aequiangula parallelogramma  $AB, B\Gamma$  aequales habentia angulos ad  $B$  positos, et ponantur in eadem recta  $\Delta B, BE$ . itaque etiam  $ZB, BH$  in eadem recta sunt. dico, in  $AB, B\Gamma$  latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportionem esse, h. e.

esse  $\Delta B : BE = HB : BZ$ .

expleatur enim  $ZE$  parallelogrammum. iam quoniam  $AB = B\Gamma$ , et alia quaedam magnitudo est  $ZE$ , erit  $AB : ZE = B\Gamma : ZE$  [V, 7]. sed  $AB : ZE = \Delta B : BE$  [prop. I], et  $B\Gamma : ZE = HB : BZ$  [id.]. quare etiam  $\Delta B : BE = HB : BZ$ . itaque in parallelogrammis  $AB, B\Gamma$  latera aequales angulos comprehendentia in contraria proportionem sunt.

iam uero sit  $\Delta B : BE = HB : BZ$ . dico, esse  $AB = B\Gamma$ .

nam quoniam est  $\Delta B : BE = HB : BZ$ , et  $\Delta B : BE$

- BFp. BE] corr. ex BΘ m. rec. P. 11. τήν] om. BFp.  
 BZ] ZB P. 12. ZE] EZ p. 17. τήν] om. BF; τό p.  
 τὸ ZΕ] ZE BF; Z in ras. m. 2 V. 18. πρὸς τήν] πρὸς  
 BFp, et sic deinde per totam prop. ὡς ἄρα] ὡςπερ V.  
 ΔB] BΔ p. 19. ἄρα] supra m. 1, sed post BΓ P. 22.  
 ἀλλὰ δὴ] in ras. m. 1 p. Post δὴ add. Theon: ἀντιπεπον-  
 θέτωςαν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας καὶ (BF V p).  
 23. BZ] ZB P. ἐστὶν P. 25. τήν] corr. ex τῇ m. 2 V.  
 26. ὡς] e corr. F. ἡ] om. F.

$BE$ , οὕτως τὸ  $AB$  παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ  $ZE$  παραλληλόγραμμον, ὥς δὲ ἡ  $HB$  πρὸς τὴν  $BZ$ , οὕτως τὸ  $BΓ$  παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ  $ZE$  παραλληλόγραμμον, καὶ ὥς ἄρα τὸ  $AB$  πρὸς τὸ  $ZE$ , οὕτως τὸ  $BΓ$  πρὸς τὸ  $ZE$ . ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ  $AB$  παραλληλόγραμμον τῷ  $BΓ$  παραλληλογράμμῳ.

Τῶν ἄρα ἴσων τε καὶ ἰσογωνίων παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὧν ἰσογωνίων παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιε'.

Τῶν ἴσων καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὧν μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Ἐστω ἴσα τρίγωνα τὰ  $ABΓ$ ,  $AΔE$  μίαν μιᾷ ἴσην ἔχοντα γωνίαν τὴν ὑπὸ  $BAΓ$  τῇ ὑπὸ  $ΔAE$ . λέγω, ὅτι τῶν  $ABΓ$ ,  $AΔE$  τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, τουτέστιν, ὅτι ἐστὶν ὥς ἡ  $ΓA$  πρὸς τὴν  $AΔ$ , οὕτως ἡ  $EA$  πρὸς τὴν  $AB$ .

Κεῖσθω γὰρ ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν  $ΓA$  τῇ  $AΔ$ . ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ  $EA$  τῇ  $AB$ . καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $BΔ$ .

1. πρὸς τό — 2: ὥς δέ] insert. in ras. F. 2. παραλληλόγραμμον] om. V. 3.  $ZE$  παραλληλόγραμμον] P;  $ZE$  Theon (BFVp). 5. ἐστὶν P, comp. p. 7. ἴσων ἄρα p. τε] om. Br. ἰσογωνίων] PBFp; in P supra scr. m. rec. ἴσην γωνίαν μίαν μιᾷ ἐχόντων; μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν V, sed



$= AB : ZE, HB : BZ = B\Gamma : ZE$  [prop. I], erit etiam  $AB : ZE = B\Gamma : ZE$  [V, 11]. itaque  $AB = B\Gamma$  [V, 9].

Ergo in parallelogrammis aequalibus et aequi-  
angulis latera aequales angulos comprehendunt in  
contraria proportione sunt; et parallelogramma aequi-  
angula, quorum latera aequales angulos comprehen-  
dunt in contraria proportione sint, aequalia sunt;  
quod erat demonstrandum.

## XV.

In triangulis aequalibus, et qui unum angulum  
uni aequalem habeant, latera aequales angulos com-  
prehendunt in contraria proportione sunt; et trian-  
guli unum angulum uni aequalem habentes, et in  
quibus latera aequales angulos comprehendunt in  
contraria proportione sint, aequales sunt.

Sint aequales trianguli  $AB\Gamma, A\Delta E$  unum angu-  
lum uni aequalem habentes,  $\angle B\Gamma A = \angle A\Delta E$ . dico,  
in triangulis  $AB\Gamma, A\Delta E$  latera aequales angulos  
comprehendunt in contraria proportione esse, h. e.  
esse  $\Gamma A : A\Delta = EA : AB$ .

ponantur enim ita, ut  $\Gamma A$  et  $A\Delta$  in eadem recta  
sint. itaque etiam  $EA$  et  $AB$  in eadem recta sunt.  
et ducatur  $B\Delta$ . iam quoniam  $\triangle AB\Gamma = \triangle A\Delta E$ , et

$\mu\lambda\alpha\nu \mu\lambda\alpha$  punctis del. 9.  $\iota\sigma\omicron\gamma\omega\nu\lambda\omega\nu \pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\gamma\rho\acute{\alpha}\mu\mu\omega\nu$   
PB, F (post  $\iota\sigma\omicron$ - ras. 1 litt.), p; in P m. rec. supra scr.  $\iota\sigma\eta\nu$   
 $\gamma\omega\nu\lambda\alpha\nu \mu\lambda\alpha\nu \mu\lambda\alpha \acute{\epsilon}\chi\omicron\nu\tau\omega\nu$ ;  $\mu\lambda\alpha\nu \mu\lambda\alpha$  (punctis del.)  $\iota\sigma\eta\nu \acute{\epsilon}\chi\omicron\nu\tau\omega\nu$   
 $\gamma\omega\nu\lambda\alpha\nu \pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\gamma\rho\acute{\alpha}\mu\mu\omega\nu$  V. 15.  $\alpha\lambda$ ] m. 2 P.  $\acute{\omega}\nu$   
 $\tau\rho\iota\gamma\acute{\omega}\nu\omega\nu$  F. 16.  $\tau\rho\iota\gamma\acute{\omega}\nu\omega\nu$ ] om. FV. 20.  $\tau\eta$ ] corr. ex  
 $\tau\eta\varsigma$  m. rec. P.  $\lambda\acute{\epsilon}\gamma\omega, \acute{\omicron}\tau\iota$ ] et seq. insert. in ras. F. 22.  
 $\alpha\lambda \pi\epsilon\rho\iota$ ]  $\pi\epsilon\rho\iota$  P, corr. m. 2. 23.  $\pi\rho\acute{\omicron}\varsigma \tau\eta\nu$ ] bis  $\pi\rho\acute{\omicron}\varsigma$  B F p.  
24.  $\Gamma A$ ]  $A\Gamma$  P, V in ras. 25.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$  P B F, comp. p.

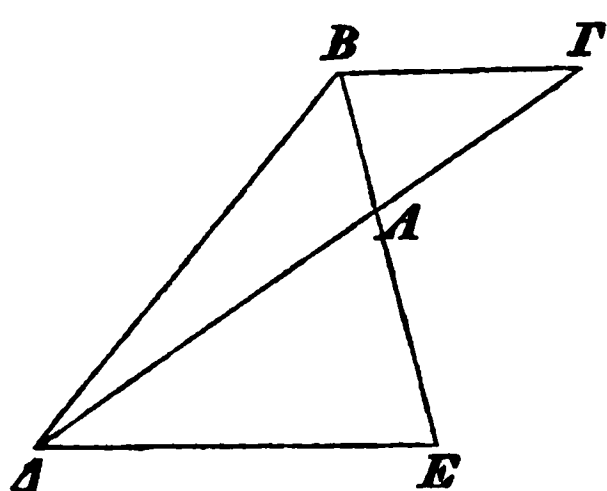
Ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον τῷ  $A\Delta E$  τριγώνῳ, ἄλλο δέ τι τὸ  $BA\Delta$ , ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ  $\Gamma AB$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $BA\Delta$  τρίγωνον, οὕτως τὸ  $EA\Delta$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $BA\Delta$  τρίγωνον. ἀλλ' ὡς  
 5 μὲν τὸ  $\Gamma AB$  πρὸς τὸ  $BA\Delta$ , οὕτως ἡ  $\Gamma A$  πρὸς τὴν  $A\Delta$ , ὡς δὲ τὸ  $EA\Delta$  πρὸς τὸ  $BA\Delta$ , οὕτως ἡ  $EA$  πρὸς τὴν  $AB$ . καὶ ὡς ἄρα ἡ  $\Gamma A$  πρὸς τὴν  $A\Delta$ , οὕτως ἡ  $EA$  πρὸς τὴν  $AB$ . τῶν  $AB\Gamma$ ,  $A\Delta E$  ἄρα τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς  
 10 ἴσας γωνίας.

Ἀλλὰ δὴ ἀντιπεπονθέτωσαν αἱ πλευραὶ τῶν  $AB\Gamma$ ,  $A\Delta E$  τριγώνων, καὶ ἔστω ὡς ἡ  $\Gamma A$  πρὸς τὴν  $A\Delta$ , οὕτως ἡ  $EA$  πρὸς τὴν  $AB$ . λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον τῷ  $A\Delta E$  τριγώνῳ.

15 Ἐπιξευχθείσης γὰρ πάλιν τῆς  $B\Delta$ , ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ  $\Gamma A$  πρὸς τὴν  $A\Delta$ , οὕτως ἡ  $EA$  πρὸς τὴν  $AB$ , ἀλλ' ὡς μὲν ἡ  $\Gamma A$  πρὸς τὴν  $A\Delta$ , οὕτως τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $BA\Delta$  τρίγωνον, ὡς δὲ ἡ  $EA$  πρὸς τὴν  $AB$ , οὕτως τὸ  $EA\Delta$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $BA\Delta$   
 20 τρίγωνον, ὡς ἄρα τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $BA\Delta$  τρίγωνον, οὕτως τὸ  $EA\Delta$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $BA\Delta$  τρίγωνον. ἐκάτερον ἄρα τῶν  $AB\Gamma$ ,  $EA\Delta$  πρὸς τὸ  $BA\Delta$  τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ  $AB\Gamma$  [τρίγωνον] τῷ  $EA\Delta$  τριγώνῳ.

25 Τῶν ἄρα ἴσων καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὅν μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν

2. τι] om. BFVp.  $BA\Delta$ ] in ras. m. 2 V. 3.  $\Gamma AB$ ]  $\Gamma''A'B$  F;  $BA\Gamma$  Bp, V m. 2. οὕτως] οὕτω P, οὕτως ἄρα F.  
 4.  $EA\Delta$ ] BFp, V m. 2;  $A\Delta E$  V m. 1;  $\Delta AE$  P.  $BA\Delta$ ] litt.  $BA$  in ras. m. 2 V. τρίγωνον] comp. V. 7. τήν] (prius).



alia quaedam magnitudo est  $BA\Delta$ , erit  $\Delta \Gamma AB : BA\Delta = EA\Delta : BA\Delta$  [V, 7]. sed [prop. I]  $\Gamma AB : BA\Delta = A\Gamma : A\Delta$  et  $EA\Delta : BA\Delta = EA : AB$ . quare etiam  $\Gamma A : A\Delta = EA : AB$ . itaque triangulorum  $AB\Gamma$ ,  $A\Delta E$  latera aequales angulos comprehendunt in contraria proportionem sunt.

iam uero latera triangulorum  $AB\Gamma$ ,  $A\Delta E$  in contraria proportionem sint, et sit  $\Gamma A : A\Delta = EA : AB$ . dico, esse  $\Delta AB\Gamma = \Delta A\Delta E$ .

ducta enim rursus  $BA\Delta$ , quoniam est  $\Gamma A : A\Delta = EA : AB$ , et  $\Gamma A : A\Delta = \Delta AB\Gamma : \Delta BA\Delta$ , et  $EA : AB = \Delta EA\Delta : \Delta BA\Delta$  [prop. I], erit  $\Delta AB\Gamma : \Delta BA\Delta = \Delta EA\Delta : \Delta BA\Delta$ . itaque uterque triangulus  $AB\Gamma$ ,  $EA\Delta$  ad  $BA\Delta$  eandem rationem habet. quare  $\Delta AB\Gamma = \Delta EA\Delta$  [V, 9].

Ergo in triangulis aequalibus, et qui unum angulum uni aequalem habeant, latera aequales angulos comprehendunt in contraria proportionem sunt; et trianguli unum angulum uni aequalem habentes, et in quibus latera aequales angulos comprehendunt

corr. ex τόν m. 1 F. 8. ἄρα τριγώνων] τριγώνων ἄρα V; ἄρα γωνιῶν p. 12. τριγώνων] γωνιῶν p. ὥς] postea insert. m. 1 P; om. F. πρὸς τήν] πρὸς BFp, et sic deinde per totam prop. 16. ΓΑ] ΑΓ p. 19. τήν] om. etiam V. 20. ΑΒΓ] ΒΑΓ P. Post τρίγωνον add. F: οὕτως τὸ ΕΑΔ τρίγωνον, sed del. m. 1. 21. τρίγωνον] om. V. οὕτως] om. F. τὸ ΕΑΔ τρίγωνον πρὸς τὸ ΒΑΔ τρίγωνον] om. BFp. 22. ἄρα] om. Bp. 23. ἐστίν P, comp. p. 24. τρίγωνον] om. P. 26. πλευραὶ αἱ] om. F. 27. γωνίας πλευραὶ F.

τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἐκεῖνα ἴσα ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ις'.

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ᾧσιν, τὸ  
 5 ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον  
 ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθο-  
 γωνίῳ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον  
 ὀρθογώνιον ἴσον ἢ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιε-  
 χομένῳ ὀρθογωνίῳ, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνά-  
 10 λογον ἔσονται.

Ἐστωσαν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον αἱ  $AB, \Gamma\Delta,$   
 $E, Z$ , ὡς ἡ  $AB$  πρὸς τὴν  $\Gamma\Delta$ , οὕτως ἡ  $E$  πρὸς  
 τὴν  $Z$ · λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν  $AB, Z$  περιεχόμενον  
 ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν  $\Gamma\Delta, E$  περιεχο-  
 15 μένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἦχθωσαν [γὰρ] ἀπὸ τῶν  $A, \Gamma$  σημείων ταῖς  $AB,$   
 $\Gamma\Delta$  εὐθείαις πρὸς ὀρθὰς αἱ  $AH, \Gamma\Theta$ , καὶ κείσθω  
 τῇ μὲν  $Z$  ἴση ἡ  $AH$ , τῇ δὲ  $E$  ἴση ἡ  $\Gamma\Theta$ . καὶ συμ-  
 πεπληρώσθω τὰ  $BH, \Delta\Theta$  παραλληλόγραμμα.

20 Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ  $AB$  πρὸς τὴν  $\Gamma\Delta$ , οὕτως ἡ  
 $E$  πρὸς τὴν  $Z$ , ἴση δὲ ἡ μὲν  $E$  τῇ  $\Gamma\Theta$ , ἡ δὲ  $Z$  τῇ  
 $AH$ , ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ  $AB$  πρὸς τὴν  $\Gamma\Delta$ , οὕτως ἡ  
 $\Gamma\Theta$  πρὸς τὴν  $AH$ . τῶν  $BH, \Delta\Theta$  ἄρα παραλληλο-  
 γράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς  
 25 ἴσας γωνίας. ὧν δὲ ἰσογωνίων παραλληλογράμμων  
 ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας,

2. ἐστίν] εἰσίν V.

4. ᾧσι PBr.

7. καὶ] καὶ εἰ V.

11. αἱ τέσσαρες P.

ἀνάλογον] om. V.

12.  $Z$  ἀνάλογον V.

τῇ] om. Br.

13.  $AB$ ]  $B$  in ras. m. 2 V.

$Z$ ] eras. F.

14. ἐστίν P, comp. p.

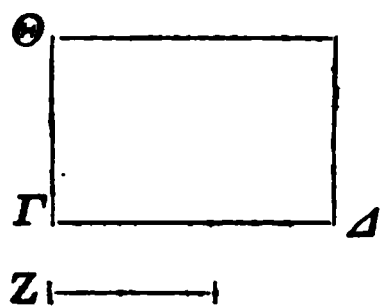
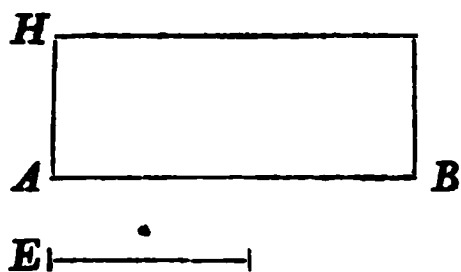
$E$ ] postea add. m. 1 p; eras. F.

in contraria proportione sint, aequales sunt; quod erat demonstrandum.

## XVI.

Si quattuor rectae proportionales sunt, rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est rectangulo mediis comprehenso; et si rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est rectangulo mediis comprehenso, quattuor rectae proportionales sunt.

Sint quattuor rectae proportionales  $AB, \Gamma\Delta, E, Z$ , ita ut sit  $AB : \Gamma\Delta = E : Z$ . dico, esse  $AB \times Z = \Gamma\Delta \times E$ .



ducantur a punctis  $A, \Gamma$  ad rectas  $AB, \Gamma\Delta$  perpendiculares  $AH, \Gamma\Theta$ , et ponatur  $AH = Z$  et  $\Gamma\Theta = E$ . et expleantur parallelogramma  $BH, \Delta\Theta$ .

et quoniam est  $AB : \Gamma\Delta = E : Z$ , et  $E = \Gamma\Theta$ ,  $Z = AH$ , erit  $AB : \Gamma\Delta = \Gamma\Theta : AH$ . itaque in parallelogrammis  $BH, \Delta\Theta$  latera aequales angulos comprehendunt in contraria proportione sunt. parallelogramma autem aequiangula, quorum latera aequales angulos comprehendunt in contraria proportione

16. γάρ] om. P. 18. συμπληρώσθωσαν BFV p. 22. AH]  
 corr. ex AΔ m. rec. P. 23. AH] post ras. 1 litt., H e  
 corr. V; corr. ex AΘ m. rec. P. ἀρα] m. 2 V. 24. αἱ  
 περι] περί P.

ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ  $BH$  παραλληλό-  
 γραμμον τῷ  $\Delta\Theta$  παραλληλογράμῳ. καὶ ἐστὶ τὸ  
 μὲν  $BH$  τὸ ὑπὸ τῶν  $AB, Z$ · ἴση γὰρ ἡ  $AH$  τῇ  $Z$ ·  
 τὸ δὲ  $\Delta\Theta$  τὸ ὑπὸ τῶν  $\Gamma\Delta, E$ · ἴση γὰρ ἡ  $E$  τῇ  $\Gamma\Theta$ .  
 5 τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν  $AB, Z$  περιεχόμενον ὀρθογώνιον  
 ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν  $\Gamma\Delta, E$  περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Ἀλλὰ δὴ τὸ ὑπὸ τῶν  $AB, Z$  περιεχόμενον ὀρθο-  
 γώνιον ἴσον ἔστω τῷ ὑπὸ τῶν  $\Gamma\Delta, E$  περιεχομένῳ  
 ὀρθογωνίῳ· λέγω, ὅτι αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον  
 10 ἔσονται, ὥς ἡ  $AB$  πρὸς τὴν  $\Gamma\Delta$ , οὕτως ἡ  $E$  πρὸς  
 τὴν  $Z$ .

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ τὸ ὑπὸ  
 τῶν  $AB, Z$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν  $\Gamma\Delta, E$ , καὶ ἐστὶ  
 τὸ μὲν ὑπὸ τῶν  $AB, Z$  τὸ  $BH$ · ἴση γὰρ ἐστὶν ἡ  
 15  $AH$  τῇ  $Z$ · τὸ δὲ ὑπὸ τῶν  $\Gamma\Delta, E$  τὸ  $\Delta\Theta$ · ἴση γὰρ  
 ἡ  $\Gamma\Theta$  τῇ  $E$ · τὸ ἄρα  $BH$  ἴσον ἐστὶ τῷ  $\Delta\Theta$ . καὶ ἐστὶν  
 ἰσογώνια. τῶν δὲ ἴσων καὶ ἰσογωνίων παραλληλο-  
 γράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας  
 γωνίας. ἔστιν ἄρα ὥς ἡ  $AB$  πρὸς τὴν  $\Gamma\Delta$ , οὕτως ἡ  
 20  $\Gamma\Theta$  πρὸς τὴν  $AH$ . ἴση δὲ ἡ μὲν  $\Gamma\Theta$  τῇ  $E$ , ἡ δὲ  
 $AH$  τῇ  $Z$ · ἔστιν ἄρα ὥς ἡ  $AB$  πρὸς τὴν  $\Gamma\Delta$ , οὕτως  
 ἡ  $E$  πρὸς τὴν  $Z$ .

Ἐὰν ἄρα τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ᾧσιν, τὸ  
 ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ  
 25 τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· καὶ τὸ  
 ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἢ τῷ  
 ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, αἱ τέσσαρες  
 εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

4.  $\Gamma\Delta, E$ ] seq. περιεχόμενον ὀρθογώνιον V, punctis delet.  
 $E$ ] corr. ex  $\Gamma\Theta$  m. 2 V.  $\Gamma\Theta$ ] corr. ex  $E$  m. 2 V. 6.

sint, aequalia sunt [prop. XIV]. itaque  $BH = \Delta\Theta$ .  
et  $BH = AB \times Z$  (nam  $AH = Z$ ) et  $\Delta\Theta = \Gamma\Delta \times E$   
(nam  $E = \Gamma\Theta$ ). itaque  $AB \times Z = \Gamma\Delta \times E$ .

iam uero sit  $AB \times Z = \Gamma\Delta \times E$ . dico, quattuor  
rectas proportionales esse,  $AB : \Gamma\Delta = E : Z$ .

nam iisdem comparatis, quoniam  $AB \times Z = \Gamma\Delta$   
 $\times E$ , et  $AB \times Z = BH$  (nam  $AH = Z$ ), et  $\Gamma\Delta \times E$   
 $= \Delta\Theta$  (nam  $\Gamma\Theta = E$ ), erit  $BH = \Delta\Theta$ . eadem  
autem aequiangula sunt. et in parallelogrammis  
aequalibus et aequiangulis latera aequales angulos com-  
prehendentia in contraria proportionione sunt [prop. XIV].  
itaque  $AB : \Gamma\Delta = \Gamma\Theta : AH$ . sed  $\Gamma\Theta = E$ ,  $AH = Z$ .  
quare  $AB : \Gamma\Delta = E : Z$ .

Ergo si quattuor rectae proportionales sunt, rectan-  
gulum extremis terminis comprehensum aequale est  
rectangulo mediis comprehenso; et si rectangulum  
extremis terminis comprehensum aequale est rectan-  
gulo mediis comprehenso quattuor rectae proportionales  
sunt; quod erat demonstrandum.

περιεχομένων ὀρθογωνίων F, sed corr. 8. τῶν] mutat. in  
τῶι F. 9. ὀρθογωνίων F, sed corr. 14. ἐστίν] om. V. ἡ  
AH τῇ Z] τῇ Z ἡ AH V; in F m. 2 ex τῇ Z fecit τῇ HZ.  
15. ἴση γὰρ ἡ — 16: τῷ ΔΘ] mg. m. rec. P. 16. ἐστίν] P;  
εἶσιν BFVp. 19. ἡ] (alt.) postea ins. m. 1 p. 20. ΓΘ]  
corr. ex HΘ m. 1 p. AH] corr. ex ZH m. 1 p. 23.  
ὥσι PBVp. 25. καὶ] καὶ εἰ V. 26. ἡ] ἐστὶ F. 27.  
τέσσαρες] seq. ras. 2 litt. F.

ιζ'.

Ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ᾧσιν, τὸ ὑπὸ  
 τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον  
 ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ· καὶ τὸ  
 5 ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον  
 ἢ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ, αἱ τρεῖς  
 εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Ἐστωσαν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον αἱ  $A, B, \Gamma$ , ὡς  
 ἢ  $A$  πρὸς τὴν  $B$ , οὕτως ἢ  $B$  πρὸς τὴν  $\Gamma$ . λέγω,  
 10 ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν  $A, \Gamma$  περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον  
 ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς  $B$  τετραγώνῳ.

Κείσθω τῇ  $B$  ἴση ἡ  $\Delta$ .

Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ  $A$  πρὸς τὴν  $B$ , οὕτως ἢ  
 $B$  πρὸς τὴν  $\Gamma$ , ἴση δὲ ἡ  $B$  τῇ  $\Delta$ , ἔστιν ἄρα ὡς ἡ  
 15  $A$  πρὸς τὴν  $B$ , ἢ  $\Delta$  πρὸς τὴν  $\Gamma$ . ἐὰν δὲ τέσσαρες  
 εὐθεῖαι ἀνάλογον ᾧσιν, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχό-  
 μενον [ὀρθογώνιον] ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων  
 περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν  $A, \Gamma$  ἴσον  
 ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν  $B, \Delta$ . ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν  $B, \Delta$  τὸ  
 20 ἀπὸ τῆς  $B$  ἐστίν· ἴση γὰρ ἡ  $B$  τῇ  $\Delta$ . τὸ ἄρα ὑπὸ  
 τῶν  $A, \Gamma$  περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ  
 ἀπὸ τῆς  $B$  τετραγώνῳ.

Ἀλλὰ δὴ τὸ ὑπὸ τῶν  $A, \Gamma$  ἴσον ἔστω τῷ ἀπὸ  
 τῆς  $B$ . λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ  $A$  πρὸς τὴν  $B$ , οὕτως  
 25 ἢ  $B$  πρὸς τὴν  $\Gamma$ .

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ τὸ ὑπὸ  
 τῶν  $A, \Gamma$  ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς  $B$ , ἀλλὰ τὸ ἀπὸ  
 τῆς  $B$  τὸ ὑπὸ τῶν  $B, \Delta$  ἐστίν· ἴση γὰρ ἡ  $B$  τῇ  $\Delta$ .  
 τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν  $A, \Gamma$  ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν  $B, \Delta$ .

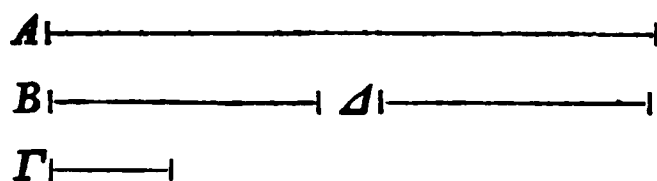
1. ιζ'] et litt. initialis m. 2 V. 2. ᾧσι codd. 4.  
 καὶ εἰ V. 6. τῆς] insert. postea F. 8. αἱ τρεῖς P.



## XVII.

Si tres rectae proportionales sunt, rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est quadrato medii; et si rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est quadrato medii, tres rectae proportionales erunt.

Sint tres rectae proportionales  $A, B, \Gamma$ , ita ut sit  $A : B = B : \Gamma$ . dico, esse  $A \times \Gamma = B^2$ .



ponatur  $\Delta = B$ . et quoniam est  $A : B = B : \Gamma$ , et  $B = \Delta$ , erit  $A : B = \Delta : \Gamma$ . sin quattuor rectae proportionales sunt, rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est rectangulo mediis comprehenso [prop. XVI]. itaque  $A \times \Gamma = B \times \Delta$ . uerum  $B \times \Delta = B^2$ ; nam  $B = \Delta$ . quare

$$A \times \Gamma = B^2.$$

iam uero sit  $A \times \Gamma = B^2$ . dico, esse  $A : B = B : \Gamma$ .

nam iisdem comparatis, quoniam  $A \times \Gamma = B^2$ , et  $B^2 = B \times \Delta$  (nam  $B = \Delta$ ), erit  $A \times \Gamma = B \times \Delta$ . sin rectangulum extremis terminis comprehensum

## XVII. Philoponus in Arist. de anima g II.

12. κείσθω γάρ P.  $\Delta$ ] post ras. 1 litt. F. 16. ὥσι codd.  
 17. ὁρθογώνιον] om. P. 19. B,  $\Delta$ ] (prius) in ras. m. 2 V.  
 ἀλλά — B,  $\Delta$ ] insert. m. 1 F. 20. ἐστίν· ἴση] eras. F. 24.  
 A] B π. 26. ἐπέ] corr. ex ἐπὶ m. 2 V. 27. ἀλλὰ τὸ ἀπὸ  
 τῆς B τὸ ὑπὸ τῶν B,  $\Delta$  ἐστίν] PBp; idem, sed τῶ ὑπό V,  
 F mg.; τουτέστιν τῶ ὑπὸ τῶν B,  $\Delta$  F. 28. ἴση] -η in ras. B.  
 τῇ  $\Delta$ ] in mg. transit m. 1 V (supra est ras.).

ἐὰν δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον ἢ τῷ ὑπὸ τῶν μέ-  
 σων, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογόν εἰσιν. ἔστιν ἄρα  
 ὡς ἡ  $A$  πρὸς τὴν  $B$ , οὕτως ἡ  $\Delta$  πρὸς τὴν  $\Gamma$ . ἴση  
 δὲ ἡ  $B$  τῇ  $\Delta$ . ὡς ἄρα ἡ  $A$  πρὸς τὴν  $B$ , οὕτως ἡ  $B$   
 5 πρὸς τὴν  $\Gamma$ .

Ἐὰν ἄρα τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ᾖσιν, τὸ ὑπὸ  
 τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ  
 ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων  
 περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἢ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης  
 10 τετραγώνῳ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται· ὅπερ  
 ἔδει δεῖξαι.

ιη'.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τῷ δοθέντι  
 εὐθυγράμμῳ ὁμοίον τε καὶ ὁμοίως κείμενον  
 15 εὐθύγραμμον ἀναγράψαι.

Ἐστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ  $AB$ , τὸ δὲ δοθέν  
 εὐθύγραμμον τὸ  $\Gamma E$ . δεῖ δὴ ἀπὸ τῆς  $AB$  εὐθείας  
 τῷ  $\Gamma E$  εὐθυγράμμῳ ὁμοίον τε καὶ ὁμοίως κείμενον  
 εὐθύγραμμον ἀναγράψαι.

20 Ἐπεξεύχθω ἡ  $\Delta Z$ , καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ  $AB$   
 εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς  $A, B$  τῇ  
 μὲν πρὸς τῷ  $\Gamma$  γωνία ἴση ἢ ὑπὸ  $HAB$ , τῇ δὲ ὑπὸ  
 $\Gamma \Delta Z$  ἴση ἢ ὑπὸ  $ABH$ . λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ  $\Gamma Z \Delta$  τῇ  
 ὑπὸ  $AHB$  ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ  $Z \Gamma \Delta$   
 25 τρίγωνον τῷ  $HAB$  τριγώνῳ. ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν  
 ὡς ἡ  $Z \Delta$  πρὸς τὴν  $HB$ , οὕτως ἡ  $Z \Gamma$  πρὸς τὴν  $HA$ ,  
 καὶ ἡ  $\Gamma \Delta$  πρὸς τὴν  $AB$ . πάλιν συνεστάτω πρὸς  
 τῇ  $BH$  εὐθείᾳ καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς  $B$ ,

6. ᾧσι. PFVp. 7. ἐστὶν P. 8. καὶ — 10: ἔσονται]  
 om. p. 9. ἢ] ἐστὶ comp. F, supra scr. ἢ. 18. ὁμοίως]

aequale est rectangulo mediis comprehenso, quattuor rectae proportionales sunt [prop. XVI]. itaque

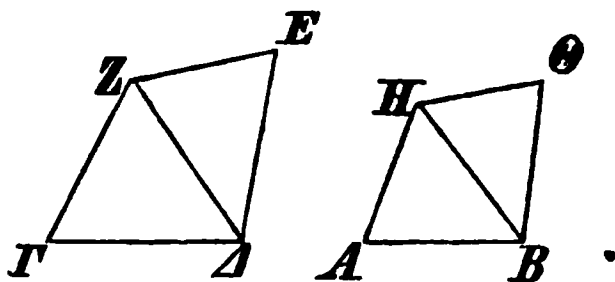
$$A : B = \Delta : \Gamma. \text{ sed } B = \Delta. \text{ itaque } A : B = B : \Gamma.$$

Ergo si tres rectae proportionales sunt, rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est quadrato medii; et si rectangulum extremis terminis comprehensum aequale est quadrato medii, tres rectae proportionales erunt; quod erat demonstrandum.

## XVIII.

In data recta datae figurae rectilineae similem et similiter positam figuram rectilineam construere.

Sit data recta  $AB$  et data figura rectilinea  $\Gamma E$ . oportet igitur in recta  $AB$  figurae rectilineae  $\Gamma E$  similem et similiter positam figuram rectilineam construere.



ducatur  $\Delta Z$  et ad rectam  $AB$  et puncta eius  $A, B$  angulo ad  $\Gamma$  posito aequalis construatur  $\angle HAB$ , angulo autem  $\Gamma \Delta Z$  aequalis  $\angle ABH$  [I, 23]. itaque  $\angle \Gamma Z \Delta = \angle AHB$  [I, 32]. quare  $\triangle Z \Gamma \Delta$  triangulo  $HAB$  aequiangulus est. itaque  $Z \Delta : HB = Z \Gamma : HA = \Gamma \Delta : AB$  [prop. IV]. rursus ad rectam  $BH$  et

$\delta\mu\omicron\lambda\alpha\varsigma \pi$  (non P). 20.  $\Delta Z$ ]  $Z \Delta$  P.  $\sigma\upsilon\nu\epsilon\sigma\tau\omicron\tau\omicron \pi$  (non P).  
 22.  $\tau\tilde{\omega}$ ]  $\tau\tilde{\eta}$  P.  $\iota\sigma\eta$ ] om. V.  $HAB$ ]  $BAH$  P;  $AB$  F;  
 $HAB$   $\iota\sigma\eta$  V. 23.  $\iota\sigma\eta$ ] om. V.  $\tau\tilde{\eta}$ ]  $\lambda\omicron\iota\pi\tilde{\eta} \tau\tilde{\eta}$  V. 24.  
 $AHB$ ]  $A''B'H$  F.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$ ] om. V. 26.  $\acute{\omega}\varsigma$ ] supra F. 28.  
 $\tau\tilde{\eta}$ ] corr. ex  $\tau\tilde{\eta}\varsigma$  m. 1 p.  $BH$ ]  $H$  supra scr. V.

- $H$  τῇ μὲν ὑπὸ  $\Delta ZE$  γωνία ἴση ἢ ὑπὸ  $BH\Theta$ , τῇ δὲ ὑπὸ  $Z\Delta E$  ἴση ἢ ὑπὸ  $HB\Theta$ . λοιπὴ ἄρα ἢ πρὸς τῷ  $E$  λοιπῇ τῇ πρὸς τῷ  $\Theta$  ἐστὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ  $Z\Delta E$  τρίγωνον τῷ  $H\Theta B$  τριγώνῳ· ἀνάλογον  
 5 ἄρα ἐστὶν ὡς ἢ  $Z\Delta$  πρὸς τὴν  $HB$ , οὕτως ἢ  $ZE$  πρὸς τὴν  $H\Theta$  καὶ ἢ  $E\Delta$  πρὸς τὴν  $\Theta B$ . ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἢ  $Z\Delta$  πρὸς τὴν  $HB$ , οὕτως ἢ  $Z\Gamma$  πρὸς τὴν  $HA$  καὶ ἢ  $\Gamma\Delta$  πρὸς τὴν  $AB$ · καὶ ὡς ἄρα ἢ  $Z\Gamma$  πρὸς τὴν  $AH$ , οὕτως ἢ τε  $\Gamma\Delta$  πρὸς τὴν  $AB$  καὶ ἢ  $ZE$   
 10 πρὸς τὴν  $H\Theta$  καὶ ἔτι ἢ  $E\Delta$  πρὸς τὴν  $\Theta B$ . καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἢ μὲν ὑπὸ  $\Gamma Z\Delta$  γωνία τῇ ὑπὸ  $AHB$ , ἢ δὲ ὑπὸ  $\Delta ZE$  τῇ ὑπὸ  $BH\Theta$ , ὅλη ἄρα ἢ ὑπὸ  $\Gamma ZE$  ὅλη τῇ ὑπὸ  $AH\Theta$  ἐστὶν ἴση. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἢ ὑπὸ  $\Gamma\Delta E$  τῇ ὑπὸ  $AB\Theta$  ἐστὶν ἴση. ἔστι δὲ καὶ ἢ  
 15 μὲν πρὸς τῷ  $\Gamma$  τῇ πρὸς τῷ  $A$  ἴση, ἢ δὲ πρὸς τῷ  $E$  τῇ πρὸς τῷ  $\Theta$ . ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ  $A\Theta$  τῷ  $\Gamma E$ · καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας αὐτῶν πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ  $A\Theta$  εὐθύγραμμον τῷ  $\Gamma E$  εὐθύγραμμῳ.
- 20 Ἀπὸ τῆς δοθείσης ἄρα εὐθείας τῆς  $AB$  τῷ δοθέντι εὐθύγραμμῳ τῷ  $\Gamma E$  ὁμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγέγραπται τὸ  $A\Theta$ · ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ιθ'.

- 25 Τὰ ὅμοια τρίγωνα πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

XIX coroll. Philoponus in anal. post. 117 v. Psellus p. 57.

1.  $BH\Theta$ ] " $B'H''\Theta$ " F.      2. ὑπό] om. Bp.      ἴση] om. B.  
 4.  $H\Theta B$ ] PF;  $HB\Theta$  B, V e corr. m. 2, p corr. ex  $H\Theta\Theta$   
 m. 1.      5.  $Z\Delta$ ]  $\Delta Z$  P.       $ZE$ ] in ras. m. 2 V.      6.  $H\Theta$ ]

puncta eius  $B, H$  angulo  $\angle ZE$  aequalis construatur  $\angle BH\Theta$  et angulo  $\angle ZE$  aequalis  $\angle HB\Theta$  [I, 23]. itaque qui relinquitur angulus ad  $E$  positus, reliquo angulo ad  $\Theta$  posito aequalis est [I, 32]. itaque  $\triangle ZAE$  triangulo  $H\Theta B$  aequiangulus est. quare  $ZA : HB = ZE : H\Theta = EA : \Theta B$  [prop. IV]. demonstrauius autem, esse etiam  $ZA : HB = Z\Gamma : HA = \Gamma A : AB$ . quare etiam  $Z\Gamma : AH = \Gamma A : AB = ZE : H\Theta = EA : \Theta B$ . et quoniam  $\angle \Gamma Z A = AHB$ , et  $\angle A Z E = BH\Theta$ , erit  $\angle \Gamma Z E = AH\Theta$ . eadem de causa etiam  $\angle \Gamma A E = AB\Theta$ . et praeterea angulus ad  $\Gamma$  positus angulo ad  $A$  posito aequalis est, et angulus ad  $E$  positus angulo ad  $\Theta$  posito aequalis. itaque  $A\Theta$  aequiangula est figurae  $\Gamma E$ . et latera, quae aequales angulos comprehendunt, proportionalia habent; itaque figura rectilinea  $A\Theta$  similis est figurae rectilineae  $\Gamma E$ .

Ergo in data recta  $AB$  datae figurae rectilineae  $\Gamma E$  similis et similiter posita figura rectilinea constructa est  $A\Theta$ ; quod oportebat fieri.

## XIX.

Similes trianguli inter se duplicatam rationem habent quam latera correspondentia.

$\Theta$  in ras. m. 2 V.  $\Theta B]$   $B\Theta$  P.  $\kappa\alpha\iota \eta E\Delta \pi\rho\acute{o}s \tau\eta\nu \Theta B]$   
 bis F, sed corr. 7.  $\eta \tau\epsilon Z\Gamma P.$  8.  $\kappa\alpha\iota \acute{\omega}s \acute{\alpha}\rho\alpha$  — 9:  $\tau\eta\nu$   
 $AB]$  om. p. 10.  $E\Delta]$  " $\Delta'E$  F. 12.  $\angle ZE]$  " $Z'\Delta''E$  F.  
 13.  $\delta\iota\acute{\alpha} \tau\acute{\alpha} \alpha\nu\tau\acute{\alpha}$  — 15:  $\pi\rho\acute{o}s \tau\acute{\omega} A \iota\sigma\eta]$  insert. in ras. F.  
 16.  $\pi\rho\acute{o}s]$  eras. V.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$  F. 17.  $\alpha\nu\tau\acute{\omega}\nu]$  P;  $\alpha\nu\tau\acute{\omega}$  BF V p;  
 om. Augustus. 18.  $A\Theta]$   $\Gamma E$  P.  $\Gamma E]$   $A\Theta$  P. 20.  $\tau\eta\varsigma$   
 $AB$  — 23:  $\pi\omicron\iota\eta\sigma\alpha\iota]$   $\kappa\alpha\iota \tau\acute{\alpha} \acute{\epsilon}\xi\eta\varsigma$  p. 21.  $\Gamma E$   $\acute{\omicron}\mu\omicron\iota\acute{\omicron}\nu \tau\epsilon]$   
 eras. V. 22.  $\tau\acute{o} A\Theta]$  punctis notat. F; om. B. 26.  
 $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$  B, eras.  $\nu$ .

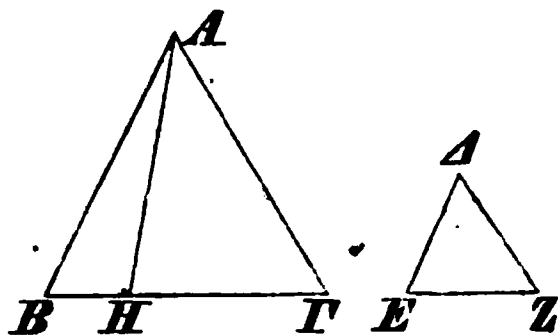
"Εστω ὁμοια τρίγωνα τὰ  $AB\Gamma$ ,  $\Delta EZ$  ἴσην ἔχοντα τὴν πρὸς τῷ  $B$  γωνίαν τῇ πρὸς τῷ  $E$ , ὥς δὲ τὴν  $AB$  πρὸς τὴν  $B\Gamma$ , οὕτως τὴν  $\Delta E$  πρὸς τὴν  $EZ$ , ὥστε ὁμόλογον εἶναι τὴν  $B\Gamma$  τῇ  $EZ$ . λέγω, ὅτι τὸ  
 5  $AB\Gamma$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $\Delta EZ$  τρίγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ  $B\Gamma$  πρὸς τὴν  $EZ$ .

Εἰλήφθω γὰρ τῶν  $B\Gamma$ ,  $EZ$  τρίτη ἀνάλογον ἡ  $BH$ , ὥστε εἶναι ὥς τὴν  $B\Gamma$  πρὸς τὴν  $EZ$ , οὕτως τὴν  $EZ$  πρὸς τὴν  $BH$ . καὶ ἐπεξεύχθω ἡ  $AH$ .

10 Ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὥς ἡ  $AB$  πρὸς τὴν  $B\Gamma$ , οὕτως ἡ  $\Delta E$  πρὸς τὴν  $EZ$ , ἐναλλάξ ἄρα ἐστὶν ὥς ἡ  $AB$  πρὸς τὴν  $\Delta E$ , οὕτως ἡ  $B\Gamma$  πρὸς τὴν  $EZ$ . ἀλλ' ὥς ἡ  $B\Gamma$  πρὸς  $EZ$ , οὕτως ἐστὶν ἡ  $EZ$  πρὸς  $BH$ . καὶ ὥς ἄρα ἡ  $AB$  πρὸς  $\Delta E$ , οὕτως ἡ  $EZ$  πρὸς  $BH$ .  
 15 τῶν  $ABH$ ,  $\Delta EZ$  ἄρα τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. ὧν δὲ μίαν μιᾷ ἴσην ἔχόντων γωνίαν τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ  $ABH$  τρίγωνον τῷ  $\Delta EZ$  τρι-  
 20 γώνῳ. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὥς ἡ  $B\Gamma$  πρὸς τὴν  $EZ$ , οὕτως ἡ  $EZ$  πρὸς τὴν  $BH$ , ἐὰν δὲ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ πρὸς τὴν δευτέραν, ἡ  $B\Gamma$  ἄρα πρὸς τὴν  $BH$  διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ  
 25  $\Gamma B$  πρὸς τὴν  $EZ$ . ὥς δὲ ἡ  $\Gamma B$  πρὸς τὴν  $BH$ , οὕτως τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $ABH$  τρίγωνον.

2. τῷ  $B$ ] τὸ  $B$  V, et F, sed corr. 3. τὴν  $B\Gamma$ ]  $B\Gamma$  Bp; τὴν  $\Gamma\Delta$  F; litt. B in ras. m. 2 V. τὴν  $EZ$ ]  $EZ$  Bp. 8. οὕτω PBr. 10.  $AB$ ] B in ras. PF. τὴν] om. BFr. οὕτω P. 11. τὴν] om. BFr. 12. τὴν] bis om. BFr. 13. πρὸς  $EZ$ ] supra m. 2 F; πρὸς τὴν  $EZ$  V. τὴν  $BH$  V.

Sint similes trianguli  $AB\Gamma$ ,  $\triangle EZ$  angulum ad  $B$  positum angulo ad  $E$  posito aequalem habentes,



et  $AB : B\Gamma = \triangle E : EZ$ , ita ut  $B\Gamma$  lateri  $EZ$  respondeat. dico, esse  $AB\Gamma : \triangle EZ = B\Gamma^2 : EZ^2$ .

sumatur enim rectarum  $B\Gamma$ ,  $EZ$  tertia proportionalis  $BH$  [prop. XI], ita ut sit  $B\Gamma : EZ = EZ : BH$ ; et ducatur  $AH$ .

iam quoniam est  $AB : B\Gamma = \triangle E : EZ$ , permutando erit  $AB : \triangle E = B\Gamma : EZ$  [V, 16]. sed  $B\Gamma : EZ = EZ : BH$ . quare  $AB : \triangle E = EZ : BH$ . itaque in triangulis  $ABH$ ,  $\triangle EZ$  latera aequales angulos comprehendunt in contraria proportione sunt. trianguli autem unum angulum uni aequalem habentes et quorum latera aequales angulos comprehendunt in contraria proportione sint, aequales sunt [prop. XV]. itaque  $\triangle ABH = \triangle EZ$ . et quoniam est  $B\Gamma : EZ = EZ : BH$ , et si tres rectae proportionales sunt, prima ad tertiam duplicatam rationem habet quam ad secundam [V def. 9], erit  $B\Gamma : BH = \Gamma B^2 : EZ^2$ . sed  $\Gamma B : BH = AB\Gamma : ABH$  [prop. I]. itaque etiam

14.  $AB$ ]  $B$  eras. F.  $\tau\eta\nu \triangle E$  V.  $\tau\eta\nu BH$  V. 15.  $\acute{\alpha}\rho\alpha$ ] supra m. 1 p. 17.  $\tau\epsilon\iota\gamma\acute{\omega}\nu\omega\nu$ ] om. Theon (BFVp). 19.  $\triangle EZ$ ]  $Z$  paene eras. V. 22.  $\delta\iota\pi\lambda\alpha\sigma\iota\omicron\nu\alpha\omicron\nu\alpha$  P, sed corr. m. rec. 23.  $\acute{\epsilon}\chi\eta$  P.  $B\Gamma$ ]  $\Gamma B$  seq. ras. 1 litt. P. 24.  $BH$ ] seq. ras. 1 litt. P. 25.  $\Gamma B$ ] (prius)  $B\Gamma$  V.

καὶ τὸ  $ABΓ$  ἄρα τρίγωνον πρὸς τὸ  $ABH$  διπλασίονα λόγον ἔχει ἢ περ ἢ  $BΓ$  πρὸς τὴν  $EZ$ . ἴσον δὲ τὸ  $ABH$  τρίγωνον τῷ  $ΔEZ$  τριγώνῳ· καὶ τὸ  $ABΓ$  ἄρα τρίγωνον πρὸς τὸ  $ΔEZ$  τρίγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἢ περ ἢ  $BΓ$  πρὸς τὴν  $EZ$ .

Τὰ ἄρα ὅμοια τρίγωνα πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν [ὅπερ ἔδει δεῖξαι].

### Πόρισμα.

Ἐκ δὲ τούτου φανερόν, ὅτι, ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι  
 10 ἀνάλογον ᾧσιν, ἐστὶν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην,  
 οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς  
 δευτέρας τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον [ἐπεὶ περ  
 εἰδείχθη, ὡς ἡ  $ΓB$  πρὸς  $BH$ , οὕτως τὸ  $ABΓ$  τρίγωνον  
 πρὸς τὸ  $ABH$  τρίγωνον, τουτέστι τὸ  $ΔEZ$ ]. ὅπερ  
 15 ἔδει δεῖξαι.

κ'.

Τὰ ὅμοια πολύγωνα εἰς τε ὅμοια τρίγωνα  
 διαιρεῖται καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος καὶ ὁμόλογα  
 τοῖς ὅλοις, καὶ τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύ-  
 20 γωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἢ περ ἢ ὁμόλογος  
 πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Ἐστω ὅμοια πολύγωνα τὰ  $ABΓΔΕ$ ,  $ZHΘΚΑ$ ,  
 ὁμόλογος δὲ ἔστω ἡ  $AB$  τῇ  $ZH$ · λέγω, ὅτι τὰ  $ABΓΔΕ$ ,

XX coroll. Eutocius in Archim. III p. 52, 28.

1. ἄρα] om. P.  $ABH$ ] B supra m. 2 in ras. V. 7.  
 ἐστὶν BF. 9. ἐάν] ἐ- in ras. m. 2 V. 10. ἐστὶν] om. B p.  
 11. εἶδος] P; τρίγωνον Theon (BFVp), comp. supra P m.  
 rec. 13. τὴν BH V. 14. τό] om. V. τουτέστιν P. τό]  
 supra m. 2 F. 15. δεῖξαι] ποιῆσαι V. 19. ὅλοις] post ὁ-  
 1 litt. eras. p. 20. ἡ] om. B. 22.  $ABΓΔΕ$ ]  $ABΓΔEZ$   
 P, sed. corr.



$AB\Gamma:ABH=B\Gamma^2:EZ^2$ . erat autem  $ABH=\triangle EZ$ .  
quare etiam  $AB\Gamma:\triangle EZ=B\Gamma^2:EZ^2$ .

Ergo similes trianguli inter se duplicatam rationem habent quam latera correspondentia.

### Corollarium.

Hinc manifestum est, si tres rectae proportionales sint, esse ut prima ad tertiam, ita figuram in prima descriptam ad figuram in secunda similem et similiter descriptam.<sup>1)</sup> — quod erat demonstrandum.

## XX.

Similia polygona in triangulos et similes et aequales numero et totis correspondentes diuiduntur, et polygonum ad polygonum duplicatam rationem habet quam latus correspondens ad latus correspondens.

Sint similia polygona  $AB\Gamma\triangle E$ ,  $ZH\Theta K\Lambda$ , et  $AB$  lateri  $ZH$  respondeat. dico, polygona  $AB\Gamma\triangle E$ ,

1) Hoc ex proportionem  $AB\Gamma:\triangle EZ=B\Gamma:BH$  concludi uoluit Euclides, paullo audacius sane; nam huic corollario post prop. 20 demum locus erat. sed *τρίγωνον* lin. 11 sine dubio Theoni soli debetur; nam *εἶδος* tuentur P et Campanus et aliquatenus saltem Philoponus et Psellus (hic corollarium suo numero citat) *τετράγωνον* praebentes, quod cum scriptura *εἶδος* conciliari potest, cum *τρίγωνον* non potest. et prop. 20 coroll. 2 in P in mg. additum et a Campano omissum a Theone interpolatum merito uideri potest, id quod et ipsum sententiam meam de huius corollarii forma confirmat. tum Pappus VIII p. 1100, 15 nostrum locum respicere putandus est, et sane scriptura eius loci tam incerta est, ut inde de numero, quem indicat, corollarii nihil adfirmari possit. itaque puto, Euclidem ipsum *εἶδος* scripsisse et Theonem, quo corollarium facilius pateret, nostrum locum mutasse et prop. 20 coroll. 2 addidisse. sed uerba *ἐπεὶ* lin. 12 —  $\triangle EZ$  lin. 14 interpolata esse putauerim, neque Campanus ea habuit; sed Theone antiquiora sunt.

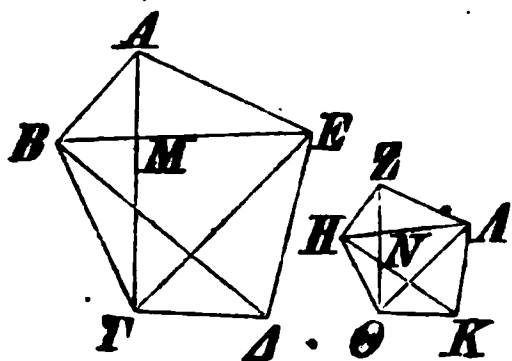
$ZH\Theta K\Lambda$  πολύγωνα εἰς τε ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις, καὶ τὸ  $AB\Gamma\Delta E$  πολύγωνον πρὸς τὸ  $ZH\Theta K\Lambda$  πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ  $AB$  πρὸς τὴν  $ZH$ .

5 Ἐπεξεύχθωσαν αἱ  $BE, EG, HA, \Lambda\Theta$ .

Καὶ ἐπεὶ ὁμοιόν ἐστι τὸ  $AB\Gamma\Delta E$  πολύγωνον τῷ  $ZH\Theta K\Lambda$  πολυγώνῳ, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $BAE$  γωνία τῇ ὑπὸ  $HZA$ . καὶ ἐστὶν ὡς ἡ  $BA$  πρὸς  $AE$ , οὕτως ἡ  $HZ$  πρὸς  $ZA$ . ἐπεὶ οὖν δύο τρίγωνά ἐστι  
 10 τὰ  $ABE, ZHA$  μίαν γωνίαν μιᾶ γωνίᾳ ἴσην ἔχοντα, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ  $ABE$  τρίγωνον τῷ  $ZHA$  τριγώνῳ· ὥστε καὶ ὁμοιον· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $ABE$  γωνία τῇ ὑπὸ  $ZHA$ . ἐστὶ δὲ καὶ ὅλη ἡ ὑπὸ  $AB\Gamma$   
 15 ὅλη τῇ ὑπὸ  $ZH\Theta$  ἴση διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν πολυγώνων· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ  $EB\Gamma$  γωνία τῇ ὑπὸ  $\Lambda H\Theta$  ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν  $ABE, ZHA$  τριγώνων ἐστὶν ὡς ἡ  $EB$  πρὸς  $BA$ , οὕτως ἡ  $\Lambda H$  πρὸς  $HZ$ , ἀλλὰ μὴν καὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα  
 20 τῶν πολυγώνων ἐστὶν ὡς ἡ  $AB$  πρὸς  $B\Gamma$ , οὕτως ἡ  $ZH$  πρὸς  $H\Theta$ , δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ  $EB$  πρὸς  $B\Gamma$ , οὕτως ἡ  $\Lambda H$  πρὸς  $H\Theta$ , καὶ περὶ τὰς ἴσας γωνίας τὰς ὑπὸ  $EB\Gamma, \Lambda H\Theta$  αἱ πλευραὶ ἀνάλογόν εἰσιν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ  $EB\Gamma$  τρίγωνον τῷ  $\Lambda H\Theta$   
 25 τριγώνῳ· ὥστε καὶ ὁμοιόν ἐστι τὸ  $EB\Gamma$  τρίγωνον τῷ  $\Lambda H\Theta$  τριγώνῳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ  $EG\Delta$  τρίγωνον ὁμοιόν ἐστι τῷ  $\Lambda\Theta K$  τριγώνῳ. τὰ ἄρα

5.  $\Lambda\Theta$ ] mutat. in  $AB$  F. 7. ἐστὶ seq. ras. 8 litt. F.

8.  $HZA$ ]  $ZHA$  F. τὴν  $AE$  V. 9.  $HZ$ ]  $ZH$  P. τὴν  $ZA$  V. 10. γωνία] γωνίαν V φ. 11. δέ] om. F. 13. ἴση] corr. ex ἴσον m. rec. P. 15.  $ZH\Theta$ ]  $H$  uidetur corr. V.



$ZH\Theta K\Lambda$  in triangulos et similes et aequales numero et totis correspondentes diuidi, et esse  $AB\Gamma\Delta E : ZH\Theta K\Lambda = AB^2 : ZH^2$ .

ducantur  $BE, E\Gamma, H\Lambda, A\Theta$ .

et quoniam  $AB\Gamma\Delta E \sim ZH\Theta K\Lambda$ , erit  $\angle BAE = HZA$  [def. 1]. et  $BA : AE = HZ : ZA$  [id.]. iam quoniam duo trianguli sunt  $ABE, ZHA$  unum angulum uni angulo aequalem habentes et latera aequales angulos comprehendunt proportionalia, erit  $\triangle ABE$  triangulo  $ZHA$  aequiangulus [prop. VI]. quare etiam similes sunt [prop. IV; def. 1]. itaque  $\angle ABE = ZHA$ . uerum etiam  $\angle AB\Gamma = ZH\Theta$  propter similitudinem polygonorum. itaque  $\angle EB\Gamma = AH\Theta$ . et quoniam propter similitudinem triangulorum  $ABE, ZHA$  est  $EB : BA = AH : HZ$ , et praeterea propter similitudinem polygonorum  $AB : B\Gamma = ZH : H\Theta$ , ex aequo erit  $EB : B\Gamma = AH : H\Theta$  [V, 22], et latera aequales angulos  $EB\Gamma, AH\Theta$  comprehendunt proportionalia sunt; itaque  $\triangle EB\Gamma$  triangulo  $AH\Theta$  aequiangulus est [prop. VI]. quare  $\triangle EB\Gamma \sim AH\Theta$  [prop. IV; def. 1]. eadem de causa etiam  $\triangle E\Gamma\Delta \sim A\Theta K$ . itaque similia polygona

16.  $\tau\eta$ ] P, F m. 1; λοιπῇ  $\tau\eta$  BVp, F m. 2. 17.  $\text{ιση}$   
 $\text{ἐστίν}$  F. 18.  $\tau\etaν$  BA V. 19.  $AH$ ]  $AB\varphi$ .  $\tau\etaν$  HZ V.  
 20.  $\tau\etaν$  BΓ V. 21.  $ZH$ ]  $HZ$  P.  $\tau\etaν$  HΘ V.  $H\Theta$ , δι'  
 $\text{ἴσων}$ ]  $\varphi$ ; uidetur fuisse alia scriptura a m. 1.  $EB$ ] B e  
 corr. F. 22.  $\tau\etaν$  BΓ V.  $\tau\etaν$  HΘ V. 23.  $\text{ἐστίν}$ ] om. V.  
 24.  $AH\Theta$ ]  $A\Theta H$  P. 25.  $\text{ἐστίν}$ ] om. BVp.  $\tauὸ EB\Gamma$  — 26:  
 $\text{τριγώνω}$ ] mg. m. 2 V; F haec uerba ut cett. codd. in textu  
 habet, sed dein in mg. m. 1: ὥστε καὶ ὅμοιον τὸ EBΓ τῷ  
 $AH\Theta$  τριγώνω. 27.  $A\Theta K$ ]  $A\Theta H\varphi$ ; corr. ex  $AK\Theta$  m. 1 p.

ὅμοια πολύγωνα τὰ  $ABΓΔΕ$ ,  $ZHΘΚΛ$  εἰς τε ὅμοια τρίγωνα διήρηται καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος.

Λέγω, ὅτι καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις, τουτέστιν ὥστε ἀνάλογον εἶναι τὰ τρίγωνα, καὶ ἡγούμενα μὲν εἶναι τὰ  $ABE$ ,  $EBΓ$ ,  $EΓΔ$ , ἐπόμενα δὲ αὐτῶν τὰ  $ZHΛ$ ,  $ΛΗΘ$ ,  $ΛΘΚ$ , καὶ ὅτι τὸ  $ABΓΔΕ$  πολύγωνον πρὸς τὸ  $ZHΘΚΛ$  πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν, τουτέστιν ἡ  $AB$  πρὸς τὴν  $ZH$ .

- 10 Ἐπεξεύχθωσαν γὰρ αἱ  $ΑΓ$ ,  $ZΘ$ . καὶ ἐπεὶ διὰ τὴν ομοιότητα τῶν πολυγώνων ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $ABΓ$  γωνία τῇ ὑπὸ  $ZHΘ$ , καὶ ἐστὶν ὥς ἡ  $AB$  πρὸς  $BΓ$ , οὕτως ἡ  $ZH$  πρὸς  $HΘ$ , ἰσογώνιον ἐστὶ τὸ  $ABΓ$  τρίγωνον τῷ  $ZHΘ$  τριγώνῳ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ  $BΑΓ$  γωνία τῇ ὑπὸ  $HZΘ$ , ἡ δὲ ὑπὸ  $BΓΑ$  τῇ ὑπὸ  $HΘZ$ . καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ  $BAM$  γωνία τῇ ὑπὸ  $HZN$ , ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ  $ABM$  τῇ ὑπὸ  $ZHN$  ἴση, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ  $AMB$  λοιπῇ τῇ ὑπὸ  $ZNH$  ἴση ἐστίν· ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ  $ABM$  τρίγωνον τῷ  $ZHN$  τριγώνῳ. ὁμοίως δὲ 15 δείξομεν, ὅτι καὶ τὸ  $BMΓ$  τρίγωνον ἰσογώνιον ἐστὶ τῷ  $HNΘ$  τριγώνῳ. ἀνάλογον ἄρα ἐστίν, ὥς μὲν ἡ  $AM$  πρὸς  $MB$ , οὕτως ἡ  $ZN$  πρὸς  $NH$ , ὥς δὲ ἡ  $BM$  πρὸς  $ΜΓ$ , οὕτως ἡ  $HN$  πρὸς  $NΘ$ . ὥστε καὶ δι' ἴσου, ὥς ἡ  $AM$  πρὸς  $ΜΓ$ , οὕτως ἡ  $ZN$  πρὸς

2. διαιρεῖται φ. εἰς] om. BV. 5.  $ABE$ ]  $E$  in ras. P. αὐτῶν] sic φ, sed αὐτοῖς F. 6.  $ΛΘΚ$ ]  $ΘΚΛ$  F. ὅτι] -ι in ras. P. 7. πολύγωνον] -νον sustulit lacuna pergam., supra scr. τῷ m. 2 F. 12. τὴν  $BΓ$  BFVp. 13. τὴν  $HΘ$  V. ἐστὶ] ἄρα ἐστὶ F. 14. ἴση] -η in ras. P.  $BΑΓ$ ]  $ABΓ$  F. 15.  $HZΘ$ ]  $H$  corr. ex  $Z$  p;  $ZHΘ$  F.  $HΘZ$ ]  $ΘHZ$  F. 16.  $BAM$ ] PVp, B m. 1; " $A'BM$  F;  $ABM$  B m. rec.  $HZN$ ]  $ZHN$  in ras. m. 2 B. ἐστὶ] P; ἐδείχθη Theon (BFVp).

$AB\Gamma\Delta E$ ,  $ZH\Theta K\Lambda$  in triangulos et similes et aequales numero diuisa sunt.

dico, eos etiam totis correspondere, h. e. ita ut trianguli proportionales sint et praecedentes  $ABE$ ,  $EB\Gamma$ ,  $E\Gamma\Delta$  et eorum termini sequentes<sup>1)</sup>  $ZH\Lambda$ ,  $\Lambda H\Theta$ ,  $\Lambda\Theta K$ , et praeterea polygona rationem duplicatam habere quam latera correspondentia, h. e. esse

$$AB\Gamma\Delta E : ZH\Theta K\Lambda = AB^2 : ZH^2.$$

ducantur enim  $A\Gamma$ ,  $Z\Theta$ . et quoniam propter similitudinem polygonorum est  $\angle AB\Gamma = ZH\Theta$ , et  $AB : B\Gamma = ZH : H\Theta$ , erit  $\triangle AB\Gamma$  aequiangulus triangulo  $ZH\Theta$  [prop. VI]. itaque  $\angle B\Lambda\Gamma = HZ\Theta$  et  $\angle B\Gamma\Lambda = H\Theta Z$ . et quoniam  $\angle BAM = HZN$  et  $\angle ABM = ZHN$  [p. 132, 13], erit etiam  $\angle AMB = ZNH$  [I, 32]; quare  $\triangle ABM$  aequiangulus est triangulo  $ZHN$ . similiter demonstrabimus, etiam  $\triangle BM\Gamma$  aequiangulum esse triangulo  $HN\Theta$ . itaque  $AM : MB = ZN : NH$ ,  $BM : M\Gamma = HN : N\Theta$  [prop. IV]. quare etiam ex aequo  $AM : M\Gamma = ZN : N\Theta$  [V, 22].

---

1) In  $\alpha\upsilon\tau\omega\nu$  lin. 5 nonnihil offensionis est; sed cum  $\acute{\epsilon}\pi\acute{o}\mu\epsilon\nu\alpha$  idem sit ac  $\acute{o}\rho\alpha\iota$   $\acute{\epsilon}\pi\acute{o}\mu\epsilon\nu\alpha\iota$ , genetius ferri potest. et additum uidetur uocabulum, ut significetur,  $ZH\Lambda$  esse terminum sequentem trianguli  $ABE$ ,  $\Lambda H\Theta$  autem trianguli  $EB\Gamma$ ,  $\Lambda\Theta K$  autem trianguli  $E\Gamma\Delta$ . ceterum commemorandum est, tum demum adparere, triangulos totis (h. e. polygonis  $AB\Gamma\Delta E$ ,  $ZH\Theta K\Lambda$ ) correspondere, cum demonstratum erit, esse  $AB\Gamma\Delta E : ZH\Theta K\Lambda = AB^2 : ZH^2$ , h. e.  $= ABE : ZH\Lambda = EB\Gamma : \Lambda H\Theta = E\Gamma\Delta : \Lambda\Theta K$ .

---

17.  $ABM$ ] mutat. in  $BAM$  m. 2 B.  $ZHN$ ] mutat. in  $HZN$  m. 2 B.  $AMB$ ]  $\dot{A}\ddot{B}\dot{M}$  punctis supra  $A$  et  $M$  deletis F.

20.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$  F. 21.  $\acute{\eta}$   $\mu\acute{\epsilon}\nu$  p. 22.  $AM$ ]  $M$  corr. ex  $B$  m. 2 V.  $\tau\acute{\eta}\nu$   $MB$  V.  $NH$ ]  $N$  in ras. m. 2 V. 23.  $\omicron\upsilon\tau\omega\varsigma$  καί p.

$N\Theta$ . ἀλλ' ὥς ἡ  $AM$  πρὸς  $MG$ , οὕτως τὸ  $ABM$   
 [τρίγωνον] πρὸς τὸ  $MBΓ$ , καὶ τὸ  $AME$  πρὸς τὸ  
 $EMΓ$ . πρὸς ἄλληλα γάρ εἰσιν ὥς αἱ βάσεις. καὶ ὥς  
 ἄρα ἐν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἐν τῶν ἐπόμενων, οὕτως  
 5 ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἐπόμενα· ὥς  
 ἄρα τὸ  $AMB$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $BMΓ$ , οὕτως τὸ  
 $ABE$  πρὸς τὸ  $ΓBE$ . ἀλλ' ὥς τὸ  $AMB$  πρὸς τὸ  
 $BMΓ$ , οὕτως ἡ  $AM$  πρὸς  $MG$ . καὶ ὥς ἄρα ἡ  $AM$  πρὸς  
 $MG$ , οὕτως τὸ  $ABE$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $EBΓ$  τρίγωνον.  
 10 διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὥς ἡ  $ZN$  πρὸς  $N\Theta$ , οὕτως τὸ  $ZHΛ$   
 τρίγωνον πρὸς τὸ  $HΛ\Theta$  τρίγωνον. καὶ ἐστὶν ὥς ἡ  $AM$   
 πρὸς  $MG$ , οὕτως ἡ  $ZN$  πρὸς  $N\Theta$ . καὶ ὥς ἄρα τὸ  $ABE$   
 τρίγωνον πρὸς τὸ  $BEΓ$  τρίγωνον, οὕτως τὸ  $ZHΛ$   
 τρίγωνον πρὸς τὸ  $HΛ\Theta$  τρίγωνον, καὶ ἐναλλάξ ὥς  
 15 τὸ  $ABE$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $ZHΛ$  τρίγωνον, οὕτως  
 τὸ  $BEΓ$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $HΛ\Theta$  τρίγωνον. ὁμοίως  
 δὴ δείξομεν ἐπιξευχθεῖσιν τῶν  $BΔ$ ,  $HK$ , ὅτι καὶ  
 ὥς τὸ  $BEΓ$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $ΛH\Theta$  τρίγωνον,  
 οὕτως τὸ  $ΕΓΔ$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $Λ\Theta K$  τρίγωνον.  
 20 καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὥς τὸ  $ABE$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $ZHΛ$   
 τρίγωνον, οὕτως τὸ  $EBΓ$  πρὸς τὸ  $ΛH\Theta$ , καὶ ἔτι τὸ  
 $ΕΓΔ$  πρὸς τὸ  $Λ\Theta K$ , καὶ ὥς ἄρα ἐν τῶν ἡγουμένων  
 πρὸς ἐν τῶν ἐπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα  
 πρὸς ἅπαντα τὰ ἐπόμενα· ἐστὶν ἄρα ὥς τὸ  $ABE$   
 25 τρίγωνον πρὸς τὸ  $ZHΛ$  τρίγωνον, οὕτως τὸ  $ABΓΔE$   
 πολύγωνον πρὸς τὸ  $ZH\Theta KΛ$  πολύγωνον. ἀλλὰ τὸ  
 $ABE$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $ZHΛ$  τρίγωνον διπλασίονα  
 λόγον ἔχει ἢ περ ἡ  $AB$  ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν  
 $ZH$  ὁμόλογον πλευράν· τὰ γὰρ ὅμοια τρίγωνα ἐν

1. ὥς μὲν P. οὕτως καὶ p. 2. τρίγωνον] om. P.  
 πρὸς τὸ  $MBΓ$ , καὶ τὸ  $AME$ ] mg. m. 1 om. priore τό P.

sed [prop. I]  $AM : M\Gamma = ABM : MB\Gamma = AME : EM\Gamma$ ; nam eandem inter se rationem habent quam bases. itaque etiam ut unus terminorum praecedentium ad unum sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes [V, 12]. itaque  $AMB : BM\Gamma = ABE : \Gamma BE$ . sed  $AMB : BM\Gamma = AM : M\Gamma$ . quare etiam  $AM : M\Gamma = ABE : EB\Gamma$ . eadem de causa erit etiam  $ZN : N\Theta = ZH\Lambda : H\Lambda\Theta$ . et  $AM : M\Gamma = ZN : N\Theta$ . quare etiam  $ABE : BE\Gamma = ZH\Lambda : H\Lambda\Theta$ , et permutando [V, 16]  $ABE : ZH\Lambda = BE\Gamma : H\Lambda\Theta$ . similiter demonstrabimus ductis  $B\Delta$ ,  $HK$ , esse  $BE\Gamma : \Lambda H\Theta = E\Gamma\Delta : \Lambda\Theta K$ . et quoniam est  $ABE : ZH\Lambda = EB\Gamma : \Lambda H\Theta = E\Gamma\Delta : \Lambda\Theta K$ , erit etiam, ut unus terminorum praecedentium ad unum sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes [V, 12]. itaque  $ABE : ZH\Lambda = AB\Gamma\Delta E : ZH\Theta K\Lambda$ . sed  $ABE : ZH\Lambda = AB^2 : ZH^2$ ; nam similes trianguli duplicatam inter

$\tau\acute{o}$ ] om. P. 4.  $\acute{\alpha}\rho\alpha$ ] om. V. 8.  $\tau\eta\nu M\Gamma$  V. 9.  $\tau\eta\nu M\Gamma$  V. 10.  $N\Theta$ ]  $N$  in ras. B;  $H\Theta \varphi$  (non F);  $\tau\eta\nu N\Theta$  V. 11.  $\tau\acute{o}$ ] om. P. 12.  $\tau\eta\nu M\Gamma$  BFVp.  $\tau\eta\nu N\Theta$  FV. 14.  $H\Lambda\Theta$ ] corr. ex  $H\Theta\Lambda$  m. 2 V. 16.  $BE\Gamma$ ]  $EB\Gamma$  V.  $H\Lambda\Theta$ ] mutat. in  $\Lambda H\Theta$  m. 2 V. 18.  $BE\Gamma$ ] P, V m. 1;  $EB\Gamma$  BFp, V m. 2. 19.  $E\Gamma\Delta$   $\tau\rho\acute{\iota}\gamma\omega\nu\nu$ ] P;  $E\Gamma\Delta$  Theon? (BFVp). 20.  $\kappa\alpha\iota \acute{\epsilon}\pi\epsilon\acute{\iota} \acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu \acute{\omega}\varsigma$ ] mg. m. rec. P. 25.  $ZH\Lambda$ ]  $H''Z\Lambda$  F. Post  $\omicron\upsilon\tau\omega\varsigma$  eras.  $\pi\rho\acute{o}\varsigma$  V. 29.  $\gamma\acute{\alpha}\rho$ ]  $\acute{\alpha}\rho\alpha \varphi$ .

διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν. καὶ τὸ  $ABΓΔΕ$  ἄρα πολύγωνον πρὸς τὸ  $ZHΘΚΛ$  πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ  $AB$  ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν  $ZH$  ὁμόλογον πλευράν.

5 Τὰ ἄρα ὅμοια πολύγωνα εἰς τε ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις, καὶ τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν [ὅπερ ἔδει δεῖξαι].

10 Πόρισμα.

Ὡσαύτως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν [ὁμοίων] τετραπλεύρων δειχθήσεται, ὅτι ἐν διπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν. ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ τῶν τριγώνων· ὥστε καὶ καθόλου τὰ ὅμοια εὐθύγραμμα σχήματα  
15 πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

[Πόρισμα β'.

Καὶ ἐὰν τῶν  $AB, ZH$  τρίτην ἀνάλογον λάβωμεν τὴν  $\Xi$ , ἡ  $BA$  πρὸς τὴν  $\Xi$  διπλασίονα λόγον  
20 ἔχει ἥπερ ἡ  $AB$  πρὸς τὴν  $ZH$ . ἔχει δὲ καὶ τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον ἢ τὸ τετράπλευρον πρὸς τὸ τετράπλευρον διπλασίονα λόγον ἥπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν, τουτέστιν ἡ  $AB$  πρὸς τὴν  $ZH$ . ἐδείχθη δὲ τοῦτο καὶ ἐπὶ τῶν  
25 τριγώνων· ὥστε καὶ καθόλου φανερόν, ὅτι, ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ᾗσιν, ἔσται ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον.]

1. ἐστίν F. 2. πολύγωνον] (alt.) πολύγονον p. 7. πολύγωνον] (alt.) πολυγώνιον φ. 10. πόρισμα] om. PBV; κα' Fp. 11.



se rationem habent quam latera correspondentia [prop. XIX]. quare etiam


$$AB\Gamma\Delta E : ZH\Theta K\Lambda = AB^2 : ZH^2.$$

Ergo similia polygona in triangulos et similes et aequales numero et totis correspondentes diuiduntur, et polygonum ad polygonum duplicatam rationem habet quam latus correspondens ad latus correspondens.

### Corollarium.

Et similiter etiam in quadrilateris demonstrabitur, ea duplicatam rationem habere quam latera correspondentia; et idem in triangulis demonstratum est. quare omnino similes figurae rectilineae inter se duplicatam rationem habent quam latera correspondentia. — quod erat demonstrandum.

ὁσαύτως] ὁ- m. 2 V. ὁμοίων] supra m. rec. P. 12. εἰσίν F, ἐστὶ Bp. 15. εἰσὶ] PV, F m. 2, p; εἰσιν B; ἐστι F m. 1.

16. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] P; om. Theon (BFVp). Totum corollarium om. Campanus. 17. πόρισμα β'] om. codd., seq. cum coroll. priore coniunctis. lin. 18—28 in mg. inferiore m. 1 P pro scholio, signo  huc relatum. 18. ZH] H in ras. F.

19. τὴν Ε] seq. ras. 1 litt. V; corr. ex τῇ ΝΞ F. ἡ ΒΑ] e corr. F. Ε] post ras. F, ante ras. V (1 litt.). 20. ΑΒ] ΒΑ P. . 21. ἡ] corr. ex καὶ m. 2 V; om. Bp. 23. πλεονά] P, om. BFVp. 25. πόρισμα mg. BVp. καὶ φανερόν p.

27. εἶδος] sequente ras. 1 litt. φ (vestigia sunt syllabae -ον F). πρὸς] supra V. 28. Sequitur alia demonstratio secundae partis propositionis, quae u. in appendice.

κα'.

Τὰ τῷ αὐτῷ εὐθύγραμμῳ ὅμοια καὶ ἀλλή-  
λοις ἐστὶν ὅμοια.

Ἐστω γὰρ ἐκάτερον τῶν  $A, B$  εὐθύγραμμων τῷ  
5  $\Gamma$  ὅμοιον· λέγω, ὅτι καὶ τὸ  $A$  τῷ  $B$  ἐστὶν ὅμοιον.

Ἐπεὶ γὰρ ὅμοιόν ἐστι τὸ  $A$  τῷ  $\Gamma$ , ἰσογώνιον  
τέ ἐστὶν αὐτῷ καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευ-  
ρὰς ἀνάλογον ἔχει. πάλιν, ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ  $B$   
τῷ  $\Gamma$ , ἰσογώνιον τέ ἐστὶν αὐτῷ καὶ τὰς περὶ τὰς  
10 ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει. ἐκάτερον ἄρα  
τῶν  $A, B$  τῷ  $\Gamma$  ἰσογώνιον τέ ἐστὶ καὶ τὰς περὶ τὰς  
ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει [ὥστε καὶ τὸ  $A$   
τῷ  $B$  ἰσογώνιον τέ ἐστὶ καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γω-  
νίας πλευρὰς ἀνάλογον ἔχει]. ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ  $A$   
15 τῷ  $B$ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ'.

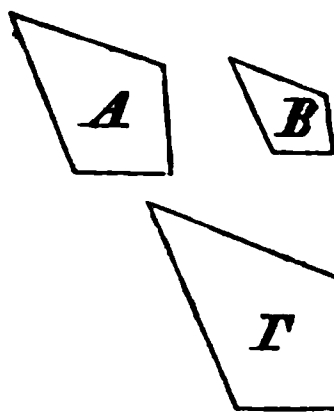
Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ᾧσιν, καὶ  
τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὁμοιά τε καὶ ὁμοίως  
ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ἔσται· καὶ τὰ ἀπ'  
20 αὐτῶν εὐθύγραμμα ὁμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀνα-  
γεγραμμένα ἀνάλογον ἦ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι  
ἀνάλογον ἔσονται.

Ἐστῶσαν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον αἱ  $AB, \Gamma\Delta,$

1. κα'] m. 2 V; κγ' Fp. 4. τῷ  $\Gamma$ ] τὸ  $\Gamma$  BF, p, sed  
corr. m. 1. 6. ἐστὶν ὅμοιον V. 7. γωνίας] supra F. 8.  
πάλιν ἐπεὶ] in ras. m. 2 F. ἐστὶν φ. 9. ἐστὶν αὐτῷ] ἐστὶ F.  
11. τε] om. V. 12. ἴσας] supra m. 1 V. ὥστε καὶ τὸ  
 $A$ —14: ἀνάλογον ἔχει] Theon? (BFVp); om. P. 14. τὸ  $A$   
τῷ  $B$ ] Pp, V m. 1; τὸ  $B$  τῷ  $A$  B; τῷ  $B$  τὸ  $A$  V m. 2; τὸ  $A$   
τὸ  $A$  τῷ  $B$  F m. 1; τὸ  $B$  τῷ  $A$  τῷ  $B$  F m. 2, del. τῷ  $B$ .  
Deinde propositionem repetit Augustus, ut fieri solet. 16.

XXI.<sup>1)</sup>

Quae eidem figurae rectilineae similes sunt figurae, etiam inter se similes sunt.



Sit enim utraque figura rectilinea  $A$ ,  $B$  figurae  $\Gamma$  similis. dico, etiam figuras  $A$ ,  $B$  similes esse.

nam quoniam  $A$  figurae  $\Gamma$  similis est, et aequiangulara est ei, et latera aequales angulos comprehendunt proportionalia habent [def. 1]. rursus quoniam  $B$  figurae  $\Gamma$  similis est, et aequiangulara est ei, et latera aequales angulos comprehendunt proportionalia habent [def. 1]. itaque utraque figura  $A$ ,  $B$  et aequiangulara est figurae  $\Gamma$ , et latera aequales angulos comprehendunt proportionalia habent. quare  $A \sim B$  [def. 1]; quod erat demonstrandum.

## XXII.

Si quattuor rectae proportionales sunt, etiam figurae rectilineae in iis similes et similiter descriptae proportionales erunt; et si figurae rectilineae in iis similes et similiter descriptae proportionales sunt, etiam ipsae rectae proportionales erunt.

Sint quattuor rectae proportionales  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ ,  $EZ$ ,

1) Nam coroll. 2 p. 138, 17—28 Theoni uidetur deberi; u. p. 131 not. 1; om. Campanus (sed is quidem etiam coroll. 1 omisit), et in B adscribitur mg. m. rec. *ἐν ἄλλῳ οὐ γράφεται τοῦτο.*

$\kappa\beta'$ ]  $\kappa\delta'$  p et F, sed corr. m. rec. eras.;  $\acute{\omega}\sigma\iota$  F V p.

23.  $\epsilon\upsilon\theta\epsilon\iota\alpha$  F.

17.  $\acute{\omega}\sigma\iota\nu$ ] P et B, sed  $\nu$

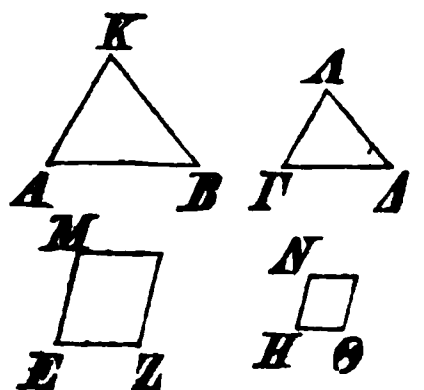
$EZ, H\Theta$ , ὡς ἡ  $AB$  πρὸς τὴν  $\Gamma\Delta$ , οὕτως ἡ  $EZ$   
 πρὸς τὴν  $H\Theta$ , καὶ ἀναγεγράφθωσαν ἀπὸ μὲν τῶν  
 $AB, \Gamma\Delta$  ὁμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα  
 τὰ  $KAB, \Lambda\Gamma\Delta$ , ἀπὸ δὲ τῶν  $EZ, H\Theta$  ὁμοιά τε καὶ  
 5 ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα τὰ  $MZ, N\Theta$ . λέγω, ὅτι  
 ἐστὶν ὡς τὸ  $KAB$  πρὸς τὸ  $\Lambda\Gamma\Delta$ , οὕτως τὸ  $MZ$   
 πρὸς τὸ  $N\Theta$ .

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν  $AB, \Gamma\Delta$  τρίτη ἀνάλογον  
 ἡ  $\Xi$ , τῶν δὲ  $EZ, H\Theta$  τρίτη ἀνάλογον ἡ  $O$ . καὶ  
 10 ἐπεὶ ἐστὶν ὡς μὲν ἡ  $AB$  πρὸς τὴν  $\Gamma\Delta$ , οὕτως ἡ  
 $EZ$  πρὸς τὴν  $H\Theta$ , ὡς δὲ ἡ  $\Gamma\Delta$  πρὸς τὴν  $\Xi$ , οὕτως  
 ἡ  $H\Theta$  πρὸς τὴν  $O$ , δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ  $AB$   
 πρὸς τὴν  $\Xi$ , οὕτως ἡ  $EZ$  πρὸς τὴν  $O$ . ἀλλ' ὡς μὲν  
 ἡ  $AB$  πρὸς τὴν  $\Xi$ , οὕτως [καὶ] τὸ  $KAB$  πρὸς τὸ  $\Lambda\Gamma\Delta$ ,  
 15 ὡς δὲ ἡ  $EZ$  πρὸς τὴν  $O$ , οὕτως τὸ  $MZ$  πρὸς τὸ  
 $N\Theta$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ  $KAB$  πρὸς τὸ  $\Lambda\Gamma\Delta$ , οὕτως τὸ  
 $MZ$  πρὸς τὸ  $N\Theta$ .

Ἀλλὰ δὴ ἔστω ὡς τὸ  $KAB$  πρὸς τὸ  $\Lambda\Gamma\Delta$ , οὕ-  
 τως τὸ  $MZ$  πρὸς τὸ  $N\Theta$ . λέγω, ὅτι ἐστὶ καὶ ὡς ἡ  
 20  $AB$  πρὸς τὴν  $\Gamma\Delta$ , οὕτως ἡ  $EZ$  πρὸς τὴν  $H\Theta$ . εἰ  
 γὰρ μή ἐστὶν, ὡς ἡ  $AB$  πρὸς τὴν  $\Gamma\Delta$ , οὕτως ἡ  
 $EZ$  πρὸς τὴν  $H\Theta$ , ἔστω ὡς ἡ  $AB$  πρὸς τὴν  $\Gamma\Delta$ ,  
 οὕτως ἡ  $EZ$  πρὸς τὴν  $\Pi P$ , καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ  
 τῆς  $\Pi P$  ὁποτέρῳ τῶν  $MZ, N\Theta$  ὁμοιόν τε καὶ ὁμοίως  
 25 κείμενον εὐθύγραμμον τὸ  $\Sigma P$ .

Ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ  $AB$  πρὸς τὴν  $\Gamma\Delta$ , οὕτως

1.  $AB$ ]  $B$  supra m. 1 P; postea insert. F.  $EZ$ ] in ras.  
 m. 2 V;  $ZE$  Fp. 2. ἀναγεγράφθωσαν p. 5.  $MZ$ ]  $Z$  e  
 corr. F. Post ὅτι ras. 2 litt. F. 6.  $\Lambda\Gamma\Delta$ ] litt.  $\Lambda\Gamma$  in ras. m.  
 2 V. 11.  $\Gamma\Delta$ ]  $\Delta$  eras. V. 13.  $EZ$ ] e corr. Vφ. 14. καί]  
 om. P.  $\Lambda\Gamma\Delta$ ] litt.  $\Lambda\Gamma$  in ras. m. 2 V,  $\Gamma\Lambda\Delta$  p. 16. καὶ ὡς  
 ἄρα — 17: τὸ  $N\Theta$ ] om. BVp. 18.  $\Lambda\Gamma\Delta$ ]  $\Gamma\Lambda\Delta$  φ. 18.



$H\Theta$ , ita ut sit  $AB:\Gamma\Delta = EZ:H\Theta$ , et in  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  similes et similiter positae figurae rectilineae describuntur  $KAB$ ,  $\Delta\Gamma\Delta$ , in  $EZ$ ,  $H\Theta$  autem similes et similiter positae figurae rectilineae  $MZ$ ,  $N\Theta$ . dico, esse  $KAB:\Delta\Gamma\Delta = MZ:N\Theta$ .

Sumatur enim rectarum  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  tertia proportionalis  $\Xi$ , rectarum autem  $EZ$ ,  $H\Theta$  tertia proportionalis  $O$  [prop. XI]. et quoniam est  $\Xi$  —  $AB:\Gamma\Delta = EZ:H\Theta$  et  $\Gamma\Delta:\Xi = H\Theta:O^1$ ), ex aequo erit [V, 22]  $AB:\Xi = EZ:O$ . sed  $\square$   $AB:\Xi = KAB:\Delta\Gamma\Delta$  [prop. XIX coroll.] et  $EZ:O = MZ:N\Theta$  [id.]. itaque etiam

$$KAB:\Delta\Gamma\Delta = MZ:N\Theta.$$

Uerum sit  $KAB:\Delta\Gamma\Delta = MZ:N\Theta$ . dico, esse etiam  $AB:\Gamma\Delta = EZ:H\Theta$ . nam si non est

$AB:\Gamma\Delta = EZ:H\Theta$ , sit  $AB:\Gamma\Delta = EZ:\Pi P$  [prop. XII], et in  $\Pi P$  utrique  $MZ$ ,  $N\Theta$  similis et similiter posita construatur figura rectilinea  $\Sigma P$  [prop. XVIII et XXI].

Iam quoniam est  $AB:\Gamma\Delta = EZ:\Pi P$ , et in  $AB$ ,

1) Nam ex hypothesi est  $AB:\Gamma\Delta = \Gamma\Delta:\Xi$  et  $EZ:H\Theta = H\Theta:O$ ; et  $AB:\Gamma\Delta = EZ:H\Theta$ .

$\Delta\Gamma\Delta$ ]  $\Gamma\Delta\Delta$  F. 19. τό] (prius) eras. F. ἐστίν PB; comp. p.

20. εἰ γὰρ μὴ ἐστίν, ὥς ἡ  $AB$  πρὸς τὴν  $\Gamma\Delta$ , οὕτως ἡ  $EZ$  πρὸς τὴν  $H\Theta$ ] mg. m. 1 P; om. Theon (BFVp). 22. ἔστω ὥς ἡ  $AB$  πρὸς τὴν  $\Gamma\Delta$ , οὕτως ἡ  $EZ$  πρὸς τὴν  $\Pi P$  καὶ ἀναγεγράφθω] P; γεγόνετω γὰρ ὥς κτλ. Theon (BFVp), P mg. m. rec. 23. ἀναγεγράφθω p. 24. ὁποτέρω φ (non F). 25. εὐθύγραμμον] om. BFp.

- ἡ  $EZ$  πρὸς τὴν  $ΠΡ$ , καὶ ἀναγέγραπται ἀπὸ μὲν  
 τῶν  $AB, ΓΔ$  ὁμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα τὰ  $KAB,$   
 $ΛΓΔ$ , ἀπὸ δὲ τῶν  $EZ, ΠΡ$  ὁμοιά τε καὶ ὁμοίως κεί-  
 μενα τὰ  $MZ, ΣΡ$ , ἔστιν ἄρα ὡς τὸ  $KAB$  πρὸς τὸ  
 5  $ΛΓΔ$ , οὕτως τὸ  $MZ$  πρὸς τὸ  $ΣΡ$ . ὑπόκειται δὲ καὶ  
 ὡς τὸ  $KAB$  πρὸς τὸ  $ΛΓΔ$ , οὕτως τὸ  $MZ$  πρὸς τὸ  
 $NΘ$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ  $MZ$  πρὸς τὸ  $ΣΡ$ , οὕτως τὸ  $MZ$   
 πρὸς τὸ  $NΘ$ . τὸ  $MZ$  ἄρα πρὸς ἑκάτερον τῶν  $NΘ,$   
 $ΣΡ$  τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ  $NΘ$  τῷ  
 10  $ΣΡ$ . ἔστι δὲ αὐτῷ καὶ ὁμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον·  
 ἴση ἄρα ἡ  $HΘ$  τῇ  $ΠΡ$ . καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ  $AB$   
 πρὸς τὴν  $ΓΔ$ , οὕτως ἡ  $EZ$  πρὸς τὴν  $ΠΡ$ , ἴση δὲ ἡ  
 $ΠΡ$  τῇ  $HΘ$ , ἔστιν ἄρα ὡς ἡ  $AB$  πρὸς τὴν  $ΓΔ$ , οὕ-  
 τως ἡ  $EZ$  πρὸς τὴν  $HΘ$ .
- 15 Ἐὰν ἄρα τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ᾤσιν, καὶ  
 τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὁμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀνα-  
 γεγραμμένα ἀνάλογον ἔσται· καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐ-  
 θύγραμμα ὁμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνά-  
 λογον ἦ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται·  
 20 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

## [Λήμμα.]

[Ὅτι δέ, ἐὰν εὐθύγραμμα ἴσα ἦ καὶ ὅμοια, αἱ  
 ὁμόλογοι αὐτῶν πλευραὶ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν, δείξομεν  
 οὕτως.]

- 25 Ἐστω ἴσα καὶ ὅμοια εὐθύγραμμα τὰ  $NΘ, ΣΡ$ ,  
 καὶ ἔστω ὡς ἡ  $ΘΗ$  πρὸς τὴν  $ΗΝ$ , οὕτως ἡ  $ΡΠ$  πρὸς  
 τὴν  $ΠΣ$ . λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ  $ΡΠ$  τῇ  $ΘΗ$ .

Εἰ γὰρ ἄνισοί εἰσιν, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν.

2.  $KAB, ΛΓΔ$ ]  $B, ΛΓ$  litt. in ras. m. 2 V. 3. Post  
 $ΠΡ$  duae litt. del. m. rec. P. 7.  $NΘ$ ] in ras. m. 1 P.  $ΣΡ$ ]

$\Gamma\Delta$  similes et similiter positae descriptae sunt  $KAB$ ,  $\Lambda\Gamma\Delta$ , in  $EZ$ ,  $\Pi P$  autem similes et similiter positae  $MZ$ ,  $\Sigma P$ , erit  $KAB : \Lambda\Gamma\Delta = MZ : \Sigma P$  [u. supra]. sed supposuimus, esse etiam  $KAB : \Lambda\Gamma\Delta = MZ : N\Theta$ . itaque  $MZ : \Sigma P = MZ : N\Theta$ . itaque  $MZ$  ad utramque  $N\Theta$ ,  $\Sigma P$  eandem rationem habet. quare  $N\Theta = \Sigma P$  [V, 9]. uerum etiam ei similis est et similiter posita. itaque  $H\Theta = \Pi P$ .<sup>1)</sup> et quoniam est  $AB : \Gamma\Delta = EZ : \Pi P$ , et  $\Pi P = H\Theta$ , erit  $AB : \Gamma\Delta = EZ : H\Theta$ .

Ergo si quattuor rectae proportionales sunt, etiam figurae rectilineae in iis similes et similiter descriptae proportionales erunt; et si figurae rectilineae in iis similes et similiter descriptae proportionales sunt, etiam ipsae rectae proportionales erunt; quod erat demonstrandum.

1) Nam cum  $N\Theta : \Sigma P = H\Theta^2 : \Pi P^2$  [prop. 20] et  $N\Theta = \Sigma P$ , erit  $\Pi P^2 = H\Theta^2$ ; h. e.  $\Pi P = H\Theta$ .

et hoc ipsum uia indirecta in lemmate ostenditur; sed cum a ratione Euclidis abhorreat, eius modi res postea demum demonstrare nec suo loco in demonstratione insertas, puto, lemma subditium esse (sed Theone antiquius est); om. Campanus, nec res propria demonstratione eget.

corr. ex  $EP P$ , in ras. V; supra hoc uocabulum et proxime sequentia in V ras. est.  $MZ$ ] in ras. V; Z insert. m. 1 F.

8.  $N\Theta$ ] in ras. V. 9. λόγον έχει p. ἐστίν P, comp. p.

10. αὐτό p. 11. ἄρα] supra add. καί m. 2 comp. F; ἄρα ἐστίν V.

15. ὡς V. 16. ἀναγεγραμμένα] seq. insert. in ras. m. 1 F.

18. καί] m. 2 V. 21. λήμματα] κε' p et e

eraso F; m. rec. PBV. 22. δέ] m. rec. P. ἦ] om. V.

Post ὅμοια add. V m. 2: ἐστίν. 23. εἰσὶ BFVp. δειξόμεν]

corr. ex δειξόμεν m. 1 P. 25. τὰ] e corr. V.  $N\Theta$ ,  $\Sigma P$ ]

inter N et  $\Theta$  ras. 1 litt., item inter  $\Sigma$  et P V. 26.  $\Pi\Pi$ ]

mutat. in  $\Pi P$  m. 2 V;  $\Pi P$  Bp. 27. τήν] om. F. 28.

ἄνισος V. εἰσιν] PB; εἰσι Fp; ἐστίν V.



ἔστω μείζων ἡ  $P\Pi$  τῆς  $\Theta H$ . καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ  $P\Pi$  πρὸς  $\Pi\Sigma$ , οὕτως ἡ  $\Theta H$  πρὸς τὴν  $HN$ , καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἡ  $P\Pi$  πρὸς τὴν  $\Theta H$ , οὕτως ἡ  $\Pi\Sigma$  πρὸς τὴν  $HN$ , μείζων δὲ ἡ  $\Pi P$  τῆς  $\Theta H$ , μείζων ἄρα  
 5 καὶ ἡ  $\Pi\Sigma$  τῆς  $HN$ . ὥστε καὶ τὸ  $P\Sigma$  μείζον ἐστὶ τοῦ  $\Theta N$ . ἀλλὰ καὶ ἴσον· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἀνισός ἐστὶν ἡ  $\Pi P$  τῇ  $H\Theta$ . ἴση ἄρα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.]

κγ'.

Τὰ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα πρὸς ἄλληλα  
 10 λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Ἐστω ἰσογώνια παραλληλόγραμμα τὰ  $A\Gamma$ ,  $\Gamma Z$  ἴσην ἔχοντα τὴν ὑπὸ  $B\Gamma\Delta$  γωνίαν τῇ ὑπὸ  $E\Gamma H$ . λέγω, ὅτι τὸ  $A\Gamma$  παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ  $\Gamma Z$  παραλληλόγραμμον λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

15 Κείσθω γὰρ ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν  $B\Gamma$  τῇ  $\Gamma H$ . ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ  $\Delta\Gamma$  τῇ  $\Gamma E$ . καὶ συμπεπληρώσθω τὸ  $\Delta H$  παραλληλόγραμμον, καὶ ἐκκείσθω τις εὐθεῖα ἡ  $K$ , καὶ γεγονέτω ὡς μὲν ἡ  $B\Gamma$  πρὸς τὴν  $\Gamma H$ , οὕτως ἡ  $K$  πρὸς τὴν  $\Delta$ , ὡς δὲ ἡ  $\Delta\Gamma$   
 20 πρὸς τὴν  $\Gamma E$ , οὕτως ἡ  $\Delta$  πρὸς τὴν  $M$ .

Οἱ ἄρα λόγοι τῆς τε  $K$  πρὸς τὴν  $\Delta$  καὶ τῆς  $\Delta$  πρὸς τὴν  $M$  οἱ αὐτοὶ εἰσὶ τοῖς λόγοις τῶν πλευρῶν, τῆς τε  $B\Gamma$  πρὸς τὴν  $\Gamma H$  καὶ τῆς  $\Delta\Gamma$  πρὸς τὴν  $\Gamma E$ . ἀλλ' ὁ τῆς  $K$  πρὸς  $M$  λόγος σύγκειται ἐκ τε τοῦ  
 25 τῆς  $K$  πρὸς  $\Delta$  λόγου καὶ τοῦ τῆς  $\Delta$  πρὸς  $M$ . ὥστε καὶ ἡ  $K$  πρὸς τὴν  $M$  λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον

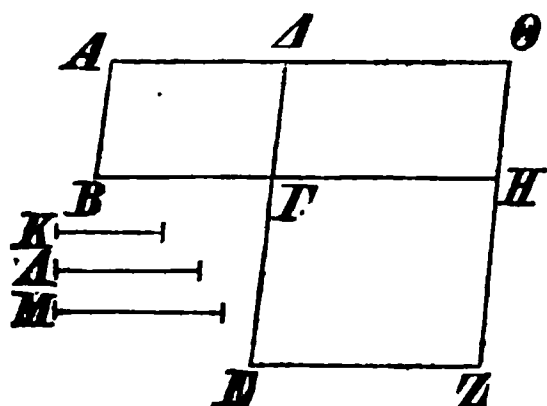
XXIII. Theon in Ptolem. p. 235. Eutoc. in Apollon. p. 32, id. in Archimed. III p. 236, 23.

1. μείζων — 4: μείζων ἄρα] insert. in ras. F. 1.  $P\Pi$ ]  $\Pi P P$ .  
 2.  $P\Pi$ ]  $\Pi P P$ . τὴν  $\Pi\Sigma$  V. πρὸς τὴν] πρὸς B F p. 3.



## XXIII.

Parallelogramma aequiangula inter se rationem ex rationibus laterum compositam habent.



Sint parallelogramma aequiangula  $ΑΓ, ΓΖ$  habentia

$$\angle B\Gamma\Delta = E\Gamma H.$$

dico, parallelogramma  $ΑΓ, ΓΖ$  rationem ex rationibus<sup>1)</sup> laterum compositam habere.

ponantur enim ita, ut in eadem recta sint  $B\Gamma, \Gamma H$ . itaque etiam  $\Delta\Gamma, \Gamma E$  in eadem recta sunt. et expleatur parallelogrammum  $\Delta H$ , et ponatur recta  $K$ , et sit

$$B\Gamma : \Gamma H = K : \Delta \text{ et } \Delta\Gamma : \Gamma E = \Delta : M.$$

itaque rationes  $K : \Delta$  et  $\Delta : M$  eadem sunt ac rationes laterum,  $B\Gamma : \Gamma H$  et  $\Delta\Gamma : \Gamma E$ . sed  $K : M = K : \Delta \times \Delta : M$ . quare  $K$  ad  $M$  rationem ex rationibus laterum compositam habet. et quoniam est

1) Ἐκ τῶν πλευρῶν per totam propositionem negligentius dicitur pro ἐκ τῶν τῶν πλευρῶν (λόγων); sed cum semper ita in codicibus traditum sit et idem apud Theonem et Eutocium servatum sit, de errore librarii cogitandum non est.

$P\Pi]$   $\Pi P$  P.  $\tau\eta\nu]$  om. B F p.  $\sigma\upsilon\tau\omega\varsigma]$  om. B F p. 4.  $\tau\eta\nu]$  om. B F p.  $\Pi P]$  P, V m. 1;  $P\Pi$  B p, V m. 2, F?  $\mu\epsilon\iota\zeta\omega\nu$   $\alpha\tilde{\rho}\alpha]$  bis p. 5.  $\mu\epsilon\iota\zeta\omega\nu$  F. 6.  $\Theta N]$  N e corr. m. 2 V, eras. F. 7.  $H\Theta]$   $\Theta H$  P.  $\alpha\tilde{\rho}\alpha$  ἐστίν P. 8.  $\kappa\varsigma'$  p et delete s F. 11.  $\iota\sigma\omicron\nu$  V, corr. m. 2. 12.  $E\Gamma H]$  mutat. in  $E\Gamma\Theta B$ . 13.  $\Gamma Z]$  in ras. m. 1 V. 14.  $\pi\lambda\epsilon\nu\rho\omega\nu]$  P;  $\pi\lambda\epsilon\nu\rho\omega\nu$  τοῦ τε ὄν ἔχει ἢ  $B\Gamma$  (corr. ex  $\Gamma B$  p) πρὸς  $\Gamma H$  ( $\tau\eta\Gamma H$  V,  $\Gamma H$  mutat. in  $\Gamma\Theta B$ ) καὶ τοῦ ὄν ἔχει ἢ  $\Delta\Gamma$  πρὸς  $\Gamma E$  ( $\tau\eta\Gamma E$  V) Theon (B F V p). 16.  $\Gamma H]$  mutat. in  $\Gamma\Theta B$ . ἐστίν B. 17.  $\Delta H]$  mutat. in  $\Delta\Theta B$ . 18.  $K]$  post ras. 1 litt. F. 19.  $\Gamma H]$  mutat. in  $\Gamma\Theta B$ . 21.  $\tau\eta\nu]$  om. B F p. 22.  $\tau\eta\nu]$  om. B F p. εἰσιν P F. 23.  $\tau\eta\nu]$  om. B p.  $\Gamma H]$  mutat. in  $\Gamma\Theta B$ .  $\tau\eta\nu]$  om. B p.

ἐκ τῶν πλευρῶν. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ  $BΓ$  πρὸς τὴν  $ΓΗ$ , οὕτως τὸ  $ΑΓ$  παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ  $ΓΘ$ , ἀλλ' ὡς ἡ  $BΓ$  πρὸς τὴν  $ΓΗ$ , οὕτως ἡ  $K$  πρὸς τὴν  $Α$ , καὶ ὡς ἄρα ἡ  $K$  πρὸς τὴν  $Α$ , οὕτως τὸ  $ΑΓ$  πρὸς  
 5 τὸ  $ΓΘ$ . πάλιν, ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ  $ΔΓ$  πρὸς τὴν  $ΓΕ$ , οὕτως τὸ  $ΓΘ$  παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ  $ΓΖ$ , ἀλλ' ὡς ἡ  $ΔΓ$  πρὸς τὴν  $ΓΕ$ , οὕτως ἡ  $Α$  πρὸς τὴν  $Μ$ , καὶ ὡς ἄρα ἡ  $Α$  πρὸς τὴν  $Μ$ , οὕτως τὸ  $ΓΘ$  παραλληλό-  
 10 γραμμον πρὸς τὸ  $ΓΖ$  παραλληλόγραμμον. ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη, ὡς μὲν ἡ  $K$  πρὸς τὴν  $Α$ , οὕτως τὸ  $ΑΓ$  παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ  $ΓΘ$  παραλληλόγραμμον, ὡς δὲ ἡ  $Α$  πρὸς τὴν  $Μ$ , οὕτως τὸ  $ΓΘ$  παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ  $ΓΖ$  παραλληλόγραμμον, δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ  $K$  πρὸς τὴν  $Μ$ , οὕτως τὸ  $ΑΓ$  πρὸς τὸ  $ΓΖ$  παραλληλό-  
 15 γραμμον. ἡ δὲ  $K$  πρὸς τὴν  $Μ$  λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν· καὶ τὸ  $ΑΓ$  ἄρα πρὸς τὸ  $ΓΖ$  λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Τὰ ἄρα ἰσογώνια παραλληλόγραμμα πρὸς ἀλλήλα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν· ὅπερ  
 20 ἔδει δεῖξαι.

κδ'.

Παντὸς παραλληλογράμμου τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα ὁμοιά ἐστὶ τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

25 Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ  $ΑΒΓΔ$ , διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ  $ΑΓ$ , περὶ δὲ τὴν  $ΑΓ$  παραλληλόγραμμα ἔστω τὰ  $ΕΗ$ ,  $ΘΚ$ · λέγω, ὅτι ἐκάτερον τῶν  $ΕΗ$ ,  $ΘΚ$  παραλληλογράμμων ὁμοιόν ἐστὶ ὅλῳ τῷ  $ΑΒΓΔ$  καὶ ἀλλήλοις.

1. τίν] m. 2 F. 2.  $ΓΗ$ ] mutat. in  $ΓΘ$  B.  $ΓΘ$ ] mutat. in  $ΓΗ$  B. 3. ἡ] om. p. τήν] om. BFp.  $ΓΗ$ ]

$B\Gamma : \Gamma H = A\Gamma : \Gamma\Theta$  [prop. I], et  $B\Gamma : \Gamma H = K : A$ ,  
erit etiam  $K : A = A\Gamma : \Gamma\Theta$ . rursus quoniam est  
 $A\Gamma : \Gamma E = \Gamma\Theta : \Gamma Z$  [prop. I], et  $A\Gamma : \Gamma E = A : M$ ,  
erit etiam  $A : M = \Gamma\Theta : \Gamma Z$ . iam quoniam demon-  
stratum est, esse  $K : A = A\Gamma : \Gamma\Theta$  et  $A : M = \Gamma\Theta$   
 $: \Gamma Z$ , ex aequo [V, 22] erit  $K : M = A\Gamma : \Gamma Z$ . sed  
 $K$  ad  $M$  rationem ex rationibus laterum compositam  
habet. quare etiam  $A\Gamma$  ad  $\Gamma Z$  rationem ex rationi-  
bus laterum compositam habet.

Ergo parallelogramma aequiangula inter se ratio-  
nem ex rationibus laterum compositam habent; quod  
erat demonstrandum.

## XXIV.

In quouis parallelogrammo parallelogramma cir-  
cum diametrum posita similia sunt et toti et inter se.

Sit parallelogrammum  $AB\Gamma\Delta$ , diametrus autem  
eius  $A\Gamma$ , et parallelogramma circum  $A\Gamma$  posita sint  
 $EH$ ,  $\Theta K$ . dicò, parallelogramma  $EH$ ,  $\Theta K$  similia  
esse et toti  $AB\Gamma\Delta$  et inter se.

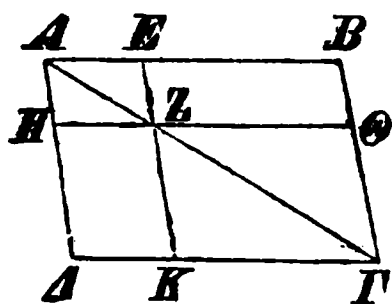
mutat. in  $\Gamma\Theta$  B. 4. τό] ἡ p.  $A\Gamma$ ]  $AK$  e corr. V;  $\Gamma$   
mutat. in  $\Delta$  m. recentissima p. 5. τό] τήν p.  $\Gamma\Theta$ ] mutat.  
in  $\Gamma H$  B;  $\Gamma$  mutat. in  $\Delta$  m. recentiss. p. 6.  $\Gamma\Theta$ ] mutat.  
in  $\Gamma H$  B. 7. τήν] om. B F p. τήν] om. P. 10. ἡ  
μέν p. 11.  $\Gamma\Theta$ ] mutat. in  $\Gamma H$  B. ἡ] τό φ (non F).  
12.  $\Gamma\Theta$ ] mutat. in  $E\Theta$  F, in  $\Gamma H$  B. 14.  $A\Gamma$ ]  $PV$ ;  $A\Gamma$   
 $\piαραλληλόγραμμον$  B p et comp. F. In figura litterae H,  $\Theta$   
in B permutatae sunt a m. 1, sed mutationes in textu huc  
spectantes a m. 2 videntur esse. 16. ἄρα] m. 2 V. 17.  
 $\sigmaυγκειμένων$  P, corr. m. 1. 21. καὶ F p. 23. ἐστὶν PB;  
comp. p. 27. EH] (alt.) in ras. F. 28. ἐστὶν PBF;  
comp. p. ὅλῳ] m. 2 V.

Ἐπεὶ γὰρ τριγώνου τοῦ  $ABΓ$  παρὰ μίαν τῶν  
 πλευρῶν τὴν  $BΓ$  ῥηται ἡ  $EZ$ , ἀνάλογόν ἐστιν ὡς  
 ἡ  $BE$  πρὸς τὴν  $EA$ , οὕτως ἡ  $ΓZ$  πρὸς τὴν  $ZA$ .  
 πάλιν, ἐπεὶ τριγώνου τοῦ  $ΑΓΔ$  παρὰ μίαν τὴν  $ΓΔ$   
 5 ῥηται ἡ  $ZH$ , ἀνάλογόν ἐστιν ὡς ἡ  $ΓZ$  πρὸς τὴν  
 $ZA$ , οὕτως ἡ  $ΔH$  πρὸς τὴν  $HA$ . ἀλλ' ὡς ἡ  $ΓZ$   
 πρὸς τὴν  $ZA$ , οὕτως ἐδείχθη καὶ ἡ  $BE$  πρὸς τὴν  
 $EA$ . καὶ ὡς ἄρα ἡ  $BE$  πρὸς τὴν  $EA$ , οὕτως ἡ  
 $ΔH$  πρὸς τὴν  $HA$ , καὶ συνθέντι ἄρα ὡς ἡ  $BA$  πρὸς  
 10  $AE$ , οὕτως ἡ  $ΔA$  πρὸς  $AH$ , καὶ ἐναλλάξ ὡς ἡ  $BA$   
 πρὸς τὴν  $AΔ$ , οὕτως ἡ  $EA$  πρὸς τὴν  $AH$ . τῶν  
 ἄρα  $ABΓΔ$ ,  $EH$  παραλληλογράμμων ἀνάλογόν εἰσιν  
 αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὴν κοινὴν γωνίαν τὴν ὑπὸ  $BAΔ$ .  
 καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ  $HZ$  τῇ  $ΔΓ$ , ἴση ἐστὶν  
 15 ἡ μὲν ὑπὸ  $AZH$  γωνία τῇ ὑπὸ  $ΔΓA$ . καὶ κοινὴ  
 τῶν δύο τριγώνων τῶν  $AΔΓ$ ,  $AHZ$  ἡ ὑπὸ  $ΔAΓ$   
 γωνία. ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ  $AΔΓ$  τρίγωνον τῷ  
 $AHZ$  τριγώνῳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ τὸ  $AΓB$  τρίγω-  
 νον ἰσογώνιον ἐστὶ τῷ  $AZE$  τριγώνῳ, καὶ ὅλον τὸ  
 20  $ABΓΔ$  παραλληλόγραμμον τῷ  $EH$  παραλληλογράμμῳ  
 ἰσογώνιον ἐστιν. ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ  $AΔ$  πρὸς  
 τὴν  $ΔΓ$ , οὕτως ἡ  $AH$  πρὸς τὴν  $HZ$ , ὡς δὲ ἡ  $ΔΓ$   
 πρὸς τὴν  $ΓA$ , οὕτως ἡ  $HZ$  πρὸς τὴν  $ZA$ , ὡς δὲ ἡ  
 $AΓ$  πρὸς τὴν  $ΓB$ , οὕτως ἡ  $AZ$  πρὸς τὴν  $ZE$ , καὶ  
 25 ἔτι ὡς ἡ  $ΓB$  πρὸς τὴν  $BA$ , οὕτως ἡ  $ZE$  πρὸς τὴν  $EA$ .

2. τὴν] in ras. m. 2 V, corr. ex τῇ m. 2 P.  $EZ$ ]  $HZ$   
 m. rec. p. 3.  $BE$ ] mutat. in  $BH$  m. rec. p.  $EA$ ] mutat.  
 in  $HA$  m. rec. p;  $BΔ$  φ. 4.  $AΓΔ$ ]  $PF$ , V m. 1;  $AΔΓ$   
 Bp, V m. 2. 5.  $ZH$ ] mutat. in  $ZE$  m. rec. p. 6.  $ΔH$ ]   
 mutat. in  $ΔE$  m. rec. p. 8.  $EA$ ] (prius)  $EΔ$  φ (non F). Seq.  
 in p: οὕτως ἡ  $ΔH$  πρὸς τὴν  $HA$  καὶ συνθέντι ἄρα, del. m. 1.  
 οὕτως καὶ p. 9. ἄρα] om. P. 10. τὴν  $AE$  V. οὕτως]  
 om. Bp. τὴν  $AH$  V.  $BA$ ]  $AB$  p. 12. ἄρα] P; om.

nam quoniam in triangulo  $AB\Gamma$  uni lateri  $B\Gamma$  parallela ducta est  $EZ$ , erit  $BE : EA = \Gamma Z : ZA$

[prop. II]. rursus quoniam in triangulo  $A\Gamma\Delta$  uni lateri  $\Gamma\Delta$  parallela



ducta est  $ZH$ , erit

$$\Gamma Z : ZA = \Delta H : HA$$

[id.]. sed demonstratum est, esse

$\Gamma Z : ZA = BE : EA$ . quare etiam  $BE : EA = \Delta H : HA$ , et componendo [V, 18]

$$BA : AE = \Delta A : AH,$$

et permutando [V, 16]  $BA : A\Delta = EA : AH$ . itaque latera communem angulum  $B A \Delta$  comprehendentia parallelogrammorum  $AB\Gamma\Delta$ ,  $EH$  proportionalia sunt. et quoniam  $HZ$  rectae  $\Delta\Gamma$  parallela est, erit  $\angle AZH = \Delta\Gamma A$  [I, 29]; et duorum triangulorum  $A\Delta\Gamma$ ,  $AHZ$  communis est  $\angle \Delta A \Gamma$ . itaque triangulus  $A\Delta\Gamma$  aequi-angulus est triangulo  $AHZ$  [I, 32]. eadem de causa etiam triangulus  $A\Gamma B$  triangulo  $AZE$  aequi-angulus est, et totum parallelogrammum  $AB\Gamma\Delta$  parallelogrammo  $EH$  aequiangulum est. itaque<sup>1)</sup> erit

$A\Delta : \Delta\Gamma = AH : HZ$ ,  $\Delta\Gamma : \Gamma A = HZ : ZA$  et  $A\Gamma : \Gamma B = AZ : ZE$ ,  $\Gamma B : BA = ZE : EA$  [prop. IV].

1) Hoc ἄρα lin. 21 non ad ultima uerba, sed ad proxime antecedentia lin. 17—19 refertur.

BFVp.  $EH$ ]  $E$  postea insert. F; deinde ἄρα add. m. 2 BFV.  
 13.  $\alpha\lambda$ ] (alt.) om. F. 14.  $\iota\sigma\eta$ ]  $\iota\sigma\eta$  δέ F. 15.  $AZH$ ] P;  
 $AHZ$  Theon (BFVp).  $\gamma\omega\nu\lambda\alpha$ ] m. 2 V.  $\tau\eta$ ] P;  $\tau\eta$  ὑπὸ  
 $A\Delta\Gamma$  ἢ δὲ ὑπὸ  $HZA$  ( $ZHA$  F)  $\tau\eta$  Theon (BFVp). 16.  
 $AHZ$ ] PF, V m. 1;  $AZH$  Bp, V m. 2. 17.  $\gamma\omega\nu\lambda\alpha$ ] om. Bp.  
 $\tauὸ A\Delta\Gamma$ ] P, V m. 1; om. F;  $\tauὸ \Delta A \Gamma$  Bp, V m. 2. 18.  
 $AHZ$ ] litt.  $HZ$  e corr. p.  $A\Gamma B$ ]  $AB\Gamma$  V. 19.  $\delta\lambda\omicron\nu$ ]  $\delta\lambda\omicron\nu$   
 ἄρα V. 20.  $\text{ισογώνιον ἔστι τὸ } EH \text{ παραλληλογράμμου}$  V.  
 25.  $EA$ ]  $AE$ , eraso  $E F$ .

- καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ὥς μὲν ἡ  $\Delta\Gamma$  πρὸς τὴν  $\Gamma A$ , οὕτως ἡ  $HZ$  πρὸς τὴν  $ZA$ , ὥς δὲ ἡ  $A\Gamma$  πρὸς τὴν  $\Gamma B$ , οὕτως ἡ  $AZ$  πρὸς τὴν  $ZE$ , δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὥς ἡ  $\Delta\Gamma$  πρὸς τὴν  $\Gamma B$ , οὕτως ἡ  $HZ$  πρὸς τὴν  $ZE$ .
- 5 τῶν ἄρα  $AB\Gamma\Delta$ ,  $EH$  παραλληλογράμμων ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· ὁμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ  $AB\Gamma\Delta$  παραλληλόγραμμον τῷ  $EH$  παραλληλογράμῳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ τὸ  $AB\Gamma\Delta$  παραλληλόγραμμον καὶ τῷ  $K\Theta$  παραλληλογράμῳ ὁμοιόν ἐστιν.
- 10 ἐκάτερον ἄρα τῶν  $EH$ ,  $\Theta K$  παραλληλογράμμων τῷ  $AB\Gamma\Delta$  [παραλληλογράμῳ] ὁμοιόν ἐστιν. τὰ δὲ τῷ αὐτῷ εὐθύγραμῳ ὁμοία καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὁμοία· καὶ τὸ  $EH$  ἄρα παραλληλόγραμμον τῷ  $\Theta K$  παραλληλογράμῳ ὁμοιόν ἐστιν.
- 15 Παντὸς ἄρα παραλληλογράμμου τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα ὁμοία ἐστὶ τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κε'.

Τῷ δοθέντι εὐθύγραμῳ ὁμοιον καὶ ἄλλῳ  
20 τῷ δοθέντι ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

Ἐστω τὸ μὲν δοθὲν εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ ὁμοιον συστήσασθαι, τὸ  $AB\Gamma$ , ᾧ δὲ δεῖ ἴσον, τὸ  $\Delta$ . δεῖ δὲ τῷ μὲν  $AB\Gamma$  ὁμοιον, τῷ δὲ  $\Delta$  ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

XXV. Hero def. 116. Eutocius in Apollon. p. 53.

1.  $\Gamma A$ ]  $\Gamma$  eras. F.      2.  $HZ$ ]  $ZH$  Fr.       $A\Gamma$ ] eras. F.  
3.  $\Gamma B$ ]  $B$  eras. F.      4.  $\Gamma B$ ]  $B\Gamma$  P.      6. εἰσιν] εἰ- eras. F.  
7. τό] corr. ex τῷ m. 2 V.      παραλληλόγραμμον] corr. ex  
παραλληλογράμῳ m. 2 V.      τῷ] corr. ex τό m. 2 V.      παραλ-  
ληλόγραμμον V, corr. m. 2.      8. δὴ] δὴ καὶ F; καὶ add.  
V m. 2.      9. καί] m. 2 F.       $K\Theta$ ]  $\Theta K$  P.      11. παραλλη-

et quoniam demonstratum est, esse  $\Delta\Gamma : \Gamma A = HZ : ZA$  et  $A\Gamma : \Gamma B = AZ : ZE$ , ex aequo erit [V, 22]  $\Delta\Gamma : \Gamma B = HZ : ZE$ . ergo in parallelogrammis  $AB\Gamma\Delta$ ,  $EH$  latera aequales angulos comprehendentia proportionalia sunt.<sup>1)</sup> itaque  $AB\Gamma\Delta \sim EH$  [def. 1].<sup>2)</sup> eadem de causa etiam  $AB\Gamma\Delta \sim K\Theta$ . itaque utrumque parallelogrammum  $EH$ ,  $\Theta K$  parallelogrammo  $AB\Gamma\Delta$  simile est. quae autem eidem figurae rectilineae similes sunt figurae, etiam inter se similes sunt [prop. XXI]. quare etiam  $EH \sim \Theta K$ .

Ergo in quouis parallelogrammo parallelogramma circum diametrum posita similia sunt et toti et inter se; quod erat demonstrandum.

## XXV.

Datae figurae rectilineae similem et alii figurae datae aequalem eandem figuram construere.

Sit data figura rectilinea, cui similem figuram oporteat construere,  $AB\Gamma$ , cui autem aequalem oporteat,  $\Delta$ . oportet igitur figuram construere figurae  $AB\Gamma$  similem, figurae autem  $\Delta$  eandem aequalem.

1) Nam demonstrauius  $BA : A\Delta = EA : AH$  (p. 150, 10),  $A\Delta : \Delta\Gamma = AH : HZ$  (p. 150, 21),  $HZ : ZE = \Delta\Gamma : \Gamma B$  (lin. 4),  $ZE : EA = \Gamma B : BA$  (p. 150, 25).

2) Nam etiam aequiangula sunt (p. 150, 20). — hac ratione diluuntur, opinor, cauillationes Simsoni p. 378; quamquam confitendum est, Euclidem hic nonnihil a solito ordine dilucido defecisse.

λογράμῳ] om. P. ἔστιν] F, comp. p; ἔστι PBV. 12.  
ἔστιν] εἰσιν V. 13. ἄρα] om. p.  $\Theta K$ ]  $\Theta$  in ras. V. 14.  
ἔστιν] comp. Vp; ἔστι PBF. 16. τε] m. 2 F. 18. κη' Fp. 20.  
συνστήσασθαι P; corr. m. rec. 21. Post ὧ eras. δέ B. 22. συν-  
στήσασθαι P; corr. m. rec. δὲ δεῖ ἴσον] in ras. m. 2 V. 23. τῷ]  
(prius) corr. ex τό m. 1 p; τό F. συνστήσασθαι P; corr. m. rec.

Παραβεβλήσθω γὰρ παρὰ μὲν τὴν  $B\Gamma$  τῷ  $AB\Gamma$  τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ  $BE$ , παρὰ δὲ τὴν  $ΓΕ$  τῷ  $\Delta$  ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ  $ΓΜ$  ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ  $ZΓΕ$ , ἥ ἐστὶν ἴση τῇ ὑπὸ  $ΓΒΛ$ . ἐπ' 5 εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν  $B\Gamma$  τῇ  $ΓΖ$ , ἡ δὲ  $ΛΕ$  τῇ  $ΕΜ$ . καὶ εἰλήφθω τῶν  $B\Gamma$ ,  $ΓΖ$  μέση ἀνάλογον ἡ  $H\Theta$ , καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς  $H\Theta$  τῷ  $AB\Gamma$  ὁμοίον τε καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ  $KH\Theta$ .

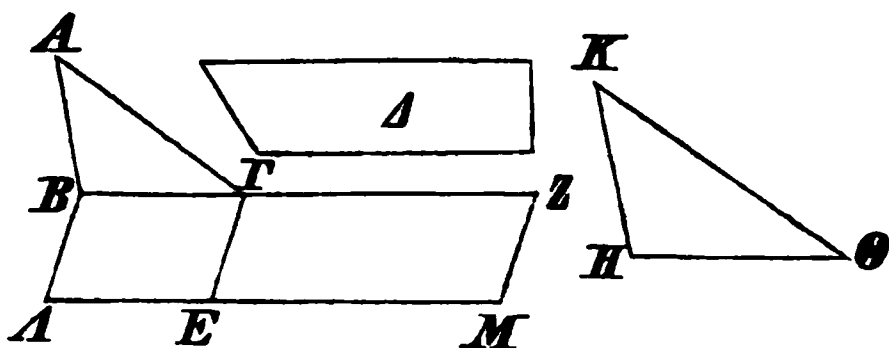
Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ  $B\Gamma$  πρὸς τὴν  $H\Theta$ , οὕτως 10 ἡ  $H\Theta$  πρὸς τὴν  $ΓΖ$ , ἐὰν δὲ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ᾶσιν, ἐστὶν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τὸ ὁμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον, ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ  $B\Gamma$  πρὸς τὴν  $ΓΖ$ , οὕτως τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον πρὸς 15 τὸ  $KH\Theta$  τρίγωνον. ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ  $B\Gamma$  πρὸς τὴν  $ΓΖ$ , οὕτως τὸ  $BE$  παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ  $EZ$  παραλληλόγραμμον. καὶ ὡς ἄρα τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $KH\Theta$  τρίγωνον, οὕτως τὸ  $BE$  παραλληλόγραμμον πρὸς τὸ  $EZ$  παραλληλόγραμμον· ἐναλλάξ 20 ἄρα ὡς τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $BE$  παραλληλόγραμμον, οὕτως τὸ  $KH\Theta$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $EZ$  παραλληλόγραμμον. ἴσον δὲ τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον τῷ  $BE$  παραλληλογράμῳ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ  $KH\Theta$  τρίγωνον τῷ  $EZ$  παραλληλογράμῳ. ἀλλὰ τὸ  $EZ$  παρ- 25 αλληλόγραμμον τῷ  $\Delta$  ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ  $KH\Theta$  ἄρα τῷ  $\Delta$  ἐστὶν ἴσον. ἐστὶ δὲ τὸ  $KH\Theta$  καὶ τῷ  $AB\Gamma$  ὁμοιον.

Τῷ ἄρα δοθέντι εὐθυγράμῳ τῷ  $AB\Gamma$  ὁμοιον

1. τῷ  $AB\Gamma$ ] supra F. 4.  $ΓΒΛ$ ]  $ΓΒΑ$  φ. 5.  $B\Gamma$ ] P φ, V m. 1;  $ΓΒ$  Bp, V m. 2. 6. καὶ εἰλήφθω] περιειλήφθω φ post ras. 7.  $H\Theta$ ] (prius) eras. F. τῷ] τό F.



Nam rectae  $B\Gamma$  triangulo  $AB\Gamma$  aequale adplicetur parallelogrammum  $BE$  [I, 44], rectae autem  $\Gamma E$



figurae  $\Delta$  aequale parallelogrammum  $\Gamma M$  in angulo  $Z\Gamma E$  aequali angulo  $\Gamma B\Lambda$  [I, 45]. itaque  $B\Gamma$ ,  $\Gamma Z$  in eadem recta sunt et item  $\Lambda E$ ,  $EM$ . et sumatur rectarum  $B\Gamma$ ,  $\Gamma Z$  media proportionalis  $H\Theta$  [prop. XIII], et in  $H\Theta$  triangulo  $AB\Gamma$  similis et similiter positus construatur  $KH\Theta$  [prop. XVIII]. et quoniam est  $B\Gamma : H\Theta = H\Theta : \Gamma Z$ , et si tres rectae proportionales sunt, est ut prima ad tertiam, ita figura in prima descripta ad figuram in secunda similem et similiter descriptam [prop. XIX coroll.], erit

$$B\Gamma : \Gamma Z = AB\Gamma : KH\Theta.$$

uerum etiam  $B\Gamma : \Gamma Z = BE : EZ$  [prop. I]. quare etiam  $AB\Gamma : KH\Theta = BE : EZ$ . permutando igitur [V, 16]  $AB\Gamma : BE = KH\Theta : EZ$ . sed  $AB\Gamma = BE$ . itaque etiam  $KH\Theta = EZ$ . sed  $EZ = \Delta$ . quare etiam  $KH\Theta = \Delta$ . erat autem etiam  $KH\Theta \sim AB\Gamma$ .

Ergo datae figurae rectilineae  $AB\Gamma$  similis et

8. τε] om. V. 10. ἡ] eras. F. 11. ἔστιν] om. P. 15. *τρίγωνον*] om. V. Supra  $B\Gamma$  scr. βάσις et supra  $\Gamma Z$  lin. 16 *βάσιν* m. rec. P. 17. καὶ ὡς ἄρα — 19: *παράλληλόγραμμον*] bis p; corr. m. 1. 19. EZ] ZE p (sed in repetitione EZ). 25. ἴσον· καὶ] in mg. transit F.  $KH\Theta$ ] in ras. m. 2 F. ἄρα τῷ  $\Delta$  ἔστιν ἴσον] om. F. 26. ἔστι δὲ τό] φ cum ras. 2 litt. ante τό.

καὶ ἄλλω τῷ δοθέντι τῷ  $\Delta$  ἴσον το αὐτὸ συνέσταται  
τὸ  $KH\Theta$ . ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

κς'.

Ἐὰν ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλό-  
5 γραμμον ἀφαιρεθῇ ὁμοίον τε τῷ ὅλῳ καὶ ὁμοίως  
κείμενον κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ, περὶ τὴν  
αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τῷ ὅλῳ.

Ἀπὸ γὰρ παραλληλογράμμου τοῦ  $AB\Gamma\Delta$  παρα-  
λληλόγραμμον ἀφηρήσθω τὸ  $AZ$  ὁμοιον τῷ  $AB\Gamma\Delta$   
10 καὶ ὁμοίως κείμενον κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ τὴν  
ὑπὸ  $\Delta AB$ . λέγω, ὅτι περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι  
τὸ  $AB\Gamma\Delta$  τῷ  $AZ$ .

Μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω [αὐτῶν] διά-  
μετρος ἡ  $A\Theta\Gamma$ , καὶ ἐκβληθεῖσα ἡ  $HZ$  διήχθω ἐπὶ  
15 τὸ  $\Theta$ , καὶ ἤχθω διὰ τοῦ  $\Theta$  ὁποτέρᾳ τῶν  $A\Delta$ ,  $B\Gamma$   
παράλληλος ἡ  $\Theta K$ .

Ἐπεὶ οὖν περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τὸ  $AB\Gamma\Delta$   
τῷ  $KH$ , ἔστιν ἄρα ὡς ἡ  $\Delta A$  πρὸς τὴν  $AB$ , οὕτως  
ἡ  $HA$  πρὸς τὴν  $AK$ . ἔστι δὲ καὶ διὰ τὴν ὁμοιότητα  
20 τῶν  $AB\Gamma\Delta$ ,  $EH$  καὶ ὡς ἡ  $\Delta A$  πρὸς τὴν  $AB$ , οὕτως  
ἡ  $HA$  πρὸς τὴν  $AE$ . καὶ ὡς ἄρα ἡ  $HA$  πρὸς τὴν

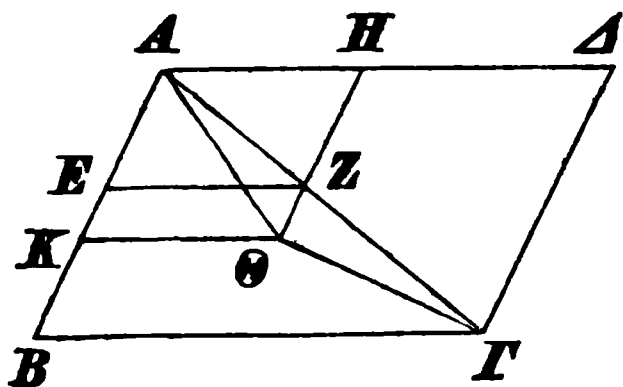
1. τῷ  $\Delta$ ] P, V m. 2; om. Theon (BFp, V m. 1). συνί-  
σταται V. 3. κς' Fp. 4. παραλληλόγραμμον P. 5. ἀφαι-  
ρεθέν φ. τῷ ὅλῳ] τὸ ὅλλον φ in ras. 8. παραλληλογράμ-  
μον γάρ P. 9.  $AZ$ ] supra 2 litt. eras. sunt in V;  $A EZ H$  Bp.  
τῷ] τό φ. 11. ἐστίν F. 12. τό] τῷ V, corr. m. 2.  
 $AB\Gamma\Delta$  V. 13. αὐτῶν] om. FV. 14.  $A\Theta\Gamma$ ] φ;  $\sigma\sigma$  inter  
duas ras. F. καὶ ἐκβληθεῖσα — 15: τὸ  $\Theta$ ] P; om. Theon  
(BFVp). 18. Post  $KH$  add. Theon: ὁμοίον ἐστι τὸ  $AB\Gamma\Delta$   
τῷ  $KH$  (BFVp). 21. καὶ ὡς ἄρα — p. 158 1: πρὸς τὴν  
 $AE$ ] om. Bp.  $HA$ ]  $A'H$  F.

alii figurae datae  $\Delta$ , aequalis eadem constructa est figura  $KH\Theta$ ; quod oportebat fieri.

## XXVI.

Si a parallelogrammo aufertur parallelogrammum toti simile et similiter positum et communem angulum habens, circum eandem diametrum positum est ac totum.

Nam a parallelogrammo  $AB\Gamma\Delta$  auferatur parallelogrammum  $AZ$  simile parallelogrammo  $AB\Gamma\Delta$  et similiter positum et communem habens angulum  $\Delta AB$ . dico,  $AB\Gamma\Delta$  et  $AZ$  circum eandem diametrum posita esse.



ne sint enim, sed, si fieri potest, diametrus sit  $A\Theta\Gamma$ .<sup>1)</sup> et producta  $HZ$  ad  $\Theta$  educatur<sup>2)</sup>, et per  $\Theta$  utrique  $A\Delta$ ,  $B\Gamma$  parallela ducatur  $\Theta K$  [I, 31 et 30]. iam quoniam

$AB\Gamma\Delta$  et  $KH$  circum eandem diametrum sunt posita, erit  $\Delta A : AB = HA : AK$ .<sup>3)</sup> sed propter similitudinem parallelogrammorum  $AB\Gamma\Delta$ ,  $EH$  erit etiam [def. 1]  $\Delta A : AB = HA : AE$ . itaque etiam

1) Debuit ita dicere: nam si  $AZ\Gamma$  diametrus parallelogrammi  $A\Gamma$  non est, sit  $A\Theta\Gamma$ . adparet, αὐτῶν lin. 13 ferri non posse, sed malim cum FV delere quam cum Peyrardo in αὐτοῦ corrigere; glossema sponte et in P et in Theoninis nonnullis ortum esse potest.

2) Uerba καὶ ἐκβλήθεισα cet. lin. 14—15 om. Theon, quia in figura codd. permutatae sunt litterae E, Z et K, Θ; cfr, p. 158, 3. ego cum Augusto his uerbis retentis errorem p. 158, 3 et figuram corrigere malui. Campani figura nostrae similior est.

3) Nam similia sunt (prop. 24); tum u. def. 1.

$AK$ , οὕτως ἢ  $HA$  πρὸς τὴν  $AE$ . ἢ  $HA$  ἄρα πρὸς ἑκατέραν τῶν  $AK$ ,  $AE$  τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. ἴση ἄρα ἐστὶν ἢ  $AE$  τῇ  $AK$  ἢ ἐλάττων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οὐκ ἐστὶ περὶ τὴν αὐτὴν  
 5 διάμετρον τὸ  $ABΓΔ$  τῷ  $AZ$ · περὶ τὴν αὐτὴν ἄρα ἐστὶ διάμετρον τὸ  $ABΓΔ$  παραλληλόγραμμον τῷ  $AZ$  παραλληλογράμῳ.

Ἐὰν ἄρα ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλόγραμ-  
 μον ἀφαιρεθῇ ὁμοιόν τε τῷ ὅλῳ καὶ ὁμοίως κείμενον  
 10 κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ, περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρον ἐστὶ τῷ ὅλῳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κζ'.

Πάντων τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεΐαν παρα-  
 βαλλομένων παραλληλογράμμων καὶ ἐλλειπόν-  
 15 των εἵδεσι παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀνα-  
 γραφομένῳ μέγιστόν ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον [παραλληλόγραμμον] ὁμοιον  
 ὃν τῷ ἐλλείμματι.

20 Ἐστω εὐθεΐα ἢ  $AB$  καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ  
 $\Gamma$ , καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν  $AB$  εὐθεΐαν τὸ  $AD$   
 παραλληλόγραμμον ἐλλεῖπον εἵδει παραλληλογράμῳ  
 τῷ  $ΔB$  ἀναγραφέντι ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς  $AB$ , τουτέστι  
 τῆς  $ΓB$ · λέγω, ὅτι πάντων τῶν παρὰ τὴν  $AB$  παρα-  
 25 βαλλομένων παραλληλογράμμων καὶ ἐλλειπόντων εἵδεσι  
 [παραλληλογράμμοις] ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις

1.  $AK$ ] P;  $AEK$ , E in ras., F;  $AE$  V.  $AE$ ]  $AB$  P, corr. m. rec.;  $AK$  V. ἄρα] om. P. 3.  $AE$ ]  $AK$  PFBp, V m. 2.  $AK$ ]  $AE$  PBFp, V m. 2. ἐλάτων F, corr. m. 2.  
 4. οὐκ] (alt.) om. BVp. ἐστιν PFB. 5.  $AZ$ ] Pφ;  $AΘ$

$HA : AK = HA : AE$ . ergo  $HA$  ad utramque  $AK, AE$  eandem rationem habet. quare  $AE = AK$  [V, 9] minor maiori; quod fieri non potest. quare fieri non potest, ut  $AB\Gamma\Delta, AZ$  circum eandem diametrum posita non sint. ergo parallelogramma  $AB\Gamma\Delta, AZ$  circum eandem diametrum posita sunt.

Ergo si a parallelogrammo aufertur parallelogrammum toti simile et similiter positum et communem angulum habens, circum eandem diametrum positum est ac totum; quod erat demonstrandum.

## XXVII.

Omniū parallelogrammorum eidem rectae adplicatorum et deficientium figuris parallelogrammis similibus et similiter positis ei, quae in dimidia describitur, maximum est parallelogrammum dimidia adplicatum defectui simile.

Sit recta  $AB$  et in duas partes aequales secetur in  $\Gamma$ , et rectae  $AB$  adplicetur parallelogrammum  $A\Delta$  deficiens figura parallelogramma  $\Delta B$  in dimidia rectae  $AB$ , hoc est in  $\Gamma B$ , descripta. dico, omniū parallelogrammorum rectae  $AB$  adplicatorum et figuris

---

BV p. 6. *ἐστίν* P. 10. *ἔχον γωνίαν* V. *αὐτήν*] supra m. 1 p.  
 12. *λ'* F p. 17. *τε ἐστι* p. 18. *παραλαμβάνόμενον* P;  
 corr. m. rec. *παράλληλόγραμμον*] m. rec. P. *ὅμοιον*] corr.  
 ex *ὅμοι* P. 19. *ὅν τῷ*] *ὅν τό φ* in ras. *ἐλλείματι* p. 21.  
*τήν*] *τὴν αὐτήν* P. *A\Delta*]  $\Delta$  in ras. m. 2 V;  $AB$  φ. 23.  
*\Delta B*]  $\Delta\Theta$  φ (non F). Post hoc uocab. add. Theon: *ὁμοίῳ τε*  
*καὶ ὁμοίως ἀναγραφέντι* (F; pro *ὁμοίῳ* Bp φ, V m. 2 hab.  
*ὅμοιον*; pro *ἀναγραφέντι* Bp: *ἀναγραφέν*, V *κειμεν* seq. ras.;  
 -τι in F punctis del.). *ἀναγραφέντι*] P; *τῷ* Theon (BFV p).  
*ἡμισείας*] *ἡμισείας ἀναγραφέντι* FV. *AB*]  $A\Delta$  φ (non F).  
*τουτέστιν* P. 25. *εἶδεσι*] φ (aliud uerbum habuit F); *εἶδεσιν* P.  
 26. *παράλληλογράμμοις*] om. P.

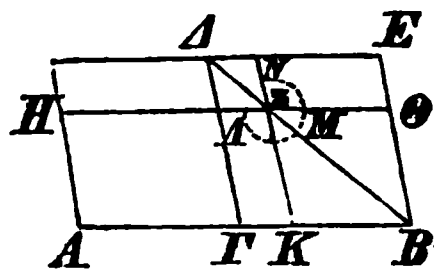
τῷ  $\triangle B$  μέγιστόν ἐστι τὸ  $\triangle A$ . παραβεβλήσθω γὰρ  
 παρὰ τὴν  $AB$  εὐθεΐαν τὸ  $AZ$  παραλληλόγραμμον  
 ἐλλείπον εἶδει παραλληλογράμῳ τῷ  $ZB$  ὁμοίῳ τε  
 καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ  $\triangle B$ . λέγω, ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ  
 5  $\triangle A$  τοῦ  $AZ$ .

Ἐπεὶ γὰρ ὁμοιόν ἐστι τὸ  $\triangle B$  παραλληλόγραμμον  
 τῷ  $ZB$  παραλληλογράμῳ, περὶ τὴν αὐτὴν εἶσι διά-  
 μετρον. ἤχθω αὐτῶν διάμετρος ἡ  $\triangle B$ , καὶ κατὰ-  
 γεγράφθω τὸ σχῆμα.

10 Ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ  $\Gamma Z$  τῷ  $ZE$ , κοινὸν δὲ  
 τὸ  $ZB$ , ὅλον ἄρα τὸ  $\Gamma\Theta$  ὅλῳ τῷ  $KE$  ἐστὶν ἴσον.  
 ἀλλὰ τὸ  $\Gamma\Theta$  τῷ  $\Gamma H$  ἐστὶν ἴσον, ἐπεὶ καὶ ἡ  $AG$  τῇ  
 $GB$ . καὶ τὸ  $H\Gamma$  ἄρα τῷ  $EK$  ἐστὶν ἴσόν. κοινὸν  
 προσκείσθω τὸ  $\Gamma Z$ . ὅλον ἄρα τὸ  $AZ$  τῷ  $AMN$   
 15 γινώμονί ἐστὶν ἴσον· ὥστε τὸ  $\triangle B$  παραλληλόγραμ-  
 μον, τουτέστι τὸ  $\triangle A$ , τοῦ  $AZ$  παραλληλογράμμου μεῖ-  
 ζόν ἐστὶν.

Πάντων ἄρα τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεΐαν παρα-  
 βαλλομένων παραλληλογράμμων καὶ ἐλλειπόντων εἶδεσι  
 20 παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις  
 τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ μέγιστόν ἐστι τὸ  
 ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβληθέν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. τῷ] τό F. παραβεβλήσθω p. 2.  $AB$ ] B e corr. m.  
 1 p. 3. παραλληλογράμῳ p. 7. περὶ ἄρα τὴν Bp. 10.  
 ἴσον] supra m. 1 V.  $ZE$ ] corr. ex  $Z\Theta$  m. rec. P. δέ] P;  
 προσκείσθω Theon (BFVp). 11.  $\Gamma\Theta$ ] e corr. P m. rec.  
 $KE$ ] corr. ex  $K\Theta$  m. rec. P. 12.  $\Gamma\Theta$ ] corr. ex  $\Gamma E$  P m. rec.  
 13.  $\Gamma B$ ] PF; ἐστὶν ἴση supra add. V;  $\Gamma B$  ἴση ἐστὶν Bp.  
 $EK$ ] e corr. P m. rec. 14. ὅλον] seq. ras. 2—3 litt. F. 16.  
 $AZ$ ] inter A et Z ras. 1 litt. F. 17. ἐστὶ B. 18. αὐτὴν]  
 om. p. 19. παραλληλογράμμων — 22: δεῖξαι] καὶ τὰ ἐξῆς p.  
 22. δεῖξαι] seq. in omnibus codd. demonstratio alia, quam  
 in appendicem reiecimus; u. p. 161 not. 2.



similibus et similiter positis figurae  $\Delta B$  deficientium maximum esse  $A\Delta$ . adplicetur enim rectae  $AB$  parallelogrammum  $AZ$  deficiens figura parallelogramma  $ZB$  simili et similiter posita figurae  $\Delta B$ . dico, esse  $A\Delta > AZ$ .

nam quoniam  $\Delta B \sim ZB$ , circum eandem diametrum sunt posita [prop. XXVI]. ducatur eorum diametrus  $\Delta B$ , et describatur figura.<sup>1)</sup> iam quoniam  $\Gamma Z = ZE$  [I, 43] et commune est  $ZB$ , erit  $\Gamma\Theta = KE$ . sed  $\Gamma\Theta = \Gamma H$ , quoniam  $A\Gamma = \Gamma B$  [prop. I]. quare etiam  $H\Gamma = EK$ . commune adiiciatur  $\Gamma Z$ . itaque  $AZ = \Delta MN$ . quare  $\Delta B > AZ$ , h. e.  $A\Delta > AZ$ .

Ergo omnium parallelogrammorum eidem rectae adplicatorum et deficientium figuris parallelogrammis similibus et similiter positis ei, quae in dimidia describitur, maximum est, quod dimidiae adplicatur; quod erat demonstrandum.<sup>2)</sup>

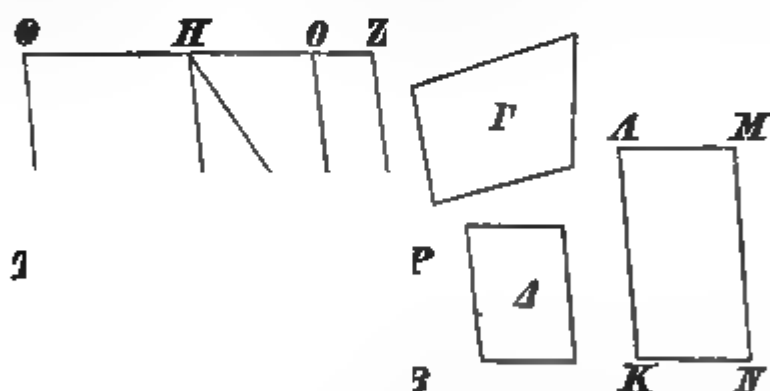
1) H. e. producantur  $HZ$  ad  $\Theta$  et  $KZ$  usque ad  $\Delta E$ ; cfr. II, 7, 8.

2) Itaque is solus casus tractatur, ubi  $AK > A\Gamma$ , nec opus est alterum, ubi  $AK < A\Gamma$ , propria demonstratione ostendere nec hoc moris est Euclidis. sane in codd. omnibus additur demonstratio huius quoque casus. sed apertissime interpolata est; nam primum ante lin. 18 sq., non post eas inserenda erat, deinde iam ab initio in praeparatione duo casus respiciendi erant nec hoc unquam neglexit Euclides, ubi plures casus habet; ita etiam in altero casu eadem litterae, quae in priore, usurpatae essent, quod iure postulat Simsonus p. 380. Campanus VI, 26 utrumque casum demonstrat.

κη'.

Παρά τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι  
 εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παρα-  
 βαλεῖν ἑλλείπον εἶδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ  
 5 τῷ δοθέντι· δεῖ δὲ τὸ διδόμενον εὐθύγραμμον  
 [ὃ δεῖ ἴσον παραβαλεῖν] μὴ μείζον εἶναι τοῦ  
 ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγεγομένου ὁμοίου τῷ  
 ἐλλείμματι [τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ ὃ δεῖ  
 ὁμοιον ἐλλείπειν].

- 10 Ἐστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ  $AB$ , τὸ δὲ δοθὲν  
 εὐθύγραμμον, ὃ δεῖ ἴσον παρὰ τὴν  $AB$  παραβαλεῖν,  
 τὸ  $\Gamma$  μὴ μείζον [ὄν] τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς  $AB$   
 ἀναγεγομένου ὁμοίου τῷ ἐλλείμματι, ὃ δὲ δεῖ ὁμοιον



- ἐλλείπειν, το  $\Delta$ · δεῖ δὲ παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν  
 16 τὴν  $AB$  τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ  $\Gamma$  ἴσον παρα-  
 λληλόγραμμον παραβαλεῖν ἑλλείπον εἶδει παραλληλο-  
 γράμμῳ ὁμοίῳ ὄντι τῷ  $\Delta$ .

Τετμήσθω ἡ  $AB$  δίχα κατὰ τὸ  $E$  σημεῖον, καὶ  
 ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς  $EB$  τῷ  $\Delta$  ὁμοιον καὶ ὁμοίως

1. κη'] om. F; 1β' p. 2. εὐθεῖαν] mg. m. 1 P. 3.  
 παραβάλλειν V. 5. τῷ] ὄντι τῷ V. δέ] δὴ PBFVp;



## XXVIII.

Datae rectae datae figurae rectilineae aequale parallelogrammum adplicare deficiens figura parallelogramma datae simili. oportet autem, figuram rectilineam datam<sup>1)</sup> maiorem non esse figura in dimidia recta descripta defectui simili.<sup>2)</sup>

Sit data recta  $AB$ , et data figura rectilinea, cui aequalem figuram rectae  $AB$  adplicare oportet,  $\Gamma$  non maior figura in dimidia  $AB$  descripta simili defectui, ea autem, cui similem figuram deficere oportet, sit  $\Delta$ . oportet igitur datae rectae  $AB$  datae figurae rectilineae  $\Gamma$  aequale parallelogrammum adplicare deficiens figura parallelogramma simili figurae  $\Delta$ .

secetur enim  $AB$  in duas partes aequales in puncto  $E$ , et in  $EB$  describatur figurae  $\Delta$  similis et

1) Uerba a Theone lin. 6 interpolata ideo parum necessaria sunt, quod τὸ διδόμενον εὐθύγραμμον ad τῷ δοθέντι (sc. εἶδει) lin. 5 referri non possunt, sed necessario a quouis lectore ad τῷ δοθέντι εὐθύγραμμῳ lin. 2 trahuntur.

2) Hunc διορισμόν statim praebet prop. 27. — Campanum VI, 27: „quod secundum eiusdem suum esse parallelogrammo super dimidiam datae lineae collocato minime maius existat“ non intellego, uidetur tamen potius cum P consentire.

corr. Augustus. 6. ὃ δεῖ ἴσον παραβαλεῖν] add. Theon (BFVp); m. rec. P. παραβάλλειν FV. 7. ἀναγραφομέnon] P; παραβαλλομένον Theon (BFVp). ὁμόλου] P; ὁμοίων ὄντων Theon (BFVp), P m. rec. τῷ ἐλλείμματι] P; τῶν ἐλλειμμάτων Theon (BFVp), P m. rec. 8. τοῦ τε — 9: ἐλλείπειν] add. Theon (BFVp); m. rec. P. 12. ὅν] om. P. τοῦ] τῷ φ. τῆς  $AB$ ] P; om. Theon (BFVp). 13. ἀναγραφομένον] P; παραβαλλομένον Theon (BFVp). ὁμόλου τῷ ἐλλείμματι] P; ὁμοίων ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων Theon (BFVp). 18. τό  $E$ ] euan. F.

κείμενον τὸ  $EBZH$ , καὶ συμπληρώσθω τὸ  $AH$  παραλληλόγραμμον.

Εἰ μὲν οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ  $AH$  τῷ  $\Gamma$ , γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν· παραβέβληται γὰρ παρὰ τὴν δο-  
 5 θεῖσαν εὐθεΐαν τὴν  $AB$  τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ  $\Gamma$  ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ  $AH$  ἐλλείπον εἶδει παραλληλογράμμῳ τῷ  $HB$  ὁμοίῳ ὄντι τῷ  $\Delta$ . εἰ δὲ οὐ, μείζον ἔστω τὸ  $\Theta E$  τοῦ  $\Gamma$ . ἴσον δὲ τὸ  $\Theta E$  τῷ  $HB$ · μείζον ἄρα καὶ τὸ  $HB$  τοῦ  $\Gamma$ . ὃ δὴ μείζον  
 10 ἐστὶ τὸ  $HB$  τοῦ  $\Gamma$ , ταύτῃ τῇ ὑπεροχῇ ἴσον, τῷ δὲ  $\Delta$  ὁμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ αὐτὸ συνεστάτω τὸ  $KAMN$ . ἀλλὰ τὸ  $\Delta$  τῷ  $HB$  [ἐστίν] ὁμοιον· καὶ τὸ  $KM$  ἄρα τῷ  $HB$  ἐστίν ὁμοιον. ἔστω οὖν ὁμόλογος ἡ μὲν  $KA$  τῇ  $HE$ , ἡ δὲ  $AM$  τῇ  $HZ$ . καὶ  
 15 ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ  $HB$  τοῖς  $\Gamma, KM$ , μείζον ἄρα ἐστὶ τὸ  $HB$  τοῦ  $KM$ · μείζων ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ μὲν  $HE$  τῆς  $KA$ , ἡ δὲ  $HZ$  τῆς  $AM$ . κείσθω τῇ μὲν  $KA$  ἴση ἡ  $H\Xi$ , τῇ δὲ  $AM$  ἴση ἡ  $HO$ , καὶ συμπληρώσθω τὸ  $\Xi H O \Pi$  παραλληλόγραμμον· ἴσον ἄρα καὶ  
 20 ὁμοιόν ἐστὶ [τὸ  $H\Pi$ ] τῷ  $KM$  [ἀλλὰ τὸ  $KM$  τῷ  $HB$  ὁμοιόν ἐστίν]. καὶ τὸ  $H\Pi$  ἄρα τῷ  $HB$  ὁμοιόν ἐστίν· περὶ τὴν αὐτὴν ἄρα διάμετρον ἐστὶ τὸ  $H\Pi$  τῷ  $HB$ . ἔστω αὐτῶν διάμετρος ἡ  $HPB$ , καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα.

1.  $EBZH$ ]  $BEZH$  F? 2. Post παραλληλόγραμμον add. Theon: τὸ δὴ  $AH$  ἥτοι ἴσον ἐστὶ τῷ  $\Gamma$  ἢ μείζον αὐτοῦ διὰ τὸν διορισμόν ( $BVp$ , F mg. m. 1; pro διορισμόν habent  $FV$  διορισμόν; in  $V$  corr. m. 2). 3. ἐστίν P; in F cum τὸ  $AH$  euau. 6.  $AH$ ] euau. F. 8. δέ] δ' F. ἔστω] PF; ἔσται Bp; ἐστὶ V. δὲ τό] δὲ τοῦ B. 9. τῷ] τό B.  $HB$ ]  $H$  supra m. 1 V. δή] δὲ uel δεῖ B; δεῖ p. 12. ἐστίν] om. P. 13.  $KM$ ] inter  $K$  et  $M$  una litt. (ε?) euau. F. 14.  $KA$ ]  $AK$  Bp. 15.  $HB$ ] e corr. m. 1 p. 17.  $KA$ ]  $AK$  Bp.

similiter posita  $EBZH$  [prop. XVIII], et expleatur parallelogrammum  $AH$ . iam si  $AH = \Gamma$ , effectum erit propositum. nam datae rectae  $AB$  datae figurae rectilineae  $\Gamma$  aequale parallelogrammum adplicatum est  $AH$  deficiens figura parallelogramma  $HB$  simili figurae  $\Delta$ . sin minus, sit  $\Theta E > \Gamma$ .<sup>1)</sup> sed  $\Theta E = HB$ . itaque  $HB > \Gamma$ . iam excessui, quo maius est  $HB$  figura  $\Gamma$ , aequale et parallelogrammo  $\Delta$  simile et similiter positum idem construatur  $K\Lambda MN$  [prop. XXV]. sed  $\Delta \sim HB$ . quare etiam  $KM \sim HB$  [prop. XXI]. iam correspondeant inter se  $K\Lambda$ ,  $HE$  et  $\Lambda M$ ,  $HZ$ . et quoniam  $HB = \Gamma + KM$ , erit  $HB > KM$ . quare etiam  $HE > K\Lambda$ ,  $HZ > \Lambda M$ .<sup>2)</sup> ponatur  $H\Xi = K\Lambda$  et  $HO = \Lambda M$ , et expleatur parallelogrammum  $\Xi H O \Pi$ . itaque aequale et simile<sup>3)</sup> est parallelogrammo  $KM$ . quare etiam  $H\Pi \sim HB$  [prop. XXI, cfr. lin. 13]. itaque  $H\Pi$ ,  $HB$  circum eandem diametrum posita sunt [prop. XXVI]. sit eorum diametrus  $H\Pi B$ , et describatur figura [p. 161 not. 1].

1) Ex hypothesi; quare debuit esse  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\alpha\iota$  lin. 8, sed  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\omega$  ferri posse negare non ausim.

2) Nam per prop. 20 erit  $HB : KM = HE^2 : K\Lambda^2 = HZ^2 : \Lambda M^2$ . iam cum  $HB > KM$ , erit  $HE^2 > K\Lambda^2$ ,  $HZ^2 > \Lambda M^2$ , h. e.  $HE > K\Lambda$ ,  $HZ > \Lambda M$ .

3) Quia  $HB \sim KM$ , erit  $\angle OH\Xi = K\Lambda M$ . itaque  $H\Pi$ ,  $KM$  aequiangula sunt. quare et similia sunt (def. 1) et aequalia (prop. 14). cfr. p. 144, 11.

$\tau\tilde{\eta}$  μὲν  $K\Lambda$ ] Bp;  $\tau\tilde{\eta}$   $K\Lambda$  μὲν P F; μὲν  $\tau\tilde{\eta}$   $K\Lambda$  V. 18.  $HO$ ] corr. ex  $H\Theta$  m. rec. P;  $O$  e corr. m. 2 V;  $H\Theta$  F? 20. τὸ  $H\Pi$ ] om. P.  $\tau\tilde{\omega}$ ] e corr. P. ἀλλὰ τὸ  $KM$   $\tau\tilde{\omega}$   $HB$  ὁμοιόν ἐστίν] τὸ  $H\Pi$ . ἀλλὰ τὸ  $KM$   $\tau\tilde{\omega}$   $HB$  ὁμοιόν ἐστὶ supra m. rec. P.  $KM$ ]  $K$  in ras. m. 2 V. 21. ἐστὶ B V p. ἐστὶ BFV, comp. p.

ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ  $BH$  τοῖς  $\Gamma, KM$ , ὧν τὸ  $H\Pi$  τῷ  $KM$  ἐστὶν ἴσον, λοιπὸς ἄρα ὁ  $\Gamma X\Phi$  γνῶμων  
 5 τοῦ  $OB$  ὅλῳ τῷ  $\Xi B$  ἴσον ἐστίν. ἀλλὰ τὸ  $\Xi B$  τῷ  $TE$   
 ἐστὶν ἴσον, ἐπεὶ καὶ πλευρὰ ἡ  $AE$  πλευρᾶ τῇ  $EB$   
 ἐστὶν ἴση· καὶ τὸ  $TE$  ἄρα τῷ  $OB$  ἐστὶν ἴσον. κοινὸν  
 προσκείσθω τὸ  $\Xi\Sigma$ . ὅλον ἄρα τὸ  $T\Sigma$  ὅλῳ τῷ  $\Phi X\Gamma$   
 γνῶμονί ἐστὶν ἴσον. ἀλλ' ὁ  $\Phi X\Gamma$  γνῶμων τῷ  $\Gamma$   
 10 ἐδείχθη ἴσος· καὶ τὸ  $T\Sigma$  ἄρα τῷ  $\Gamma$  ἐστὶν ἴσον.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν τὴν  $AB$  τῷ  
 δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ  $\Gamma$  ἴσον παραλληλόγραμμον  
 παραβέβληται τὸ  $\Sigma T$  ἐλλείπον εἶδει παραλληλογράμμῳ  
 τῷ  $\Pi B$  ὁμοίῳ ὄντι τῷ  $\Delta$  [ἐπειδὴπερ τὸ  $\Pi B$  τῷ  $H\Pi$   
 15 ὁμοιόν ἐστίν]· ὅπερ εἶδει ποιῆσαι.

καθ'.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι  
 εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παρα-  
 βαλεῖν ὑπερβάλλον εἶδει παραλληλογράμμῳ  
 20 ὁμοίῳ τῷ δοθέντι.

Ἐστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ  $AB$ , τὸ δὲ δοθὲν  
 εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ ἴσον παρὰ τὴν  $AB$  παραβαλεῖν,  
 τὸ  $\Gamma$ , ᾧ δὲ δεῖ ὁμοιον ὑπερβάλλειν, τὸ  $\Delta$ . δεῖ δὴ  
 παρὰ τὴν  $AB$  εὐθεῖαν τῷ  $\Gamma$  εὐθυγράμμῳ ἴσον παρα-  
 25 ληλόγραμμον παραβαλεῖν ὑπερβάλλον εἶδει παραλληλο-  
 γράμμῳ ὁμοίῳ τῷ  $\Delta$ .

1.  $BH$ ] in ras. m. 2  $V$ ;  $HB$  p. 2. ἴσον ἐστίν p. λοι-  
 πόν P, corr. m. rec.  $\Gamma X\Phi$ ]  $\Gamma\Phi X$  P V. 3. ἐστὶν ἴσος F.  
 ἐστίν] ἐστὶ V, comp. p. ἐστὶ] ἐστίν P. 5.  $OB$ ] euan. F.  
 6. ἴσον ἐστίν B. Ante ἐπεὶ add. φ: ἐπὶ. 7.  $OB$ ] O in

iam quoniam  $BH = \Gamma + KM$ , quorum  $H\Pi = KM$ , erit etiam  $\Upsilon X\Phi = \Gamma$ . et quoniam  $OP = \Xi\Sigma$  [I, 43], commune adiciatur  $\Pi B$ . itaque  $OB = \Xi B$ . sed  $\Xi B = TE$ , quoniam  $AE = EB$  [prop. I]. quare etiam  $TE = OB$ . commune adiciatur  $\Xi\Sigma$ . itaque  $T\Sigma = \Phi X\Upsilon$ . sed demonstratum est, esse  $\Phi X\Upsilon = \Gamma$ . quare etiam  $T\Sigma = \Gamma$ .

Ergo datae rectae  $AB$  datae figurae rectilineae  $\Gamma$  aequale parallelogrammum adplicatum est  $\Sigma T$  deficiens figura parallelogramma  $\Pi B$ , quae figurae  $\Delta$  similis est<sup>1)</sup>; quod oportebat fieri.

## XXIX.

Datae rectae datae figurae rectilineae aequale parallelogrammum adplicare excedens figura parallelogramma simili datae.

Sit data recta  $AB$ , data autem figura rectilinea, cui aequalem figuram rectae  $AB$  adplicare oportet, sit  $\Gamma$ , ea autem, cui similem figuram excedere oportet, sit  $\Delta$ . oportet igitur rectae  $AB$  figurae rectilineae  $\Gamma$  aequale parallelogrammum adplicare excedens figura parallelogramma simili figurae  $\Delta$ .

1) Nam  $\Pi B \sim HB$  (prop. 24)  $\sim \Delta$ . uerba ἐπειδήπερ — ἔστιν, ubi sine causa de  $H\Pi$  mentio iniicitur, spuria sunt. alia res est p. 170, 7.

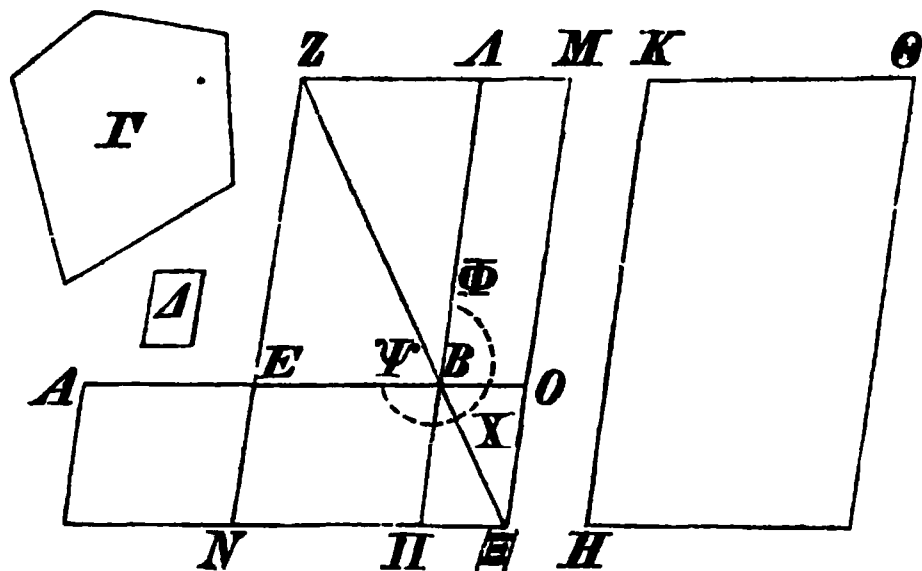
ras. m. 2 V. 8.  $T\Sigma]$   $TB$  corr. ex  $T\Gamma$  m. 1 p. 9. ἄλλὰ Bp.  
10.  $T\Sigma]$   $A\Pi$  P. 11. ἄρα] om. F. 13. Supra  $\Sigma T$  ras.  
est in V. 14.  $\tau\tilde{\omega}]$  (tert.) postea insert. m. 1 F. 16.  $\kappa\theta']$   
 $\lambda\gamma'$  p et F, corr. m. rec. 18. παραλληλόγραμμον] παραλληλο-  
sustulit resarcinatio in F. 22.  $\delta\epsilon\iota]$   $\delta\eta$  F p. 23. ὑπερβαλεῖν F.  
 $\delta\epsilon\iota$   $\delta\eta]$  sustulit lac. pergameni F. 24.  $\pi\alpha\rho\acute{\alpha}$  —  $\epsilon\upsilon\theta\upsilon\gamma\rho\acute{\alpha}\mu\mu\omega]$   
mg: m. 1 F.  $\iota\sigma\omicron\nu]$  in ras. F.

Τετμήσθω ἡ  $AB$  δίχα κατὰ τὸ  $E$ , καὶ ἀναγε-  
 γράφθω ἀπὸ τῆς  $EB$  τῷ  $\Delta$  ὅμοιον καὶ ὁμοίως κεί-  
 μενον παραλληλόγραμμον τὸ  $BZ$ , καὶ συναμφοτέροις  
 5 κείμενον τὸ αὐτὸ συνεστάτω τὸ  $H\Theta$ . ὁμόλογος δὲ  
 ἔστω ἡ μὲν  $K\Theta$  τῇ  $Z\Delta$ , ἡ δὲ  $KH$  τῇ  $ZE$ . καὶ  
 ἐπεὶ μείζον ἐστὶ τὸ  $H\Theta$  τοῦ  $ZB$ , μείζων ἄρα ἐστὶ  
 καὶ ἡ μὲν  $K\Theta$  τῆς  $Z\Delta$ , ἡ δὲ  $KH$  τῆς  $ZE$ . ἐκβεβλή-  
 σθωσαν αἱ  $Z\Delta$ ,  $ZE$ , καὶ τῇ μὲν  $K\Theta$  ἴση ἔστω ἡ  
 10  $Z\Delta M$ , τῇ δὲ  $KH$  ἴση ἡ  $ZEN$ , καὶ συμπεπληρώσθω  
 τὸ  $MN$ . τὸ  $MN$  ἄρα τῷ  $H\Theta$  ἴσον τέ ἐστὶ καὶ ὅμοιον.  
 ἀλλὰ τὸ  $H\Theta$  τῷ  $E\Delta$  ἐστὶν ὅμοιον· καὶ τὸ  $MN$  ἄρα  
 τῷ  $E\Delta$  ὁμοιόν ἐστίν· περὶ τὴν αὐτὴν ἄρα διάμετρόν  
 ἐστὶ τὸ  $E\Delta$  τῷ  $MN$ . ἤχθω αὐτῶν διάμετρος ἡ  $Z\Xi$ ,  
 15 καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα.

Ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ  $H\Theta$  τοῖς  $E\Delta$ ,  $\Gamma$ , ἀλλὰ τὸ  $H\Theta$   
 τῷ  $MN$  ἴσον ἐστίν, καὶ τὸ  $MN$  ἄρα τοῖς  $E\Delta$ ,  $\Gamma$   
 ἴσον ἐστίν. κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ  $E\Delta$ . λοιπὸς ἄρα  
 ὁ  $\Psi X \Phi$  γνώμων τῷ  $\Gamma$  ἐστὶν ἴσος. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν  
 20 ἡ  $AE$  τῇ  $EB$ , ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ  $AN$  τῷ  $NB$ , τουτέστι  
 τῷ  $AO$ . κοινὸν προσκείσθω τὸ  $E\Xi$ . ὅλον ἄρα τὸ

3.  $BZ$ ] corr. ex  $HZ$  m. 2 V. 4.  $BZ$ ,  $\Gamma$ ]  $Z$  et  $\Gamma$  e  
 corr. p;  $HZ$ ,  $\Gamma$  V.  $\Delta$ ] e corr. F. 5.  $H\Theta$ ] PF;  $H\Theta$ .  
 ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ  $H\Theta$  τῷ  $ZB$  Bp, V mg. m. 2. 6.  $ZE$ ]  $EZ$  F.  
 8.  $K\Theta$ ]  $\Theta K$  F. 10.  $KH$ ] corr. ex  $KB$  m. rec. P.  
 11.  $τε$ ] om. V. ἐστὶν P. 12.  $τό$ ] (alt.) τῷ F, sed corr. 13.  
 $E\Delta$ ]  $\Delta$  F. ἐστὶν ὅμοιον V. ἐστὶν] P, comp. p; ἐστὶ BFV.  
 14. ἐστὶ] supra F. αὐτῶν] αὐτῶν ἡ V. 16. ἐπεὶ οὖν FV.  
 $τό$ ] (prius) τῷ F. 17. ἐστὶ PBV, comp. p. 18. ἐστὶ BV,  
 comp. p.  $E\Delta$ ] mutat. in  $\Theta\Delta$  m. 1 F. 20.  $AE$ ] in ras.  
 m. 2 V. τουτέστιν P; comp. p. 21.  $AO$ ] O e corr. m. 1 F.

secetur  $AB$  in duas partes aequales in puncto  $E$ ,  
et in  $EB$  figurae  $\triangle$  simile et similiter positum con-  
struatur parallelogrammum  $BZ$ , et  $BZ + \Gamma$  magni-



tudini aequale, parallelogrammo  $\triangle$  autem simile et similiter positum idem construatur  $H^\Theta$  [prop. XXV]. correspondeant<sup>1)</sup> autem  $K^\Theta$ ,  $Z\Lambda$  et  $KH$ ,  $ZE$ . et quoniam  $H^\Theta > ZB$ , erit etiam  $K^\Theta > Z\Lambda$  et  $KH > ZE$  [p. 165 not. 2]. producantur  $Z\Lambda$ ,  $ZE$ , et sit

$$ZAM = K\Theta, ZEN = KH,$$

et expleatur parallelogrammum  $MN$ . itaque  $MN$  et  
aequale et simile est parallelogrammo  $H\Theta$  [p. 165  
not. 3]. sed  $H\Theta \sim EA$ . quare etiam  $MN \sim EA$   
[prop. XXI]. itaque circum eandem diametrum posita  
sunt  $EA$ ,  $MN$  [prop. XXVI]. ducatur eorum dia-  
metrus  $Z\Xi$ , et describatur figura.

iam quoniam  $H\Theta = EA + \Gamma$  et  $H\Theta = MN$ , erit etiam  $MN = EA + \Gamma$ . subtrahatur, quod commune est,  $EA$ . itaque est  $\Psi X\Phi = \Gamma$ . et quoniam  $AE = EB$ , erit  $AN = NB = AO$  [I, 43]. commune adiiciatur

1) Sc. in  $\Theta H$ ,  $EA$  parallelogrammis, quae figurae  $\Delta$  similia sunt; unde etiam inter se similia sunt (prop. 21).

$A\Xi$  ἴσον ἐστὶ τῷ  $\Phi X\Psi$  γνώμονι. ἀλλὰ ὁ  $\Phi X\Psi$  γνώμων τῷ  $\Gamma$  ἴσος ἐστίν· καὶ τὸ  $A\Xi$  ἄρα τῷ  $\Gamma$  ἴσον ἐστίν.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν τὴν  $AB$  τῷ  
5 δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ  $\Gamma$  ἴσον παραλληλόγραμμον  
παραβέβληται τὸ  $A\Xi$  ὑπερβάλλον εἶδει παραλληλο-  
γράμμῳ τῷ  $\Pi O$  ὁμοίῳ ὄντι τῷ  $\Delta$ , ἐπεὶ καὶ τῷ  $E\Delta$   
ἐστὶν ὁμοιον τὸ  $O\Pi$ · ὅπερ εἶδει ποιῆσαι.

λ'.

10 Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην ἄκρον  
καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

Ἐστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ  $AB$ · δεῖ  
δὴ τὴν  $AB$  εὐθεῖαν ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

Ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς  $AB$  τετράγωνον τὸ  $B\Gamma$ ,  
15 καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν  $A\Gamma$  τῷ  $B\Gamma$  ἴσον παρ-  
αλληλόγραμμον τὸ  $\Gamma\Delta$  ὑπερβάλλον εἶδει τῷ  $A\Delta$   
ὁμοίῳ τῷ  $B\Gamma$ .

Τετράγωνον δὲ ἐστὶ τὸ  $B\Gamma$ · τετράγωνον ἄρα ἐστὶ  
καὶ τὸ  $A\Delta$ . καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ  $B\Gamma$  τῷ  $\Gamma\Delta$ ,  
20 κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ  $\Gamma E$ · λοιπὸν ἄρα τὸ  $BZ$  λοιπῷ  
τῷ  $A\Delta$  ἐστὶν ἴσον. ἐστὶ δὲ αὐτῷ καὶ ἰσογώνιον·  
τῶν  $BZ$ ,  $A\Delta$  ἄρα ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ  
περὶ τὰς ἴσας γωνίας· ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ  $ZE$  πρὸς τὴν  
 $E\Delta$ , οὕτως ἡ  $AE$  πρὸς τὴν  $EB$ . ἴση δὲ ἡ μὲν  $ZE$   
25 τῇ  $AB$ , ἡ δὲ  $E\Delta$  τῇ  $AE$ . ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ  $BA$  πρὸς

1. ἀλλ' F. 2. ἴσος] ἴσον φ (non F). ἐστίν] F, comp. p;  
ἐστὶ P B V. 3. ἐστὶ B. 4. ἄρα] supra comp. F. εὐθεῖαν  
ἐστὶ F. 7. τῷ] (alt.) τό F, et V, corr. m. 2. 9. λδ'] p; F,  
sed corr. m. rec. 11. τεμεῖν] supra scr. ν m. 1 F. 14.  
γὰρ ἀπό F V. Post  $AB$  ras. magna F. 15.  $A\Gamma$ ] corr. ex  
 $AB$  m. 1 F. 20.  $BZ$ ] corr. ex  $B\Gamma$  m. 1 p. 21. τῷ] τό φ

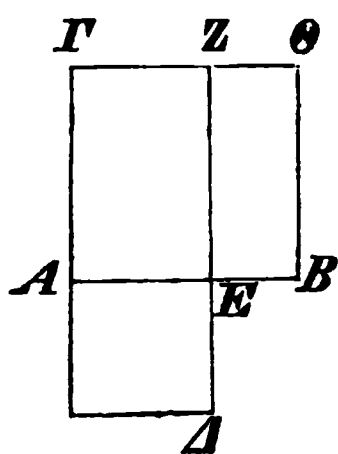


$E\Xi$ . itaque  $A\Xi = \Phi X \Psi$ . sed  $\Phi X \Psi = \Gamma$ . quare etiam  $A\Xi = \Gamma$ .

Ergo datae rectae  $AB$  datae figurae rectilineae  $\Gamma$  aequale adplicatum est parallelogrammum  $A\Xi$  excedens figura parallelogramma  $\Pi O$ , quae similis est figurae  $\Delta$ , quia  $O\Pi \sim E\Delta$  [prop. XXIV]; quod oportebat fieri.

## XXX.

Datam rectam terminatam secundum rationem extremam ac mediam secare.



Sit data recta terminata  $AB$ . oportet igitur rectam  $AB$  secundum extremam ac mediam rationem secare.

describatur enim in  $AB$  quadratum  $B\Gamma$ , et rectae  $A\Gamma$  adplicetur parallelogrammum  $\Gamma\Delta$  quadrato  $B\Gamma$  aequale et excedens figura  $A\Delta$  simili figurae  $B\Gamma$  [prop. XXIX]. quadratum autem est  $B\Gamma$ ; itaque etiam  $A\Delta$  quadratum est. et quoniam  $B\Gamma = \Gamma\Delta$ , subtrahatur, quod commune est,  $\Gamma E$ . quare  $BZ = A\Delta$ . uerum etiam aequiangulum ei est.<sup>1)</sup> quare in parallelogrammis  $BZ$ ,  $A\Delta$  latera aequales angulos comprehendunt in contraria proportione sunt [prop. XIV]. itaque  $ZE : E\Delta = AE : EB$ . sed  $ZE = AB$ <sup>2)</sup> et

1) Nam utrumque rectangulum est.

2) Nam  $ZE = A\Gamma$  (I, 34) et  $A\Gamma = AB$ .

(non F). ἴσον ἐστίν F. 23. τήν] om. BFp. 24.  $AE]$   
 $AB$  φ. τήν] om. BFp.  $ZE$  τῇ  $A\Gamma$ , τουτέστι τῇ  $AB$   
 Theon (BFVp). 25.  $AE]$   $AB$  φ.

τὴν  $AE$ , οὕτως ἡ  $AE$  πρὸς τὴν  $EB$ . μείζων δὲ ἡ  $AB$  τῆς  $AE$ · μείζων ἄρα καὶ ἡ  $AE$  τῆς  $EB$ .

Ἡ ἄρα  $AB$  εὐθεῖα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέ-  
 5 τμηται κατὰ τὸ  $E$ , καὶ τὸ μείζον αὐτῆς τμήμα ἐστὶ  
 τὸ  $AE$ · ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

λα'.

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς  
 τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτείνουσας πλευρᾶς εἶδος  
 ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν πε-  
 10 ριεχουσῶν πλευρῶν εἶδεσι τοῖς ὁμοίοις τε καὶ  
 ὁμοίως ἀναγραφόμενοις.

Ἐστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ  $ABΓ$  ὀρθὴν ἔχον  
 τὴν ὑπὸ  $BAG$  γωνίαν· λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς  $BΓ$   
 εἶδος ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν  $BA$ ,  $AG$  εἶδεσι τοῖς  
 15 ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενοις.

Ἦχθω κάθετος ἡ  $AD$ .

Ἐπεὶ οὖν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ τῷ  $ABΓ$  ἀπὸ  
 τῆς πρὸς τῷ  $A$  ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν  $BΓ$  βάσιν  
 κάθετος ἤκται ἡ  $AD$ , τὰ  $ABΔ$ ,  $ADΓ$  πρὸς τῇ κα-  
 20 θέτῳ τρίγωνῳ ὁμοιά ἐστὶ τῷ τε ὅλῳ τῷ  $ABΓ$  καὶ  
 ἀλλήλοις. καὶ ἐπεὶ ὁμοιόν ἐστὶ τὸ  $ABΓ$  τῷ  $ABΔ$ ,  
 ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ  $ΓB$  πρὸς τὴν  $BA$ , οὕτως ἡ  $AB$   
 πρὸς τὴν  $BΔ$ . καὶ ἐπεὶ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογόν εἴ-  
 σιν, ἐστὶν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως τὸ  
 25 ἀπὸ τῆς πρώτης εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τὸ  
 ὁμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον. ὡς ἄρα ἡ  $ΓB$

XXXI. Proclus p. 426, 14.

4. κατὰ] κα p. καὶ τό] καί p. ἐστὶν P, comp. p. 5.  
 τό] ἡ P. Sequitur alia demonstratio, u. app. 6. λα'] non  
 liquet in F; om. p. 10. εἶδεσιν PB. τε] om. BFVp.

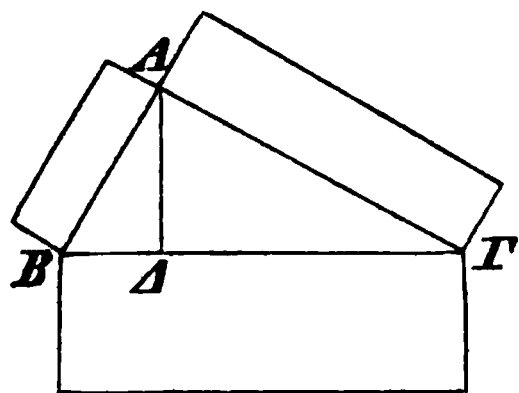
$EA = AE$ . itaque  $BA : AE = AE : EB$ . sed  $AB > AE$ . quare etiam [V, 14]  $AE > EB$ .

Ergo recta  $AB$  secundum extremam ac mediam rationem secta est in  $E$  [def. 3], et maior eius pars est  $AE$ ; quod oportebat fieri.

## XXXI.

In triangulis rectangulis figura descripta in latere sub recto angulo subtendenti aequalis est figuris in lateribus rectum angulum comprehendentibus similibus et similiter descriptis.

Sit triangulus rectangulus  $AB\Gamma$  angulum  $B\Lambda\Gamma$  rectum habens. dico, figuram in  $B\Gamma$  descriptam aequalem esse figuris in  $BA$ ,  $A\Gamma$  similibus et similiter descriptis.



ducatur perpendicularis  $A\Delta$ . iam quoniam in triangulo rectangulo  $AB\Gamma$  ab angulo recto ad  $A$  posito ad basim  $B\Gamma$  perpendicularis ducta est  $A\Delta$ , trianguli  $AB\Delta$ ,  $A\Delta\Gamma$  ad perpendicularem positi et toti  $AB\Gamma$  et inter se similes sunt [prop. VIII]. et quoniam  $AB\Gamma \sim AB\Delta$ , erit [def. 1]  $\Gamma B : BA = AB : B\Delta$ . et quoniam tres rectae proportionales sunt, erit ut prima ad tertiam, ita figura in prima descripta ad figuram in secunda similem et similiter descriptam

13. ὑπὸ τὸ p. 14. εἶδεν P. 15. ὁμοίως] ὁμοίους V.  
 18. τῶ] τὸ FV, sed corr. m. 2. 19.  $A\Delta\Gamma$ ] corr. ex  $A\Delta B$  m.  
 rec. P. ἄρα πρὸς V. 20. ἐστὶν P. 25. τὸ] (alt.) om. F;  
 inser. m. 2, sed euan.

πρὸς τὴν  $ΒΔ$ , οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς  $ΓΒ$  εἶδος πρὸς  
τὸ ἀπὸ τῆς  $ΒΑ$  τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμε-  
νον. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὥς ἡ  $ΒΓ$  πρὸς τὴν  $ΓΔ$ ,  
οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς  $ΒΓ$  εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς  $ΓΑ$ .  
5 ὥστε καὶ ὥς ἡ  $ΒΓ$  πρὸς τὰς  $ΒΔ$ ,  $ΔΓ$ , οὕτως τὸ ἀπὸ  
τῆς  $ΒΓ$  εἶδος πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν  $ΒΑ$ ,  $ΑΓ$  τὰ ὅμοια  
καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενα. ἴση δὲ ἡ  $ΒΓ$  ταῖς  $ΒΔ$ ,  
 $ΔΓ$ . ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς  $ΒΓ$  εἶδος τοῖς ἀπὸ  
τῶν  $ΒΑ$ ,  $ΑΓ$  εἵδεσι τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀνα-  
10 γραφομένοις.

Ἐν ἄρα τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς  
τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτείνουσας πλευρᾶς εἶδος ἴσον  
ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν  
πλευρῶν εἵδεσι τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφο-  
15 μένοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λβ'.

Ἐὰν δύο τρίγωνα συντεθῇ κατὰ μίαν γω-  
νίαν τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἀνά-  
λογον ἔχοντα ὥστε τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλευ-  
20 ρὰς καὶ παραλλήλους εἶναι, αἱ λοιπαὶ τῶν τρι-  
γώνων πλευραὶ ἐπ' εὐθείας ἔσονται.

Ἐστω δύο τρίγωνα τὰ  $ΑΒΓ$ ,  $ΔΓΕ$  τὰς δύο πλευ-  
ρὰς τὰς  $ΒΑ$ ,  $ΑΓ$  ταῖς δυσὶ πλευραῖς ταῖς  $ΔΓ$ ,  $ΔΕ$   
ἀνάλογον ἔχοντα, ὥς μὲν τὴν  $ΑΒ$  πρὸς τὴν  $ΑΓ$ ,  
25 οὕτως τὴν  $ΔΓ$  πρὸς τὴν  $ΔΕ$ , παράλληλον δὲ τὴν

2. ἀναγραφόμενον] -γε- in ras. φ. 4. τὸ ἀπὸ τῆς  $ΓΑ$  — 6:  
εἶδος πρὸς] om. p. 5.  $ΒΔ$ ,  $ΔΓ$ ]  $ΔΒ$ ,  $ΔΓ$  φ. 6. τῶν]  
τῆς φ. 9.  $ΒΑ$ ]  $Α$  e corr. m. 2 V. εἵδεσιν P. ἀναγραφο-  
μένος (sic) P. 11. ἐν ἄρα] in ras. post ras. 3 litt. m. 1 B.  
τριγώνοις] om. p. 13. ἐστι] ταῖς φ. 14. εἵδεσιν P.  
Sequitur alia demonstratio, u. app. 16. λη' F p. 17. συν-

[prop. XIX coroll.]. quare ut  $\Gamma B : B\Delta$ , ita figura in  $\Gamma B$  descripta ad figuram in  $B\Delta$  similem et similiter descriptam: eadem de causa erit etiam ut  $B\Gamma : \Gamma\Delta$ , ita figura in  $B\Gamma$  descripta ad figuram in  $\Gamma\Delta$  descriptam.<sup>1)</sup> quare etiam ut  $B\Gamma : B\Delta + \Delta\Gamma$ , ita figura in  $B\Gamma$  descripta ad figuras in  $B\Delta$  et  $\Delta\Gamma$  similes et similiter descriptas.<sup>2)</sup> sed  $B\Gamma = B\Delta + \Delta\Gamma$ . itaque etiam figura in  $B\Gamma$  descripta aequalis est figuris in  $B\Delta$ ,  $\Delta\Gamma$  similibus et similiter descriptis.<sup>3)</sup>

Ergo in triangulis rectangulis figura descripta in latere sub recto angulo subtendenti aequalis est figuris in lateribus rectum angulum comprehendentibus similibus et similiter descriptis; quod oportebat fieri.

## XXXII.

Si duo trianguli duo latera duobus lateribus proportionalia habentes in uno angulo coniunguntur, ita ut correspondentia latera etiam parallela sint, reliqua latera triangulorum in eadem recta erunt posita.

Sint duo trianguli  $AB\Gamma$ ,  $\Delta\Gamma E$  duo latera  $BA$ ,  $A\Gamma$  duobus lateribus  $\Delta\Gamma$ ,  $\Delta E$  proportionalia habentes, ita ut sit  $AB : A\Gamma = \Delta\Gamma : \Delta E$ , et  $AB$  parallelum

1) Nam  $AB\Gamma \sim A\Delta\Gamma$ . itaque  $B\Gamma : \Gamma\Delta = \Gamma\Delta : \Gamma\Delta$ .

2) Sint figurae in  $B\Gamma$ ,  $A\Gamma$ ,  $AB$  descriptae  $a$ ,  $b$ ,  $c$ . demonstravimus  $B\Gamma : B\Delta = a : c$ ,  $B\Gamma : \Gamma\Delta = a : b$ . itaque

$B\Gamma : a = \Gamma\Delta : b = B\Delta : c$ .  $\Gamma\Delta : B\Delta = b : c$ .

$\Gamma\Delta + B\Delta : B\Delta = b + c : c$ .

$\Gamma\Delta + B\Delta : b + c = B\Delta : c = B\Gamma : a$ .  $B\Gamma : \Gamma\Delta + B\Delta = a : b + c$ .

3) Nam  $B\Gamma : a = \Gamma\Delta + B\Delta : b + c = B\Gamma : b + c$ . quare  $a = b + c$  [V, 9].

τεθῆ] προστεθῆ V, corr. m. 2.

$\Delta\Gamma$ ]  $\Gamma\Delta$  V.  $\Delta E$ ]  $\Gamma E$  P.

e corr. m. 2 V.

20. τοῦ τριγώνου V.

24.  $AB$ ]  $BA$  FV.

$\Delta\Gamma$ ] e corr. m. 2 V.

23.

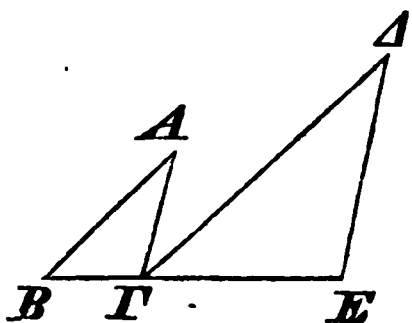
$A\Gamma$ ]  $A$

μὲν  $AB$  τῇ  $\Delta\Gamma$ , τὴν δὲ  $AG$  τῇ  $\Delta E$ . λέγω, ὅτι ἐπ' εὐθείας ἐστὶν ἡ  $B\Gamma$  τῇ  $GE$ .

Ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ  $AB$  τῇ  $\Delta\Gamma$ , καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπίπτωκεν εὐθεῖα ἡ  $AG$ , αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ  $BAG$ ,  $AG\Delta$  ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ  $\Gamma\Delta E$  τῇ ὑπὸ  $AG\Delta$  ἴση ἐστίν. ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ  $BAG$  τῇ ὑπὸ  $\Gamma\Delta E$  ἐστὶν ἴση. καὶ ἐπεὶ δύο τρίγωνά ἐστι τὰ  $AB\Gamma$ ,  $\Delta GE$  μίαν γωνίαν τὴν πρὸς τῷ  $A$  μιᾷ γωνίᾳ τῇ πρὸς τῷ  $\Delta$  ἴσην ἔχοντα, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ὡς τὴν  $BA$  πρὸς τὴν  $AG$ , οὕτως τὴν  $\Gamma\Delta$  πρὸς τὴν  $\Delta E$ , ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ  $AB\Gamma$  τρίγωνον τῷ  $\Delta GE$  τριγώνῳ· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ  $AB\Gamma$  γωνία τῇ ὑπὸ  $\Delta GE$ . ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ  $AG\Delta$  τῇ ὑπὸ  $BAG$  ἴση· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ  $AGE$  δυσὶ ταῖς ὑπὸ  $AB\Gamma$ ,  $BAG$  ἴση ἐστίν. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ  $AGB$ · αἱ ἄρα ὑπὸ  $AGE$ ,  $AGB$  ταῖς ὑπὸ  $BAG$ ,  $AGB$ ,  $GBA$  ἴσαι εἰσὶν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ  $BAG$ ,  $AB\Gamma$ ,  $AGB$  δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν· καὶ αἱ ὑπὸ  $AGE$ ,  $AGB$  ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν. πρὸς δὴ τινὶ εὐθείᾳ τῇ  $AG$  καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ  $\Gamma$  δύο εὐθεῖαι αἱ  $B\Gamma$ ,  $GE$  μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας τὰς ὑπὸ  $AGE$ ,  $AGB$  δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ  $B\Gamma$  τῇ  $GE$ .

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα συντεθῇ κατὰ μίαν γωνίαν

3.  $\Delta\Gamma$ ]  $AG$  φ (non F). 4. αἱ] mutat. in καὶ m. rec. F, καὶ p. 5.  $BAG$ ] " $AB\Gamma$ " F. εἰσὶ V p. 6.  $AG\Delta$ ] " $A'\Gamma\Delta$ " F. ἐστὶν ἴση V. 10. δέ] comp. supra m. 1 F. 11.  $BA$ ]  $AB$  P.  $AG$ ] in ras. m. rec. V,  $\Gamma A$  F. 12. ἐστὶν P.  $\Delta GE$ ] P; " $\Delta'GE$ " F;  $\Gamma\Delta E$  Bp et in ras. m. 2 V. 13.  $\Delta GE$  γωνία V. 14.  $BAG$ ]  $\Gamma A$  supra scr. B m. 1 F. 15. ἴση ἐστὶν] P, V m. 1, comp. p; ἴση ἐστὶ BF; ἴσαι εἰσὶν V m. 2. 17.  $BAG$ ]



lateri  $\Delta\Gamma$ ,  $A\Gamma$  autem lateri  $\Delta E$  parallelum. dico,  $B\Gamma$  et  $\Gamma E$  in eadem recta esse.

nam quoniam  $AB$  rectae  $\Delta\Gamma$  parallela est, et in eas incidit recta  $A\Gamma$ , alterni anguli  $BAG$ ,  $\Gamma\Delta$  aequales sunt [I, 29]. eadem de causa etiam

$\angle \Gamma\Delta E = \Gamma\Delta$ . quare etiam  $\angle BAG = \Gamma\Delta E$ . et quoniam duo trianguli sunt  $AB\Gamma$ ,  $\Delta\Gamma E$  unum angulum, qui ad  $A$  positus est, uni angulo, qui ad  $\Delta$  positus est, aequalem habentes et latera aequales angulos comprehendentia proportionalia,

$BA : A\Gamma = \Gamma\Delta : \Delta E$ , erit  $\triangle AB\Gamma$  triangulo  $\Delta\Gamma E$  aequiangulus [prop. VI]. quare  $\angle AB\Gamma = \Delta\Gamma E$ .

sed demonstratum est, esse etiam  $\angle \Gamma\Delta = BAG$ . quare erit  $\angle \Gamma\Delta E = AB\Gamma + BAG$ . communis adiiciatur  $\angle \Gamma\Delta B$ . itaque

$$\angle \Gamma\Delta E + \angle \Gamma\Delta B = BAG + \angle \Gamma\Delta B + \angle B\Gamma A.$$

- uerum  $BAG + AB\Gamma + \angle \Gamma\Delta B$  duobus rectis aequales sunt. quare etiam  $\angle \Gamma\Delta E + \angle \Gamma\Delta B$  duobus rectis aequales sunt. itaque ad rectam  $A\Gamma$  et punctum eius  $\Gamma$  duae rectae  $B\Gamma$ ,  $\Gamma E$  non ad eandem partem positae angulos deinceps positos  $\angle \Gamma\Delta E$ ,  $\angle \Gamma\Delta B$  duobus rectis aequales efficiunt; itaque  $B\Gamma$  et  $\Gamma E$  in eadem recta sunt [I, 14].

Ergo si duo trianguli duo latera duobus lateribus

P;  $B'A'\Gamma F$ ;  $\Gamma AB$  BVp.  $A\Gamma B$ ]  $AB\Gamma$  P.  $\Gamma BA$ ] supra  
scr. F;  $A\Gamma B$  P. 18.  $\alpha\lambda\lambda'$   $\alpha\lambda$  — 19:  $\epsilon\lambda\sigma\iota\nu$ ] om. P.  $AB\Gamma$ ]  $A\Gamma B$  V.  $A\Gamma B$ ]  $\Gamma BA$  V. 19.  $\epsilon\lambda\sigma\iota$  BVp. 20.  $\epsilon\lambda\sigma\iota$  BV.

τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἀνάλογον ἔχοντα ὥστε τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλευρὰς καὶ παραλλήλους εἶναι, αἱ λοιπαὶ τῶν τριγώνων πλευραὶ ἐπ' εὐθείας ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

λγ'.

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ γωνίαι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς περιφερείαις, ἐφ' ὧν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὥσι βεβηκυῖαι.

10

Ἐστῶσαν ἴσοι κύκλοι οἱ  $AB\Gamma$ ,  $\Delta EZ$ , καὶ πρὸς μὲν τοῖς κέντροις αὐτῶν τοῖς  $H$ ,  $\Theta$  γωνίαι ἔστῶσαν αἱ ὑπὸ  $BH\Gamma$ ,  $E\Theta Z$ , πρὸς δὲ ταῖς περιφερείαις αἱ ὑπὸ  $BA\Gamma$ ,  $E\Delta Z$ . λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ  $B\Gamma$  περιφέρεια πρὸς τὴν  $EZ$  περιφέρειαν, οὕτως ἡ τε ὑπὸ  $BH\Gamma$   
15 γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ  $E\Theta Z$  καὶ ἡ ὑπὸ  $BA\Gamma$  πρὸς τὴν ὑπὸ  $E\Delta Z$ .

15

Κεῖσθῶσαν γὰρ τῇ μὲν  $B\Gamma$  περιφέρειᾳ ἴσαι κατὰ τὸ ἐξῆς ὁσαιδηποτοῦν αἱ  $\Gamma K$ ,  $K\Lambda$ , τῇ δὲ  $EZ$  περιφέρειᾳ ἴσαι ὁσαιδηποτοῦν αἱ  $ZM$ ,  $MN$ , καὶ ἐπέξεύχ-  
20 θῶσαν αἱ  $HK$ ,  $H\Lambda$ ,  $\Theta M$ ,  $\Theta N$ .

Ἐπεὶ οὖν ἴσαι εἰσὶν αἱ  $B\Gamma$ ,  $\Gamma K$ ,  $K\Lambda$  περιφέρειαι

XXXIII. Cfr. Zenodorus ap. Theon. in Ptolem. p. 11 Bas.

3. πλευραί] om. p. 5. λθ' p et F, corr. m. rec. 7. λόγον ἔχουσι V. τὰς περιφερείας, corr. m. 2 V. 8. ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις] mg. m. rec. P. 9. ὥσιν PB. βεβηκυῖαι] post hoc uocabulum add. Theon: ἔτι δὲ καὶ οἱ τομεῖς ἄτε (οἷτε F) πρὸς τοῖς κέντροις συνιστάμενοι (συνεστάμενοι F) (BFVp), P m. rec. 12.  $BH\Gamma$ ] litt.  $H\Gamma$  in ras. F.  $E\Theta Z$ ] E in ras. m. 1 B. 16. Post  $E\Delta Z$  add. Theon: καὶ ἔτι (ἐστι comp. p) ὁ  $HB\Xi\Gamma$  (in ras. m. 2 V,  $HBZ\Gamma$  P et seq. ras. F) τομεὺς πρὸς τὸν  $\Theta EZ$  (in ras. m. 2 V) τομέα (BFVp);

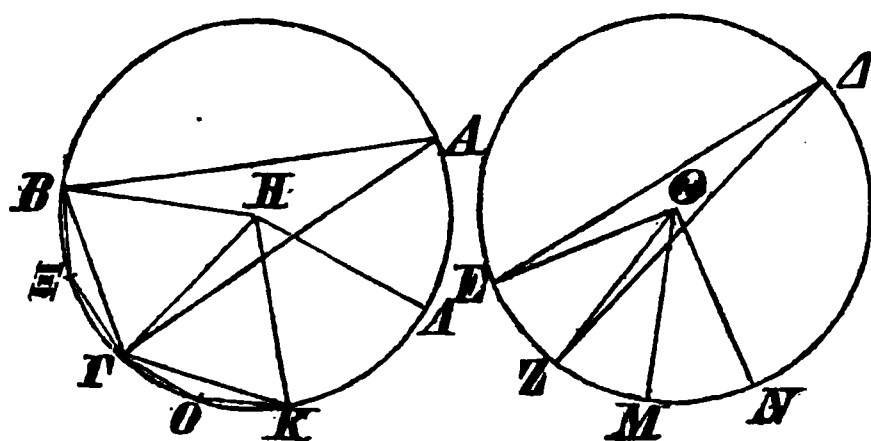


aequalia habentes in uno angulo coniunguntur, ita ut correspondentia latera etiam parallela sint, reliqua latera triangulorum in eadem recta erunt posita; quod erat demonstrandum.

## XXXIII.

In circulis aequalibus anguli eandem habent rationem quam arcus, in quibus consistunt, siue ad centra siue ad ambitus positi sunt.<sup>1)</sup>

Sint aequales circuli  $AB\Gamma$ ,  $\Delta EZ$ , et ad centra eorum  $H$ ,  $\Theta$  positi sint anguli  $BH\Gamma$ ,  $E\Theta Z$ , ad ambitus



autem  $BA\Gamma$ ,  $E\Delta Z$ . dico, esse

arc.  $B\Gamma$  : arc.  $EZ$  =  $\angle BH\Gamma$  :  $E\Theta Z$  =  $BA\Gamma$  :  $E\Delta Z$ .

ponantur enim deinceps arcui  $B\Gamma$  aequales quotlibet arcus  $\Gamma K$ ,  $K\Lambda$ , arcui autem  $EZ$  quotlibet aequales  $ZM$ ,  $MN$ , et ducantur  $HK$ ,  $HA$ ,  $\Theta M$ ,  $\Theta N$ .

iam quoniam arcus  $B\Gamma = \Gamma K = K\Lambda$ , erit etiam

1) De interpolationibus Theonis lin. 9 et lin. 16 cfr. p. 183 not. 1; om. Campanus VI, 32.

ἀλλήλαις, ἴσαι εἰςὶ καὶ αἱ ὑπὸ  $BHG$ ,  $GHK$ ,  $KHA$   
 γωνίαι ἀλλήλαις· ἴσαπλασίων ἄρα ἐστὶν ἡ  $BA$  περι-  
 φέρεια τῆς  $BΓ$ , τοσανταπλασίων ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ  $BHA$   
 γωνία τῆς ὑπὸ  $BHG$ . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁσαπλα-  
 5 σίων ἐστὶν ἡ  $NE$  περιφέρεια τῆς  $EZ$ , τοσανταπλασίων  
 ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ  $NE$  γωνία τῆς ὑπὸ  $EΘZ$ . εἰ ἄρα  
 ἴση ἐστὶν ἡ  $BA$  περιφέρεια τῇ  $EN$  περιφερείᾳ, ἴση  
 ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ  $BHA$  τῇ ὑπὸ  $EN$ , καὶ εἰ  
 μείζων ἐστὶν ἡ  $BA$  περιφέρεια τῆς  $EN$  περιφερείας,  
 10 μείζων ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ  $BHA$  γωνία τῆς ὑπὸ  $EN$ ,  
 καὶ εἰ ἐλάσσων, ἐλάσσων. τεσσάρων δὴ ὄντων μεγε-  
 θῶν, δύο μὲν περιφερειῶν τῶν  $BΓ$ ,  $EZ$ , δύο δὲ γω-  
 νιῶν τῶν ὑπὸ  $BHG$ ,  $EΘZ$ , εἴληπται τῆς μὲν  $BΓ$   
 περιφερείας καὶ τῆς ὑπὸ  $BHG$  γωνίας ἰσάκεις πολλα-  
 15 πλασίων ἢ τε  $BA$  περιφέρεια καὶ ἡ ὑπὸ  $BHA$  γω-  
 νία, τῆς δὲ  $EZ$  περιφερείας καὶ τῆς ὑπὸ  $EΘZ$  γω-  
 νίας ἢ τε  $EN$  περιφέρεια καὶ ἡ ὑπὸ  $EN$  γωνία.  
 καὶ δέδεικται, ὅτι εἰ ὑπερέχει ἡ  $BA$  περιφέρεια τῆς  
 $EN$  περιφερείας, ὑπερέχει καὶ ἡ ὑπὸ  $BHA$  γωνία  
 20 τῆς ὑπὸ  $EN$  γωνίας, καὶ εἰ ἴση, ἴση, καὶ εἰ ἐλάσσων,  
 ἐλάσσων. ἔστιν ἄρα, ὥς ἡ  $BΓ$  περιφέρεια πρὸς τὴν  
 $EZ$ , οὕτως ἡ ὑπὸ  $BHG$  γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ  $EΘZ$ .  
 ἀλλ' ὥς ἡ ὑπὸ  $BHG$  γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ  $EΘZ$ ,  
 οὕτως ἡ ὑπὸ  $BAG$  πρὸς τὴν ὑπὸ  $EΔZ$ . διπλασία  
 25 γὰρ ἑκατέρωθεν. καὶ ὥς ἄρα ἡ  $BΓ$  περιφέρεια πρὸς  
 τὴν  $EZ$  περιφέρειαν, οὕτως ἡ τε ὑπὸ  $BHG$  γωνία  
 πρὸς τὴν ὑπὸ  $EΘZ$  καὶ ἡ ὑπὸ  $BAG$  πρὸς τὴν  
 ὑπὸ  $EΔZ$ .

1. ἴσαι ἀλλήλαις PV; in P ἴσαι del. m. rec. εἰσὶν PBF.

2.  $BA$ ]  $A$  eras. F. 3. ἐστὶν P. 5. ἐστὶ F. 6. ὑπὸ  
 $EΘZ$ ]  $EΘZ$  BFP. 8. ἐστὶν P. εἰ] in ras. P. 10. ἐστὶν P.

$\angle BH\Gamma = \Gamma HK = KHA$  [III, 27]. itaque quoties multiplex est  $BA$  arcus  $B\Gamma$ , toties multiplex est etiam  $\angle BHA$  anguli  $BH\Gamma$ . eadem de causa quoties multiplex est  $NE$  arcus  $EZ$ , toties multiplex est etiam  $\angle NOE$  anguli  $EOZ$ . iam si  $BA = EN$ , erit etiam  $\angle BHA = EON$ , et si  $BA > EN$ , erit etiam  $\angle BHA > EON$ , et si  $BA < EN$ , erit

$$\angle BHA < EON.$$

ergo datis quattuor magnitudinibus, duobus arcibus  $B\Gamma$ ,  $EZ$  et duobus angulis  $BH\Gamma$ ,  $EOZ$ , sumpti sunt arcus  $B\Gamma$  et anguli  $BH\Gamma$  aequae multiplices arcus  $BA$  et angulus  $BHA$ , arcus autem  $EZ$  et anguli  $EOZ$  arcus  $EN$  et angulus  $EON$ . et demonstratum est, si arcus  $BA$  arcum  $EN$  superet, etiam  $\angle BHA$  angulum  $EON$  superare, et si aequalis sit, aequalem esse, et si minor, minorem. itaque [V def. 5] erit  $\text{arc. } B\Gamma : \text{arc. } EZ = \angle BH\Gamma : EOZ$ . sed

$$\angle BH\Gamma : EOZ = \angle B\Gamma A : EAZ \text{ [V, 15];}$$

nam uterque utroque duplo maior est [III, 20]. quare etiam

$$\text{arc. } B\Gamma : \text{arc. } EZ = \angle BH\Gamma : EOZ = B\Gamma A : EAZ.$$

11. ἐλάττων ἐλάττων F. 12. μέν] supra F. δέ] supra F.  
 13.  $EOZ$ ]  $OEZ$  F. 17. γωνία] add. m. 2 F. 20. γωνίας]  
 P; om. Theon (BFVp). ἐλάττων F. 21. ἐλάσσων] comp. F.  
 ἡ] om. V. 22.  $BH\Gamma$ ]  $\Gamma$  add. m. 2 V. 24. διπλασίων V.  
 25. γάρ ἐστιν Bp. 27. ὑπὸ  $EOZ$ ]  $EOZ$  P. ὑπό] ὑ-  
 supra m. 1 P.

Ἐν ἄρα τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ γωνίαι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς περιφερείαις, ἐφ' ὧν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὥσι βεβηκυῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

- 
1. Ἐν] inter ε et ν ras. 1 litt. V; ἐ seq. ras. 2 litt. F.  
 2. βεβήκασιν p. 3. ἐάν τε — 4: βεβηκυῖαι] καὶ τὰ ἐξῆς p.  
 3. κέντροις] κύκλοις B. τὰς περιφερείας V. 4. ὥσιν B. In  
 fine libri Εὐκλείδου στοιχείων 5' PB, Εὐκλείδου στοιχείων  
 τῆς Θέωνος ἐκδόσεως 5' F.
-

Ergo in circulis aequalibus anguli eandem habent rationem quam arcus, in quibus consistunt, siue ad centra siue ad ambitus positi sunt; quod erat demonstrandum.<sup>1)</sup>

---

1) Sequitur additamentum Theonis in BFVp, de quo ipse profitetur comm. in Ptolemaeum I p. 201 ed. Halma = p. 50 ed. Basil.; om. P.m. 1 (add. manus recens in mg.) et Campanus; huc pertinent etiam additamenta p. 178, 9 et 16. demonstratio u. in app.

---

ζ'.

Ὅροι.

α'. Μονάς ἐστίν, καθ' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἐν λέγεται.

β'. Ἀριθμὶς δὲ τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον  
5 πλῆθος.

γ'. Μέρος ἐστὶν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸν μείζονα.

δ'. Μέρη δέ, ὅταν μὴ καταμετρῇ.

ε'. Πολλαπλάσιος δὲ ὁ μείζων τοῦ ἐλάσσονος,  
10 ὅταν καταμετρῇται ὑπὸ τοῦ ἐλάσσονος.

ς'. Ἄρτιος ἀριθμὸς ἐστίν ὁ δίχα διαιρούμενος.

ζ'. Περισσὸς δὲ ὁ μὴ διαιρούμενος δίχα ἢ [ὁ] μονάδι διαφέρων ἀρτίου ἀριθμοῦ.

η'. Ἀρτιάκισ ἄρτιος ἀριθμὸς ἐστίν ὁ ὑπὸ  
15 ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν.

θ'. Ἀρτιάκισ δὲ περισσὸς ἐστίν ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ περισσὸν ἀριθμόν.

---

Def. 3—5: Psellus p. 7. 6—7: Martianus Capella VII, 748.  
8. Iamblichus in Nicom. p. 27. Philop. in Nicom. ed. Hoche  
1864 p. 16. 9. Iamblichus p. 31.

---

1. Ὅροι] om. PB. numeros om. codd. 2. ἐστι PBFp.  
ἣν] ὁ BFV. 10. ἐλάττονος V. 12. ὁ] om. P. 14. προσ-  
υπακουστέον· μόνον P mg. m. 1. 16. ἐστίν] ἀριθμὸς ἐστίν P,  
ἐστίν ἀριθμὸς p. κἀνταῦθα προσυπακουστέον· μόνον mg. m. 1 P.  
τοῦ ἀρτίου deleteo τοῦ V.

## VII.

### Definitiones.

1. Unitas est ea, secundum quam unaquaeque res una nominatur.

2. Numerus autem est multitudo ex unitatibus composita.

3. Pars est minor numerus maioris, ubi maiorem metitur.

4. Partes autem, ubi non metitur.

5. Multiplex autem maior minoris, ubi minor eum metitur.

6. Par numerus est, qui in duas partes aequales diuiditur.

7. Impar autem, qui in duas partes aequales non diuiditur, siue qui unitate differt a pari numero.

8. Pariter par est numerus, quem par numerus secundum parem numerum metitur.<sup>1)</sup>

9. Pariter autem impar est, quem par numerus secundum imparem numerum metitur.<sup>2)</sup>

---

1) Def. 8 scriptor nescio quis, qui Philoponi commentarium in Nicomachum retractavit, apud Hoche Philop. 1865 p. V in quibusdam ἀντιγραφοῖς ita inuenit expressam: ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστιν ἀριθμός ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ κατὰ ἄρτιον ἀριθμὸν μόνως μετρούμενος, de qua scriptura falsa u. Studien p. 200.

2) De def. ι' interpolata u. Studien p. 198 sq.; om. ed Basil. et Gregorius.

[ι'. Περισσάκεις ἄρτιός ἐστιν ὁ ὑπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν].

ια'. Περισσάκεις δὲ περισσὸς ἀριθμός ἐστιν ὁ ὑπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ περισσὸν  
5 ἀριθμόν.

ιβ'. Πρῶτος ἀριθμός ἐστιν ὁ μονάδι μόνη μετρούμενος.

ιγ'. Πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν οἱ μονάδι μόνη μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ.

10 ιδ'. Σύνθετος ἀριθμός ἐστιν ὁ ἀριθμῷ τινι μετρούμενος.

ιε'. Σύνθετοι δὲ πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν οἱ ἀριθμῷ τινι μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ.

ις'. Ἀριθμὸς ἀριθμὸν πολλαπλασιάζειν λέγε-  
15 ται, ὅταν, ὅσαι εἰσὶν ἐν αὐτῷ μονάδες, τοσαυτάκις συντεθῇ ὁ πολλαπλασιαζόμενος, καὶ γένηται τις.

ιζ'. Ὅταν δὲ δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλή-  
λους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος ἐπίπεδος καλεῖται,  
πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους  
20 ἀριθμοί.

ιη'. Ὅταν δὲ τρεῖς ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος στερεός ἐστιν, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ἀριθμοί.

---

12. Iamblichus p. 42. Martianus Capella VII, 751. Philop. in anal. post. fol. 15<sup>v</sup>. 13. Alexander Aphrod. in anal. pr. fol. 87. Martianus Capella VII, 751. Philop. in anal. post. fol. 15<sup>v</sup>. 14. Philop. in anal. post. fol. 15<sup>v</sup>. 16—17. Psellus p. 6. 18—20. Psellus p. 7.

---

1. δὲ ἄρτιος P, litt. ἄρτ- in ras. ἄρτιος ἀριθμός p. προσ-  
υπακουστέον· καὶ κατὰ ἄρτιον mg. m. 1 P. 3. ἀριθμός]



10. Impariter autem impar numerus est, quem impar numerus secundum imparem numerum metitur.

11. Primus numerus est, quem unitas sola metitur.

12. Primi inter se numeri sunt, quos unitas sola communis mensura metitur.

13. Compositus numerus est, quem numerus aliquis metitur.

14. Compositi inter se numeri sunt, quos numerus aliquis communis mensura metitur.

15. Numerus numerum multiplicare dicitur, ubi quot sunt in eo unitates, toties componitur numerus multiplicatus, et oritur aliquis numerus.

16. Ubi autem duo numeri inter se multiplicantes numerum aliquem efficiunt, numerus inde ortus planus uocatur, latera autem eius numeri inter se multiplicantes.

17. Ubi autem tres numeri inter se multiplicantes numerum aliquem efficiunt, numerus inde ortus solidus est, latera autem eius numeri inter se multiplicantes.

18. Quadratus numerus est aequaliter aequalis, siue qui duobus aequalibus numeris comprehenditur.

om. V. 8. δὲ πρὸς P. 14. πολυπλασιάζειν PBp. 16. πολλαπλασιαζόμενος] -ζόμενος e corr. m. 2 p. 18. ποιῶσιν PB. 22. ποιῶσιν B. ἐστίν] F, comp. p; ἐστι P, Psellus; καλεῖται BV. 23. Supra οἱ in P m. rec. δύο.

ιθ'. Τετράγωνος ἀριθμός ἐστὶν ὁ ἰσάκῃς ἴσος ἢ [ὁ] ὑπὸ δύο ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος.

κ'. Κύβος δὲ ὁ ἰσάκῃς ἴσος ἰσάκῃς ἢ [ὁ] ὑπο τριῶν ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος.

5 κα'. Ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν, ὅταν ὁ πρῶτος τοῦ δευτέρου καὶ ὁ τρίτος τοῦ τετάρτου ἰσάκῃς ἢ πολλαπλάσιος ἢ τὸ αὐτὸ μέρος ἢ τὰ αὐτὰ μέρη ᾧσιν.

κβ'. Ὅμοιοι ἐπίπεδοι καὶ στερεοὶ ἀριθμοὶ εἰσιν οἱ ἀνάλογον ἔχοντες τὰς πλευράς.

10 κγ'. Τέλειος ἀριθμός ἐστὶν ὁ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἴσος ὢν.

α'.

Δύο ἀριθμῶν ἀνίσων ἐκκειμένων, ἀνθυφαιρουμένου δὲ ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ  
15 μείζονος, ἐὰν ὁ λειπόμενος μηδέποτε καταμετρῇ τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, ἕως οὗ λειφθῇ μονάς, οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Δύο γὰρ [ἀνίσων] ἀριθμῶν τῶν  $AB, \Gamma\Delta$  ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος ο  
20 λειπόμενος μηδέποτε καταμετρεῖται τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, ἕως οὗ λειφθῇ μονάς· λέγω, ὅτι οἱ  $AB, \Gamma\Delta$  πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, τουτέστιν ὅτι τοὺς  $AB, \Gamma\Delta$  μονὰς μόνη μετρεῖ.

25 Εἰ γὰρ μὴ εἰσιν οἱ  $AB, \Gamma\Delta$  πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμός. μετρεῖται, καὶ

23. Martianus Capella VII, 753.

2. ὁ] om. PB. 3. ὁ] om. P. 4. ἴσων] om. P; mg. m. 1 V, supra m. 2 B; hab. Psellus, Fr. ἀριθμῶν ἴσων P.  
6. Ante ἰσάκῃς in F add. ἢ; idem V supra scr. m. 1. 10.

19. Cubus autem est aequaliter aequalis aequaliter, siue qui tribus aequalibus numeris comprehenditur.

20. Numeri proportionales sunt, ubi primus secundi et tertius quarti aut aequae multiplex est aut eadem pars aut eadem partes.

21. Similes numeri plani et solidi sunt, qui latera proportionalia habent.

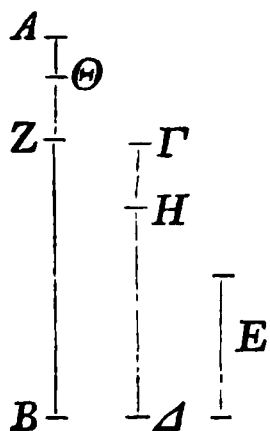
22. Perfectus numerus est, qui partibus suis aequalis est.

## I.

Datis duobus numeris inaequalibus et minore semper uicissim a maiore subtracto, si reliquus nunquam proxime antecedentem metitur, donec relinquitur unitas, numeri ab initio dati primi erunt inter se.

Nam duorum numerorum  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  minore semper uicissim a maiore subtracto reliquus ne metiatur unquam proxime antecedentem, donec relinquitur unitas. dico, numeros  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  inter se primos esse, hoc est, unitatem solam numeros  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  metiri.

nam si  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  inter se primi non erunt, aliquis numerus eos metietur. metiatur et sit  $E$ . et  $\Gamma\Delta$



ἐαυτοῦ] αὐτοῖς V, corr. in αὐτοῦ m. 2.

12. α'] om. V.

13. δύο] P; ἐὰν δύο Theon (BFVp).

ἐκκειμένων] ἐκ-

eras. F. ἀνθυφαιρομένου V; corr. m. 2.

14. δέ] P; om.

Theon (BFVp). 15. ἐάν] P; om. Theon (BFVp). Post

λειπόμενος ras. 2 litt. V. 16. ληφθῇ V. 19. ἀνίσων] om. P.

τῶν] τῷ F, ν add. m. 2. ἀνθυφαιρομένου F. 21. πρό] su-

pra m. 2 V. 22. ληφθῇ V. 23. εἰσί Vp. 26. ἀριθμὸς αὐ-

τούς F. μετρήτω P, corr. m. rec.

ἔστω ὁ  $E$ · καὶ ὁ μὲν  $\Gamma\Delta$  τὸν  $BZ$  μετρῶν λειπέτω  
 ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν  $ZA$ , ὁ δὲ  $AZ$  τὸν  $\Delta H$  μετρῶν  
 λειπέτω ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν  $H\Gamma$ , ὁ δὲ  $H\Gamma$  τὸν  $Z\Theta$   
 μετρῶν λειπέτω μονάδα τὴν  $\Theta A$ .

- 5 Ἐπεὶ οὖν ὁ  $E$  τὸν  $\Gamma\Delta$  μετρεῖ, ὁ δὲ  $\Gamma\Delta$  τὸν  $BZ$   
 μετρεῖ, καὶ ὁ  $E$  ἄρα τὸν  $BZ$  μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ  
 ὅλον τὸν  $BA$ · καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν  $AZ$  μετρήσει.  
 ὁ δὲ  $AZ$  τὸν  $\Delta H$  μετρεῖ· καὶ ὁ  $E$  ἄρα τὸν  $\Delta H$   
 μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν  $\Delta\Gamma$ · καὶ λοιπὸν ἄρα  
 10 τὸν  $\Gamma H$  μετρήσει. ὁ δὲ  $\Gamma H$  τὸν  $Z\Theta$  μετρεῖ· καὶ ὁ  
 $E$  ἄρα τὸν  $Z\Theta$  μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν  $ZA$ ·  
 καὶ λοιπὴν ἄρα τὴν  $A\Theta$  μονάδα μετρήσει ἀριθμὸς  
 ὧν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$   
 ἀριθμοὺς μετρήσει τις ἀριθμός· οἱ  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  ἄρα  
 15 πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

β'.

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς  
 ἀλλήλους τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον  
 εὑρεῖν.

- 20 Ἔστωσαν οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ μὴ πρῶτοι  
 πρὸς ἀλλήλους οἱ  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ . δεῖ δὴ τῶν  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$   
 τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

1.  $BZ$ ]  $PF$ ;  $AB$   $BVp$ ,  $P$  m. rec.; γρ. τὸν  $AB$   $F$  mg. m. 1.  
 2.  $\Delta H$ ]  $PF$ ;  $\Delta\Gamma$   $BVp$ ,  $P$  m. rec., γρ. τὸν  $\Delta\Gamma$  mg. m. 1  $F$ .  
 3.  $H\Gamma$ ]  $\Gamma H$   $P$ .  $H\Gamma$ ]  $\Gamma H$   $P$ .  $Z\Theta$ ]  $PF$ ;  $ZA$   $Bp$  et  $A$   
 in ras.  $V$ ,  $P$  m. rec.,  $F$  m. 2. 5.  $\Gamma\Delta$ ]  $\Delta\Gamma$   $V$  in ras.,  $p$ .  
 $BZ$ ]  $ZB$   $P$ . 6.  $BZ$ ]  $ZB$   $P$ . 7. τόν] τό  $p$ .  $BA$ ]  $AB$   $Pp$ .  
 ἄρα] supra comp.  $F$ . τόν] τό  $p$ . μετρήσει ὁ  $E$   $V$ . 9.  
 μετρεῖ] (prius)  $PF$ ; μετρήσει  $BVp$ ,  $F$  e corr. m. 1. τόν]  
 τό  $p$ .  $\Delta\Gamma$ ]  $\Gamma\Delta$   $P$ . 10. τόν] τό  $p$ . μετρήσει ὁ  $E$   $V$ .  
 11. μετρεῖ] (prius) supra m. 2  $V$ . καί] bis  $F$ . 21.

numerum  $BZ$  metiens relinquat<sup>1)</sup> se ipso minorem  $ZA$ ,  $AZ$  autem numerum  $\Delta H$  metiens se ipso minorem relinquat  $H\Gamma$ ,  $H\Gamma$  autem numerum  $Z\Theta$  metiens relinquat unitatem  $\Theta A$ .

iam quoniam  $E$  metitur  $\Gamma\Delta$ , et  $\Gamma\Delta$  metitur  $BZ$ , etiam  $E$  metitur  $BZ$ . uerum etiam totum  $BA$  metitur; quare etiam reliquum  $AZ$  metietur. sed  $AZ$  metitur  $\Delta H$ . quare etiam  $E$  metitur  $\Delta H$ . uerum etiam totum  $\Delta\Gamma$  metitur. quare etiam reliquum  $\Gamma H$  metietur. sed  $\Gamma H$  metitur  $Z\Theta$ . quare etiam  $E$  metitur  $Z\Theta$ . uerum etiam totum  $ZA$  metitur. quare etiam quae relinquitur, unitatem  $A\Theta$  metietur, cum ipse numerus sit; quod fieri non potest. itaque non metietur numeros  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  numerus aliquis. ergo  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.<sup>2)</sup>

## II.

Datis duobus numeris non inter se primis maximam mensuram communem inuenire.

Sint duo numeri dati non primi inter se  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ . oportet igitur numerorum  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  maximam mensuram communem inuenire.

1) Sc. ex  $AB$ . neque enim dubitari potest, quin  $BZ$  in  $P$  et optimo Theoninorum seruatum uera sit scriptura, cum  $\muετρεῖν$  semper apud Euclidem significet: sine residuo metiri, cfr. lin. 5, 8. eadem est ratio lin. 2—3 et p. 192, 11 sq.

2) Retinui in libris VII—IX figuras codd., id quod ipsa res suadere uidebatur, uelut statim ratio prop. I; nam ii, qui pro lineis puncta substituunt, et in alias difficultates incurrunt et ad certos numeros confugere coguntur, quod ab Euclide alienissimum est.

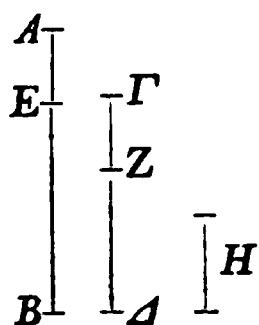
Εἰ μὲν οὖν ὁ  $\Gamma\Delta$  τὸν  $AB$  μετρεῖ, μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτόν, ο  $\Gamma\Delta$  ἄρα τῶν  $\Gamma\Delta$ ,  $AB$  κοινὸν μέτρον ἐστίν. καὶ φανερόν, ὅτι καὶ μέγιστον· οὐδεὶς γὰρ μείζων τοῦ  $\Gamma\Delta$  τὸν  $\Gamma\Delta$  μετρήσει.

- 5 Εἰ δὲ οὐ μετρεῖ ὁ  $\Gamma\Delta$  τὸν  $AB$ , τῶν  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος λειφθήσεται τις ἀριθμὸς, ὃς μετρήσει τὸν πρὸ ἑαυτοῦ. μονὰς μὲν γὰρ οὐ λειφθήσεται· εἰ δὲ μή, ἔσονται οἱ  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ οὐχ  
10 ὑπόκειται. λειφθήσεται τις ἄρα ἀριθμὸς, ὃς μετρήσει τὸν πρὸ ἑαυτοῦ. καὶ ὁ μὲν  $\Gamma\Delta$  τὸν  $BE$  μετρῶν λειπέτω ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν  $EA$ , ὁ δὲ  $EA$  τὸν  $\Delta Z$  μετρῶν λειπέτω ἑαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν  $Z\Gamma$ , ὁ δὲ  $\Gamma Z$  τὸν  $AE$  μετρεῖτω. ἐπεὶ οὖν ὁ  $\Gamma Z$  τὸν  $AE$  μετρεῖ,  
15 ὁ δὲ  $AE$  τὸν  $\Delta Z$  μετρεῖ, καὶ ὁ  $\Gamma Z$  ἄρα τὸν  $\Delta Z$  μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτόν· καὶ ὅλον ἄρα τὸν  $\Gamma\Delta$  μετρήσει. ὁ δὲ  $\Gamma\Delta$  τὸν  $BE$  μετρεῖ· καὶ ὁ  $\Gamma Z$  ἄρα τὸν  $BE$  μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν  $EA$ · καὶ ὅλον ἄρα τὸν  $BA$  μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν  $\Gamma\Delta$ · ὁ  $\Gamma Z$   
20 ἄρα τοὺς  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  μετρεῖ. ὁ  $\Gamma Z$  ἄρα τῶν  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  κοινὸν μέτρον ἐστίν. λέγω δὴ, ὅτι καὶ μέγιστον. εἰ γὰρ μή ἐστιν ὁ  $\Gamma Z$  τῶν  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  μέγιστον κοινὸν μέτρον, μετρήσει τις τοὺς  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  ἀριθμοὺς ἀριθμὸς μείζων ὢν τοῦ  $\Gamma Z$ . μετρεῖτω, καὶ ἔστω ὁ  $H$ .  
25 καὶ ἐπεὶ ὁ  $H$  τὸν  $\Gamma\Delta$  μετρεῖ, ὁ δὲ  $\Gamma\Delta$  τὸν  $BE$  με-

2.  $\Gamma\Delta$ ,  $AB$ ]  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  P. ἐστι BFV; comp. p. 5. δέ] δ' F. 6. αἰεί Theon (BFVp). ἐλάττονος FV. 7. ληφθήσεται Vp, corr. m. 1. 8. ληφθήσεται p; P, corr. m. rec. 10. ληφθήσεται p. ἄρα] supra m. 1 F. ἄρα τις V. ὃς] supra m. 1 F; mg. m. rec. B. 11.  $BE$ ] PF;  $AB$  BVp, P m. rec., γρ. τὸν  $AB$  mg. m. 1 F. 12.  $\Delta Z$ ] PF;  $\Gamma\Delta$  p;  $\Delta\Gamma$  B, V in ras. m. 2, P m. rec; τὸν  $\Delta\Gamma$  F mg. m. 1. 13.

iam si  $\Gamma\Delta$  metitur  $AB$ , et etiam se ipsum metitur,  $\Gamma\Delta$  communis erit mensura numerorum  $\Gamma\Delta$ ,  $AB$ . et adparet, eum etiam maximam esse. neque enim ullus numerus numero  $\Gamma\Delta$  maior metietur  $\Gamma\Delta$ .

at si  $\Gamma\Delta$  non metitur  $AB$ , minore numerorum  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  semper uicissim a maiore subtracto relin-



quetur numerus aliquis, qui proxime antecedentem metietur. unitas enim non relinquetur; sin minus,  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  inter se primi erunt [prop. I]; quod contra hypothesim est. ergo numerus aliquis relinquetur, qui proxime antecedentem metietur. et  $\Gamma\Delta$  metiens  $BE$  relinquat se

ipso minorem  $EA$ ,  $EA$  autem  $\Delta Z$  metiens relinquat se ipso minorem  $Z\Gamma$ ,  $\Gamma Z$  autem  $AE$  metiatur. iam quoniam  $\Gamma Z$  metitur  $AE$ ,  $AE$  autem  $\Delta Z$  metitur, etiam  $\Gamma Z$  metietur  $\Delta Z$ . uerum etiam se ipsum metitur. quare etiam totum  $\Gamma\Delta$  metietur. sed  $\Gamma\Delta$  metitur  $BE$ ; quare etiam  $\Gamma Z$  metitur  $BE$ . uerum etiam  $EA$  metitur. quare etiam totum  $BA$  metietur. uerum etiam  $\Gamma\Delta$  metitur. ergo  $\Gamma Z$  metitur  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ . itaque  $\Gamma Z$  communis est mensura numerorum  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$ . dico iam, eum etiam maximam esse. nam si  $\Gamma Z$  numerorum  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  communis mensura maxima non est, aliquis numerus maior numero  $\Gamma Z$  numeros  $AB$ ,  $\Gamma\Delta$  metietur. metiatur, et sit  $H$ . et quoniam  $H$  metitur  $\Gamma\Delta$ ,  $\Gamma\Delta$  autem  $BE$

$Z\Gamma$ ]  $\Gamma Z$  BV p.  $\delta\epsilon$ ] om. B. 14. Ante  $\epsilon\pi\epsilon\iota$  in V est:  $\delta\epsilon$   $EA$  (in ras. m. 2)  $\epsilon\alpha\nu\tau\omicron\upsilon\epsilon\lambda\acute{\alpha}\sigma\sigma\omicron\nu\alpha\omicron\upsilon\mu\epsilon\tau\rho\epsilon\iota\tau\omicron$  ( $\tau\omicron\nu$  m. 2)  $\Gamma Z$ . 21.  $\epsilon\sigma\tau\iota$  BV, comp. p.

τρεῖς, καὶ ὁ  $H$  ἄρα τὸν  $BE$  μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν  $BA$ · καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν  $AE$  μετρήσει. ὁ δὲ  $AE$  τὸν  $\Delta Z$  μετρεῖ· καὶ ὁ  $H$  ἄρα τὸν  $\Delta Z$  μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ ὅλον τὸν  $\Delta \Gamma$ · καὶ λοιπὸν ἄρα  
 5 τὸν  $\Gamma Z$  μετρήσει ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα τοὺς  $AB, \Gamma \Delta$  ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει μείζων ὢν τοῦ  $\Gamma Z$ · ὁ  $\Gamma Z$  ἄρα τῶν  $AB, \Gamma \Delta$  μέγιστόν ἐστι κοινὸν μέτρον [ὅπερ ἔδει δεῖξαι].

### Πόρισμα.

10 Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν ἀριθμὸς δύο ἀριθμοὺς μετρῇ, καὶ τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

### γ'.

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς  
 15 ἀλλήλους τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὗρεῖν.

\* Ἔστωσαν οἱ δοθέντες τρεῖς ἀριθμοὶ μὴ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ  $A, B, \Gamma$ · δεῖ δὴ τῶν  $A, B, \Gamma$  τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον εὗρεῖν.

20 Εἰλήφθω γὰρ δύο τῶν  $A, B$  τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον ὁ  $\Delta$ · ὁ δὲ  $\Delta$  τὸν  $\Gamma$  ἤτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ. μετρεῖτω πρότερον· μετρεῖ δὲ καὶ τοὺς  $A, B$ · ὁ  $\Delta$  ἄρα τοὺς  $A, B, \Gamma$  μετρεῖ· ὁ  $\Delta$  ἄρα τῶν  $A, B, \Gamma$  κοινὸν μέτρον ἐστίν. λέγω δὴ, ὅτι καὶ μέγιστον.

3. μετρεῖ· καί] corr. ex μετρήσει m. 1 p. τὸν  $\Delta Z$  ἄρα F. μετρήσει] μετρεῖ P. 4. τὸν] corr. ex τὸ m. 1 p.  $\Delta \Gamma$ ]  $\Gamma \Delta$  p. 5. ἐστίν] om. B. 8. ἐστίν PV. 10. τοῦτο P, sed corr. 12. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] P; om. BFVp. 19. μέτρον] bis p. 20. δύο γάρ p. 22. μετρεῖ] (alt.) om. F. 24. ἐστίν] comp. Fp; ἐστὶ PBV. δὴ] om. P.



metitur, etiam  $H$  metitur  $BE$ . uerum etiam totum  $BA$  metitur. quare etiam reliquum  $AE$  metietur. sed  $AE$  metitur  $\Delta Z$ . quare etiam  $H$  metietur  $\Delta Z$ . uerum etiam totum  $\Delta \Gamma$  metitur. quare etiam reliquum  $\Gamma Z$  metietur maior minorem; quod fieri non potest. ergo numeros  $AB$ ,  $\Gamma \Delta$  non metietur numerus maior numero  $\Gamma Z$ . ergo  $\Gamma Z$  maxima est communis mensura numerorum  $AB$ ,  $\Gamma \Delta$ .

### Corollarium.

Hinc manifestum est, si numerus duos numeros metiatur, eum etiam maximam eorum mensuram communem mensurum esse.<sup>1)</sup> — quod erat demonstrandum.

### III.

Datis tribus numeris non primis inter se maximam mensuram communem inuenire.



Sint tres numeri dati non primi inter se  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ . oportet igitur numerorum  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$  maximam mensuram communem inuenire.

sumatur enim duorum numerorum  $A$ ,  $B$  maxima mensura communis  $\Delta$  [prop. II].  $\Delta$  igitur aut metitur  $\Gamma$  aut non metitur. prius metiatur. metitur autem etiam  $A$ ,  $B$ .  $\Delta$  igitur numeros  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$  meti-

---

1) Nam  $H$  et  $AB$ ,  $\Gamma \Delta$  et communem eorum mensuram maximam  $\Gamma Z$  metitur (p. 194, 5).

εἰ γὰρ μή ἐστιν ὁ  $\Delta$  τῶν  $A, B, \Gamma$  μέγιστον κοινὸν  
 μέτρον, μετρήσει τις τοὺς  $A, B, \Gamma$  ἀριθμοὺς ἀριθμὸς  
 μείζων ὢν τοῦ  $\Delta$ . μετρεῖτω, καὶ ἔστω ὁ  $E$ . ἐπεὶ  
 οὖν ὁ  $E$  τοὺς  $A, B, \Gamma$  μετρεῖ, καὶ τοὺς  $A, B$  ἄρα  
 5 μετρήσει· καὶ τὸ τῶν  $A, B$  ἄρα μέγιστον κοινὸν μέ-  
 τρον μετρήσει. τὸ δὲ τῶν  $A, B$  μέγιστον κοινὸν μέ-  
 τρον ἐστὶν ὁ  $\Delta$ . ὁ  $E$  ἄρα τὸν  $\Delta$  μετρεῖ ὁ μείζων  
 τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς  
 $A, B, \Gamma$  ἀριθμοὺς ἀριθμὸς τις μετρήσει μείζων ὢν  
 10 τοῦ  $\Delta$ . ὁ  $\Delta$  ἄρα τῶν  $A, B, \Gamma$  μέγιστόν ἐστι κοινὸν  
 μέτρον.

Μὴ μετρεῖτω δὴ ὁ  $\Delta$  τὸν  $\Gamma$ . λέγω πρῶτον, ὅτι  
 οἱ  $\Gamma, \Delta$  οὐκ εἰσι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. ἐπεὶ γὰρ  
 οἱ  $A, B, \Gamma$  οὐκ εἰσι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει  
 15 τις αὐτοὺς ἀριθμὸς. ὁ δὴ τοὺς  $A, B, \Gamma$  μετρῶν καὶ  
 τοὺς  $A, B$  μετρήσει, καὶ τὸ τῶν  $A, B$  μέγιστον κοι-  
 νὸν μέτρον τὸν  $\Delta$  μετρήσει· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν  $\Gamma$ .  
 τοὺς  $\Delta, \Gamma$  ἄρα ἀριθμοὺς ἀριθμὸς τις μετρήσει· οἱ  
 $\Delta, \Gamma$  ἄρα οὐκ εἰσι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. εἰλήφθω  
 20 οὖν αὐτῶν τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον ὁ  $E$ . καὶ ἐπεὶ  
 ὁ  $E$  τὸν  $\Delta$  μετρεῖ, ὁ δὲ  $\Delta$  τοὺς  $A, B$  μετρεῖ, καὶ ὁ  
 $E$  ἄρα τοὺς  $A, B$  μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ τὸν  $\Gamma$ . ὁ  $E$   
 ἄρα τοὺς  $A, B, \Gamma$  μετρεῖ· ὁ  $E$  ἄρα τῶν  $A, B, \Gamma$  κοι-  
 νὸν ἐστὶ μέτρον. λέγω δὴ, ὅτι καὶ μέγιστον. εἰ  
 25 γὰρ μή ἐστιν ὁ  $E$  τῶν  $A, B, \Gamma$  τὸ μέγιστον κοινὸν

1. γάρ] corr. ex γα m. 2 P. κοινὸν μέγιστον V. 3. ὢν]  
 om. V. 4. οὖν] om. BFp. 7. E] corr. ex Γ m. 2 F.  
 8. ἐστίν] om. Fp. 9. ἀριθμὸς] om. F. τις] om. P.  
 ὢν] om. P. 12. μή] supra F. 13. Γ, Δ] Δ, Γ BVp.  
 15. ἀριθμὸς αὐτοὺς F. τοὺς] corr. ex τοῦ m. rec. F. 17.  
 τόν] τό FV. μετρήσει τὸν Δ p. 18. ἀριθμούς] m. 2 V;  
 om. BF. ἀριθμός] F, ἀριθμούς φ. 21. μετρεῖ] (alt.)

tur. quare  $\Delta$  communis mensura est numerorum  $A, B, \Gamma$ . dico, eundem maximam esse. nam si  $\Delta$  numerorum  $A, B, \Gamma$  maxima mensura communis non est, numerus aliquis numero  $\Delta$  maior numeros  $A, B, \Gamma$  metietur. metiatur et sit  $E$ . iam quoniam  $E$  numeros  $A, B, \Gamma$  metitur, etiam  $A, B$  metietur. quare etiam maximam mensuram communem numerorum  $A, B$  metietur [prop. II coroll.]. uerum maxima mensura communis numerorum  $A, B$  est  $\Delta$ . itaque  $E$  metitur  $\Delta$  maior minorem; quod fieri non potest. itaque numeros  $A, B, \Gamma$  non metietur numerus maior numero  $\Delta$ . ergo  $\Delta$  maxima est mensura communis numerorum  $A, B, \Gamma$ .

iam ne metiatur  $\Delta$  numerum  $\Gamma$ . dico primum, numeros  $\Gamma, \Delta$  non esse primos inter se. nam quoniam  $A, B, \Gamma$  primi non sunt inter se, numerus aliquis eos metietur. qui autem  $A, B, \Gamma$  metitur, etiam  $A, B$  metietur, et  $\Delta$  maximam mensuram communem numerorum  $A, B$  metietur [prop. II coroll.]. uerum etiam  $\Gamma$  metitur. quare numeros  $\Delta, \Gamma$  numerus aliquis metietur. itaque  $\Delta, \Gamma$  primi non sunt inter se. sumatur igitur eorum maxima mensura communis  $E$  [prop. II]. et quoniam  $E$  metitur  $\Delta, \Delta$  autem  $A, B$  metitur, etiam  $E$  metitur  $A, B$ . uerum etiam  $\Gamma$  metitur.  $E$  igitur  $A, B, \Gamma$  metitur. quare  $E$  numerorum  $A, B, \Gamma$  communis est mensura. iam dico, eundem maximam esse. nam si  $E$  numerorum  $A, B, \Gamma$

---

bis F. καὶ ὁ  $E$  ἄρα τοὺς  $A, B$  μετρεῖ] mg. m. 2 B. 23.  
 $\Gamma$ ] insert. m. rec. B. κοινόν] bis P, sed. corr. 24. δὴ]  
om. P. 25. τό] om. p.

μέτρον, μετρήσει τις τοὺς  $A, B, \Gamma$  ἀριθμοὺς ἀριθ-  
 μὸς μείζων ὢν τοῦ  $E$ . μετρεῖτω, καὶ ἔστω ὁ  $Z$ . καὶ  
 ἐπεὶ ὁ  $Z$  τοὺς  $A, B, \Gamma$  μετρεῖ, καὶ τοὺς  $A, B$  μετρεῖ  
 καὶ τὸ τῶν  $A, B$  ἄρα μέγιστον κοινὸν μέτρον με-  
 5 τρήσει. τὸ δὲ τῶν  $A, B$  μέγιστον κοινὸν μέτρον  
 ἐστὶν ὁ  $\Delta$ . ὁ  $Z$  ἄρα τὸν  $\Delta$  μετρεῖ· μετρεῖ δὲ καὶ  
 τὸν  $\Gamma$ . ὁ  $Z$  ἄρα τοὺς  $\Delta, \Gamma$  μετρεῖ· καὶ τὸ τῶν  $\Delta, \Gamma$   
 ἄρα μέγιστον κοινὸν μέτρον μετρήσει. τὸ δὲ τῶν  $\Delta,$   
 $\Gamma$  μέγιστον κοινὸν μέτρον ἐστὶν ὁ  $E$ . ὁ  $Z$  ἄρα τὸν  
 10  $E$  μετρεῖ ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνα-  
 τον. οὐκ ἄρα τοὺς  $A, B, \Gamma$  ἀριθμοὺς ἀριθμὸς τις  
 μετρήσει μείζων ὢν τοῦ  $E$ . ὁ  $E$  ἄρα τῶν  $A, B, \Gamma$   
 μέγιστόν ἐστι κοινὸν μέτρον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ'.

15 Ἄπας ἀριθμὸς παντὸς ἀριθμοῦ ὁ ἐλάσσων  
 τοῦ μείζονος ἥτοι μέρος ἐστὶν ἢ μέρος.

Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ οἱ  $A, B\Gamma$ , καὶ ἔστω ἐλάσ-  
 σων ὁ  $B\Gamma$ . λέγω, ὅτι ὁ  $B\Gamma$  τοῦ  $A$  ἥτοι μέρος ἐστὶν  
 ἢ μέρος.

20 Οἱ  $A, B\Gamma$  γὰρ ἥτοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἶ-  
 σιν ἢ οὐ. ἔστωσαν πρότερον οἱ  $A, B\Gamma$  πρῶτοι πρὸς

1. ἀριθμούς] om. P. 4. ἄρα] om. V. μέτρον] om. P.  
 7. τόν] τό F, sed corr. τό] supra m. 1 P.  $\Delta, \Gamma$ ] e corr.  
 m. 2 V. 11. ἀριθμούς] comp. F; om. Vp. 13. ἐστὶν V.  
 Post μέτρον add. BV: τριῶν ἄρα ἀριθμῶν δοθέντων ηὔρηται  
 τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον. δεῖξαι] P; ποιῆσαι Theon (BFVp).  
 Seq. in p, B in mg. imo m. 1, V mg. m. 2: πόρισμα. ἐκ δὴ  
 (eras. B) τούτου (τούτων V) φανερόν, ὅτι ἐὰν ἀριθμὸς τρεῖς  
 ἀριθμοὺς μετρή, καὶ τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον μετρή-  
 σει. ὁμοίως δὲ καὶ πλειόνων ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων  
 πρὸς ἀλλήλους τὸ μέγιστον αὐτῶν (om. Vp) κοινὸν μέτρον  
 εὑρίσκεται καὶ τὸ πόρισμα προχωρήσει. Praeterea V in textu

maxima non est mensura communis, numerus aliquis maior numero  $E$  numeros  $A, B, \Gamma$  metietur. metiatur et sit  $Z$ . et quoniam  $Z$  numeros  $A, B, \Gamma$  metitur, etiam  $A, B$  metitur; quare etiam maximam numerorum  $A, B$  mensuram communem metietur [prop. II coroll.]. uerum numerorum  $A, B$  maxima mensura communis est  $\Delta$ .  $Z$  igitur  $\Delta$  metitur. uerum etiam  $\Gamma$  metitur.  $Z$  igitur  $\Delta, \Gamma$  metitur. quare etiam numerorum  $\Delta, \Gamma$  maximam mensuram communem metitur. uerum numerorum  $\Delta, \Gamma$  maxima mensura communis est  $E$ .  $Z$  igitur  $E$  metitur maior minorem; quod fieri non potest. itaque numeros  $A, B, \Gamma$  non metietur numerus maior numero  $E$ . ergo  $E$  maxima est communis mensura numerorum  $A, B, \Gamma$ ; quod erat demonstrandum.<sup>1)</sup>

## IV.

Minor numerus maioris semper aut pars est aut partes.

Sint duo numeri  $A, B\Gamma$ , et minor sit  $B\Gamma$ . dicemus  $B\Gamma$  numeri  $A$  aut partem aut partes esse.

nam  $A, B\Gamma$  aut primi sunt inter se aut non primi. prius  $A, B\Gamma$  primi sint inter se. diuiso igitur  $B\Gamma$

1) Cfr. p. 194, 12. proprie nec *δειξαι* nec *ποιῆσαι*, sed *εὐρεῖν* dicendum erat (Studien p. 62); nam propp. II—III *πορίσματα* sunt (ib. p. 61). inde consecuta est uariatio scripturae.

habet: τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον καὶ πλειόνων ἀριθμῶν δοθέντων τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον εὐρήσομεν. 15. Ἄπας] Ἄ littera initialis add. m. 2, ut semper fere, V; eras. B; habent Ppφ.

17. ἐλάττων F. 18. λέγω ὅτι] in ras. φ. ὁ  $B\Gamma$  τοῦ  $A$ ] eras. F. 21. πρότεροι V. οἱ  $A, B\Gamma$ ] mg. V.

ἀλλήλους. διαιρεθέντος δὴ τοῦ  $BΓ$  εἰς τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας ἔσται ἐκάστη μονὰς τῶν ἐν τῷ  $BΓ$  μέρος τι τοῦ  $A$ . ὥστε μέρη ἐστὶν ὁ  $BΓ$  τοῦ  $A$ .

Μὴ ἔστωσαν δὴ οἱ  $A$ ,  $BΓ$  πρῶτοι πρὸς ἀλλή-  
 5 λους· ὁ δὴ  $BΓ$  τὸν  $A$  ἦτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ. εἰ  
 μὲν οὖν ὁ  $BΓ$  τὸν  $A$  μετρεῖ, μέρος ἐστὶν ὁ  $BΓ$   
 τοῦ  $A$ . εἰ δὲ οὐ, εἰλήφθω τῶν  $A$ ,  $BΓ$  μέγιστον κοι-  
 νὸν μέτρον ὁ  $\Delta$ , καὶ διηρήσθω ὁ  $BΓ$  εἰς τοὺς τῷ  $\Delta$   
 ἴσους τοὺς  $BE$ ,  $EZ$ ,  $ZΓ$ . καὶ ἐπεὶ ὁ  $\Delta$  τὸν  $A$  με-  
 10 τρεῖ, μέρος ἐστὶν ὁ  $\Delta$  τοῦ  $A$ . ἴσος δὲ ὁ  $\Delta$  ἐκάστῳ  
 τῶν  $BE$ ,  $EZ$ ,  $ZΓ$ . καὶ ἕκαστος ἄρα τῶν  $BE$ ,  $EZ$ ,  $ZΓ$   
 τοῦ  $A$  μέρος ἐστίν· ὥστε μέρη ἐστὶν ὁ  $BΓ$  τοῦ  $A$ .

Ἄπας ἄρα ἀριθμὸς παντὸς ἀριθμοῦ ὁ ἐλάσσων  
 τοῦ μείζονος ἦτοι μέρος ἐστὶν ἢ μέρη· ὅπερ ἔδει  
 15 δεῖξαι.

ε'.

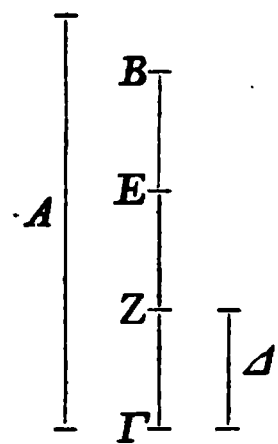
Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ἦ, καὶ ἕτερος  
 ἑτέρου τὸ αὐτὸ μέρος ἦ, καὶ συναμφοτέρως  
 συναμφοτέρου τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται, ὅπερ ὁ  
 20 εἷς τοῦ ἐνός.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ  $A$  [ἀριθμοῦ] τοῦ  $BΓ$  μέρος ἔστω,  
 καὶ ἕτερος ὁ  $\Delta$  ἑτέρου τοῦ  $EZ$  τὸ αὐτὸ μέρος, ὅπερ  
 ὁ  $A$  τοῦ  $BΓ$ . λέγω, ὅτι καὶ συναμφοτέρως ὁ  $A$ ,  $\Delta$   
 συναμφοτέρου τοῦ  $BΓ$ ,  $EZ$  τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν, ὅπερ  
 25 ὁ  $A$  τοῦ  $BΓ$ .

Ἐπεὶ γάρ, ὁ μέρος ἐστὶν ὁ  $A$  τοῦ  $BΓ$ , τὸ αὐτὸ

1. δὴ] γάρ, supra scr. δὴ F. ἐαυτῷ p et F (corr. φ).  
 2. τι] F; τό φ. 4. οἱ  $A$ ,  $BΓ$ ] om. V. ἀλλήλους οἱ  $A$ ,  $BΓ$  V.  
 7. τὸ μέγιστον BFp. 8. ὁ  $BΓ$ ] F;  $ABΓ$  φ. τῷ] corr.  
 ex τό p. 9. καί] om. BFp. 10. δέ] δὴ P. ἐκατέρῳ Vφ.  
 11. καί] F; ὁ φ. ἄρα τοῦ V. 13. ἐλάττων φ. 18. ἢ]  
 P; om. BFVp. 21. ἀριθμοῦ] om. P. μέρος] F, μόνος φ.

in suas unitates unaquaeque unitas in  $B\Gamma$  comprehensa pars aliqua erit numeri  $A$ ; quare  $B\Gamma$  numeri  $A$  partes erunt.

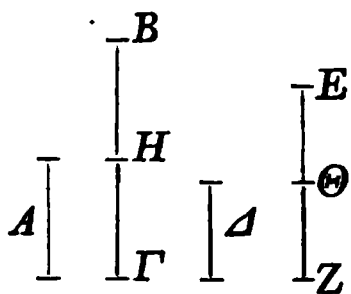


iam ne sint  $A$ ,  $B\Gamma$  inter se primi. itaque  $B\Gamma$  aut metitur  $A$  aut non metitur. iam si  $B\Gamma$  metitur  $A$ , pars est  $B\Gamma$  numeri  $A$ . sin minus, sumatur numerorum  $A$ ,  $B\Gamma$  maxima mensura communis  $\Delta$  [prop. II], et diuidatur  $B\Gamma$  in partes numero  $\Delta$  aequales,  $BE$ ,  $EZ$ ,  $Z\Gamma$ . et quoniam  $\Delta$  metitur  $A$ , pars est  $\Delta$  numeri  $A$ . sed  $\Delta = BE = EZ = Z\Gamma$ . quare etiam unusquisque numerorum  $BE$ ,  $EZ$ ,  $Z\Gamma$  pars est numeri  $A$ . quare  $B\Gamma$  partes sunt numeri  $A$ .

Ergo minor numerus maioris semper aut pars est aut partes; quod erat demonstrandum.

## V.

Si numerus numeri pars est, et alius numerus alius numeri eadem pars, etiam uterque utriusque eadem pars erit, quae unus unius.



nam numerus  $A$  numeri  $B\Gamma$  pars sit, et alius numerus  $\Delta$  alius numeri  $EZ$  eadem pars sit, quae  $A$  numeri  $B\Gamma$ . dico, etiam  $A + \Delta$  numeri  $B\Gamma + EZ$  eandem partem esse, quae sit  $A$  numeri  $B\Gamma$ .

nam quoniam quae pars est  $A$  numeri  $B\Gamma$ , eadem

22. μέρος] μέρος ἐστίν (-ιν m. 2 e corr.) V. 23. λέγω — 25:  $B\Gamma$ ] mg. m. 2 V. 24.  $EZ$ ] F,  $BZ$  φ. 26. ὅ] supra m. 1 V. τὸ αὐτό] τοῦτο P.

μέρος ἐστὶ καὶ ὁ  $\Delta$  τοῦ  $EZ$ , ὅσοι ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ  
 $B\Gamma$  ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ  $A$ , τοσοῦτοί εἰσι καὶ ἐν τῷ  $EZ$   
ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ  $\Delta$ . διηγήσθω ὁ μὲν  $B\Gamma$  εἰς τοὺς  
τῷ  $A$  ἴσους τοὺς  $BH$ ,  $H\Gamma$ , ὁ δὲ  $EZ$  εἰς τοὺς τῷ  $\Delta$   
5 ἴσους τοὺς  $E\Theta$ ,  $\Theta Z$ . ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν  
 $BH$ ,  $H\Gamma$  τῷ πλῆθει τῶν  $E\Theta$ ,  $\Theta Z$ . καὶ ἐπεὶ ἴσος  
ἐστὶν ὁ μὲν  $BH$  τῷ  $A$ , ὁ δὲ  $E\Theta$  τῷ  $\Delta$ , καὶ οἱ  $BH$ ,  
 $E\Theta$  ἄρα τοῖς  $A$ ,  $\Delta$  ἴσοι. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ οἱ  
 $H\Gamma$ ,  $\Theta Z$  τοῖς  $A$ ,  $\Delta$ . ὅσοι ἄρα [εἰσὶν] ἐν τῷ  $B\Gamma$   
10 ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ  $A$ , τοσοῦτοί εἰσι καὶ ἐν τοῖς  $B\Gamma$ ,  
 $EZ$  ἴσοι τοῖς  $A$ ,  $\Delta$ . ὅσαπλασίων ἄρα ἐστὶν ὁ  $B\Gamma$   
τοῦ  $A$ , τοσαυταπλασίων ἐστὶ καὶ συναμφοτέρος ὁ  
 $B\Gamma$ ,  $EZ$  συναμφοτέρου τοῦ  $A$ ,  $\Delta$ . ὁ ἄρα μέρος ἐστὶν  
ὁ  $A$  τοῦ  $B\Gamma$ , τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμφοτέρος  
15 ὁ  $A$ ,  $\Delta$  συναμφοτέρου τοῦ  $B\Gamma$ ,  $EZ$ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ς'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾗ, καὶ ἕτερος  
ἐτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ᾗ, καὶ συναμφοτέρος συν-  
αμφοτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, ὅπερ ὁ εἰς  
20 τοῦ ἐνός.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ  $AB$  ἀριθμοῦ τοῦ  $\Gamma$  μέρη ἔστω,  
καὶ ἕτερος ὁ  $\Delta E$  ἐτέρου τοῦ  $Z$  τὰ αὐτὰ μέρη, ἅπερ  
ὁ  $AB$  τοῦ  $\Gamma$  λέγω, ὅτι καὶ συναμφοτέρος ὁ  $AB$ ,  $\Delta E$

1. ἐστὶν F. καί] in ras. m. 2 p, insert. m. 2 F.  $\Delta$   
corr. ex A m. 2 p. ἄρα] ἄρα ἀριθμοί V. 2. ἀριθμοί] om. V.  
A]  $\Delta$  φ. εἰσιν PB. 7. Post  $\Delta$  add. Theon: ὁ  $BH$  ἄρα τῷ  
 $A$  ἴσος ἐστὶ (ἐστὶν B) (BFVp). 8. ἄρα] om. Theon (BFVp).  
ἴσοι] om. Theon (BFVp). τὰ αὐτὰ] ταῦτα V. Post δὴ  
add. Theon: καὶ ὁ  $H\Gamma$  τῷ  $A$  ἴσος (F, ἴσον φ) ἐστὶν (ἐστὶ V,  
comp. p) (BFVp). In V praeterea add. καὶ ὁ  $\Theta Z$  τῷ  $\Delta$ .  
οἱ  $H\Gamma$ ,  $\Theta Z$  τοῖς  $A$ ,  $\Delta$ ] ὁ  $H\Gamma$  τῷ  $A$  ἴσος ἐστὶν, ὁ δὲ  $\Theta Z$   
τῷ  $\Delta$  P; ὁ  $H\Gamma$  τοῖς  $A\Delta$  φ (non F). In emendatione praeiuit



pars est etiam  $\Delta$  numeri  $EZ$ , quot sunt in  $B\Gamma$  numeri numero  $A$  aequales, totidem etiam in  $EZ$  numeri sunt numero  $\Delta$  aequales. diuidatur  $B\Gamma$  in numeros numero  $A$  aequales  $BH, H\Gamma$ ,  $EZ$  autem in  $E\Theta, \Theta Z$  numero  $\Delta$  aequales. erit igitur multitudo numerorum  $BH, H\Gamma$  multitudini numerorum  $E\Theta, \Theta Z$  aequalis. et quoniam est  $BH = A$ ,  $E\Theta = \Delta$ , erunt  $BH + E\Theta = A + \Delta$ . eadem de causa etiam

$$H\Gamma + \Theta Z = A + \Delta.$$

itaque quot sunt in  $B\Gamma$  numeri numero  $A$  aequales, totidem sunt etiam in  $B\Gamma + EZ$  numeris  $A + \Delta$  aequales. quare quoties multiplex est  $B\Gamma$  numeri  $A$ , toties multiplex est etiam  $B\Gamma + EZ$  numerorum  $A + \Delta$ . itaque quae pars est  $A$  numeri  $B\Gamma$ , eadem pars etiam  $A + \Delta$  sunt numerorum  $B\Gamma + EZ$ ; quod erat demonstrandum.

## VI.

Si numerus numeri partes sunt, et alius numerus alius numeri eadem partes, etiam uterque utriusque eadem partes erunt, quae unus unius.

Nam numerus  $AB$  partes sint numeri  $\Gamma$ , et alius  $\Delta E$  alius  $Z$  eadem partes, quae  $AB$  numeri  $\Gamma$ .

Augustus. 9. τοῖς] ἄρα τοῖς V.  $\Delta$ ]  $\Delta$  ἴσοι εἰσίν V. ὅσοι] ὅσ- in ras. m. 2 F; ἴση φ (non F). εἰσίν] om. P. 10. εἰσιν PB. 12. ἐστίν P. 13. ὅ] om. φ (non F). μέρος] F, μέν φ. 15. δεῖξαι] ποιῆσαι V. 17. μέρος p. 21. ἀριθ- μοῦ] ἀριθμόν φ (non F). 22.  $\Delta E$ ]  $E$  supra m. 1 V. 23. ὅτι συναμφοτέροι οἱ p.

συναμφοτέρου τοῦ  $\Gamma$ ,  $Z$  τὰ αὐτὰ μέρη ἐστίν, ὥπερ  
ὁ  $AB$  τοῦ  $\Gamma$ .

Ἐπεὶ γάρ, ἃ μέρη ἐστίν ὁ  $AB$  τοῦ  $\Gamma$ , τὰ αὐτὰ  
μέρη καὶ ὁ  $\Delta E$  τοῦ  $Z$ , ὅσα ἄρα ἐστίν ἐν τῷ  $AB$   
5 μέρη τοῦ  $\Gamma$ , τοσαῦτά ἐστι καὶ ἐν τῷ  $\Delta E$  μέρη τοῦ  
 $Z$ . διηγήσθω ὁ μὲν  $AB$  εἰς τὰ τοῦ  $\Gamma$  μέρη τὰ  $AH$ ,  
 $HB$ , ὁ δὲ  $\Delta E$  εἰς τὰ τοῦ  $Z$  μέρη τὰ  $\Delta\Theta$ ,  $\Theta E$ .  
ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν  $AH$ ,  $HB$  τῷ πλῆθει  
τῶν  $\Delta\Theta$ ,  $\Theta E$ . καὶ ἐπεὶ, ὃ μέρος ἐστίν ὁ  $AH$  τοῦ  $\Gamma$ ,  
10 τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ  $\Delta\Theta$  τοῦ  $Z$ , ὃ ἄρα μέρος  
ἐστίν ὁ  $AH$  τοῦ  $\Gamma$ , τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμ-  
φότερος ὁ  $AH$ ,  $\Delta\Theta$  συναμφοτέρου τοῦ  $\Gamma$ ,  $Z$ . διὰ  
τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὃ μέρος ἐστίν ὁ  $HB$  τοῦ  $\Gamma$ , τὸ αὐτὸ  
μέρος ἐστὶ καὶ συναμφότερος ὁ  $HB$ ,  $\Theta E$  συναμφοτέ-  
15 ρου τοῦ  $\Gamma$ ,  $Z$ . ἃ ἄρα μέρη ἐστίν ὁ  $AB$  τοῦ  $\Gamma$ , τὰ  
αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ συναμφότερος ὁ  $AB$ ,  $\Delta E$  συναμ-  
φοτέρου τοῦ  $\Gamma$ ,  $Z$ . ὥπερ ἔδει δεῖξαι.

## ζ'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ἦ, ὥπερ ἀφαι-  
20 ρεθεὶς ἀφαιρεθέντος, καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοι-  
ποῦ τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται, ὥπερ ὁ ὅλος τοῦ ὅλου.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ  $AB$  ἀριθμοῦ τοῦ  $\Gamma\Delta$  μέρος ἔστω,  
ὥπερ ἀφαιρεθεὶς ὁ  $AE$  ἀφαιρεθέντος τοῦ  $\Gamma Z$ . λέγω,  
ὅτι καὶ λοιπὸς ὁ  $EB$  λοιποῦ τοῦ  $Z\Delta$  τὸ αὐτὸ μέρος  
25 ἐστίν, ὥπερ ὅλος ὁ  $AB$  ὅλου τοῦ  $\Gamma\Delta$ .

4.  $\Delta E$ ]  $E$  e corr. m. 2 F. 5. ἐστι] om. B. 6.  $AH$ ]  $A$  corr. ex  $\Delta$  F. 7.  $\Delta E$ ]  $E\Delta$  p. 10. ἐστίν BF. 11. ἐστίν] ἐστὶν καὶ F, sed καὶ del. καί] καὶ ὁ p. 13. δὴ] del. m. 2 P. ἐστὶ V. τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ] καὶ ὁ  $E\Theta$  τοῦ  $Z$ . ὃ ἄρα μέρος ἐστὶ τὸ  $HB$  τοῦ  $\Gamma$  P. 14. καί] καὶ ὁ p. 15. ἃ] supra m. 1 V. 16. ἐστίν PB. 18. ζ'] om. V, in

dico, etiam  $AB + \Delta E$  numerorum  $\Gamma + Z$  easdem partes esse, quae sit  $AB$  numeri  $\Gamma$ .

nam quoniam quae partes est  $AB$  numeri  $\Gamma$ , eadem est  $\Delta E$  numeri  $Z$ , quot sunt in  $AB$  partes numeri  $\Gamma$ , totidem etiam in  $\Delta E$  sunt partes numeri

$Z$ . diuidatur  $AB$  in  $AH, HB$  partes numeri  $\Gamma$ ,  $\Delta E$  autem in  $\Delta \Theta, \Theta E$  partes numeri  $Z$ . itaque multitudo numerorum  $AH, HB$  multitudini numerorum  $\Delta \Theta, \Theta E$  aequalis erit.

et quoniam quae pars est  $AH$  numeri  $\Gamma$ , eadem est etiam  $\Delta \Theta$  numeri  $Z$ ,  $AH + \Delta \Theta$  eadem pars erit numerorum  $\Gamma + Z$ , quae  $AH$  numeri  $\Gamma$  [prop. V]. eadem de causa etiam quae pars est  $HB$  numeri  $\Gamma$ , eadem pars est  $HB + \Theta E$  numerorum  $\Gamma + Z$ . ergo quae partes est  $AB$  numeri  $\Gamma$ , eadem partes sunt  $AB + \Delta E$  numerorum  $\Gamma + Z$ ; quod erat demonstrandum.

## VII.

Si numerus numeri eadem pars est, quae ablati numerus ablati, etiam reliquus reliqui eadem pars erit, quae totus totius.

Nam numerus  $AB$  numeri  $\Gamma \Delta$  eadem sit pars, quae ablati numerus  $AE$  ablati  $\Gamma Z$ . dico, etiam reliquum  $EB$  reliqui  $Z \Delta$  eandem esse partem, quae totus  $AB$  sit totius  $\Gamma \Delta$ .

quo haec prop. a. m. 1 solo signo :  $\sim$  a priori dirempta erat; corr. m. 2. 20.  $\acute{o}$ ] supra m. 1 P. 21.  $\acute{o}$ ] supra m. 1 P, om. F.  $\acute{o}\lambda\omicron\nu$ ] in ras. F. 23.  $\Delta E$ ]  $A$  eras. V. 24.  $\kappa\alpha\iota$ ]  $\kappa\alpha\iota \acute{o}$  BFVp. 25.  $\acute{o}\lambda\omicron\varsigma$ ]  $\acute{o} \acute{o}\lambda\omicron\varsigma$  B.

Ὁ γὰρ μέρος ἐστὶν ὁ  $AE$  τοῦ  $\Gamma Z$ , τὸ αὐτὸ μέρος  
 ἔστω καὶ ὁ  $EB$  τοῦ  $\Gamma H$ . καὶ ἐπεὶ, ὃ μέρος  
 ἐστὶν ὁ  $AE$  τοῦ  $\Gamma Z$ , τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ  $EB$   
 τοῦ  $\Gamma H$ , ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ  $AE$  τοῦ  $\Gamma Z$ , τὸ αὐτὸ  
 5 μέρος ἐστὶ καὶ ὁ  $AB$  τοῦ  $HZ$ . ὃ δὲ μέρος ἐστὶν ὁ  
 $AE$  τοῦ  $\Gamma Z$ , τὸ αὐτὸ μέρος ὑπόκειται καὶ ὁ  $AB$   
 τοῦ  $\Gamma \Delta$ . ὃ ἄρα μέρος ἐστὶ καὶ ὁ  $AB$  τοῦ  $HZ$ , τὸ  
 αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ τοῦ  $\Gamma \Delta$ . ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ  $HZ$   
 τῷ  $\Gamma \Delta$ . κοινὸς ἀφηρησθῶ ὁ  $\Gamma Z$ . λοιπὸς ἄρα ὁ  $H\Gamma$   
 10 λοιπῷ τῷ  $Z\Delta$  ἐστὶν ἴσος. καὶ ἐπεὶ, ὃ μέρος ἐστὶν  
 ὁ  $AE$  τοῦ  $\Gamma Z$ , τὸ αὐτὸ μέρος [ἐστὶ] καὶ ὁ  $EB$  τοῦ  
 $H\Gamma$ , ἴσος δὲ ὁ  $H\Gamma$  τῷ  $Z\Delta$ , ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ  
 $AE$  τοῦ  $\Gamma Z$ , τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ  $EB$  τοῦ  $Z\Delta$ .  
 ἀλλὰ ὃ μέρος ἐστὶν ὁ  $AE$  τοῦ  $\Gamma Z$ , τὸ αὐτὸ μέρος  
 15 ἐστὶ καὶ ὁ  $AB$  τοῦ  $\Gamma \Delta$ . καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ  $EB$  λοιποῦ  
 τοῦ  $Z\Delta$  τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶν, ὅπερ ὅλος ὁ  $AB$  ὅλου  
 τοῦ  $\Gamma \Delta$ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

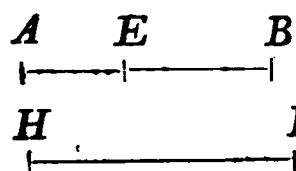
η'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾗ, ἅπερ ἀφαι-  
 20 ρεθεὶς ἀφαιρεθέντος, καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοιποῦ  
 τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, ἅπερ ὁ ὅλος τοῦ ὅλου.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ  $AB$  ἀριθμοῦ τοῦ  $\Gamma \Delta$  μέρη ἔστω,  
 ἅπερ ἀφαιρεθεὶς ὁ  $AE$  ἀφαιρεθέντος τοῦ  $\Gamma Z$ . λέγω,

7. ἐστὶν PB, comp. p.  $HZ$ ] corr. ex  $H\Gamma$  m. 1 F. 8.  
 καί] καὶ ὁ  $AB$  Theon (BFVp); ὁ  $AB$  add. in mg. m. rec. P.  
 Post  $\Gamma \Delta$  add. Theon: ὁ  $AB$  ἄρα ἑκατέρου τῶν  $HZ$ ,  $\Gamma \Delta$  τὸ  
 αὐτὸ μέρος ἐστὶν (BFVp); idem P, mg. m. rec.  $HZ$ ]  $ZH$   
 Vp. 9. κοινῶς P, corr. m. 1 et insuper m. rec. 10. ἴσος ἐστὶ V.  
 11. ἐστὶ] om. P. 12.  $H\Gamma$ ]  $\Gamma$  in ras. F. δέ] δὲ καὶ Vp.  
 ὁ  $H\Gamma$  τῷ  $\Delta Z$  F in ras. ἄρα] om. F. 13. ἐστὶν P.  $EB$   
 τοῦ  $Z\Delta$ ]  $AB$  τοῦ  $\Gamma \Delta$  F, corr. m. 2. 14. ἀλλ' P, corr. m. 1.

nam quae pars est  $AE$  numeri  $\Gamma Z$ , eadem pars sit  $EB$  numeri  $\Gamma H$ . et quoniam quae pars est  $AE$  numeri  $\Gamma Z$ , eadem pars est  $EB$  numeri  $\Gamma H$ , etiam



$AB$  numeri  $HZ$  eadem pars est, quae

$AE$  numeri  $\Gamma Z$

[prop. V]. supposu-

imus autem,  $AB$  numeri  $\Gamma\Delta$  eandem partem esse, quae sit  $AE$  numeri  $\Gamma Z$ . itaque quae pars est  $AB$  numeri  $HZ$ , eadem idem pars est numeri  $\Gamma\Delta$ . itaque  $HZ = \Gamma\Delta$ . subtrahatur, qui communis est,  $\Gamma Z$ . itaque  $H\Gamma = Z\Delta$ . et quoniam quae pars est  $AE$  numeri  $\Gamma Z$ , eadem est  $EB$  numeri  $H\Gamma$ , et  $H\Gamma = Z\Delta$ , quae pars est  $AE$  numeri  $\Gamma Z$ , eadem est  $EB$  numeri  $Z\Delta$ . uerum quae pars est  $AE$  numeri  $\Gamma Z$ , eadem est  $AB$  numeri  $\Gamma\Delta$ . ergo etiam reliquus  $EB$  reliqui  $Z\Delta$  eadem pars est, quae totus  $AB$  totius  $\Gamma\Delta$ ; quod erat demonstrandum.

### VIII.

Si numerus numeri partes sunt eadem, quae ablati numerus ablati, etiam reliquus reliqui eadem partes erunt, quae totus totius.

Nam numerus  $AB$  numeri  $\Gamma\Delta$  eadem partes sint, quae ablati  $AE$  ablati  $\Gamma Z$ . dico, etiam reliquum

$\alpha\lambda\lambda\alpha\ \tilde{o}]$  in ras. m. 2 F;  $\tilde{o}\ \alpha\tilde{\rho}\alpha$  post ras. plus quam 2 linn. V.  $AE]$   $EB$  V; e corr. F.  $\Gamma Z]$  in ras. F;  $Z\Delta$  V. 15. Post  $\Gamma\Delta$  add. Bp:  $\tilde{o}\ \alpha\tilde{\rho}\alpha\ \mu\acute{\epsilon}\rho\omicron\varsigma\ \acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu\ \tilde{o}\ EB\ \tau\omicron\upsilon\ Z\Delta$ ,  $\tau\tilde{o}\ \alpha\upsilon\tau\tilde{o}\ \mu\acute{\epsilon}\rho\omicron\varsigma\ \acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\ \kappa\alpha\iota\ \tilde{o}\ AB\ \tau\omicron\upsilon\ \Gamma\Delta$ ; idem P mg. m. rec.  $\kappa\alpha\iota\ \lambda\omicron\iota\pi\tilde{o}\varsigma\ \alpha\tilde{\rho}\alpha]$   $\kappa\alpha\iota$  mutat in  $\tilde{o}$  et in mg. add.  $\alpha\tilde{\rho}\alpha\ \mu\acute{\epsilon}\rho\omicron\varsigma\ \acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$  F m. 2 ( $\lambda\omicron\iota\pi\tilde{o}\varsigma\ \alpha\tilde{\rho}\alpha$  in init. lin. seq. (a m. 1) intactum relinquitur). 16.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$  V. 17.  $\Gamma\Delta]$   $B\Gamma$  F. 21.  $\tilde{o}]$  om. Pp; m. 2 F. 22.  $\Gamma\Delta]$   $\Gamma$  add. m. rec. P.

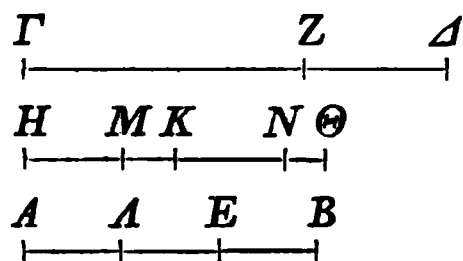
ὅτι καὶ λοιπὸς ὁ  $EB$  λοιποῦ τοῦ  $Z\Delta$  τὰ αὐτὰ μέρη  
ἐστίν, ὥπερ ὅλος ὁ  $AB$  ὅλου τοῦ  $\Gamma\Delta$ .

Κείσθω γὰρ τῷ  $AB$  ἴσος ὁ  $H\Theta$ . ἂ ἄρα μέρη  
ἐστίν ὁ  $H\Theta$  τοῦ  $\Gamma\Delta$ , τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ ὁ  $AE$   
5 τοῦ  $\Gamma Z$ . διηγήσθω ἡ μὲν  $H\Theta$  εἰς τὰ τοῦ  $\Gamma\Delta$  μέρη  
τὰ  $HK$ ,  $K\Theta$ , ὁ δὲ  $AE$  εἰς τὰ τοῦ  $\Gamma Z$  μέρη τὰ  $AL$ ,  
 $LE$ . ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν  $HK$ ,  $K\Theta$  τῷ  
πλήθει τῶν  $AL$ ,  $LE$ . καὶ ἐπεὶ, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ  
 $HK$  τοῦ  $\Gamma\Delta$ , τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ  $AL$  τοῦ  $\Gamma Z$ ,  
10 μείζων δὲ ὁ  $\Gamma\Delta$  τοῦ  $\Gamma Z$ , μείζων ἄρα καὶ ὁ  $HK$  τοῦ  
 $AL$ . κείσθω τῷ  $AL$  ἴσος ὁ  $HM$ . ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν  
ὁ  $HK$  τοῦ  $\Gamma\Delta$ , τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ  $HM$  τοῦ  
 $\Gamma Z$ . καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ  $MK$  λοιποῦ τοῦ  $Z\Delta$  τὸ αὐτὸ  
μέρος ἐστίν, ὥπερ ὅλος ὁ  $HK$  ὅλου τοῦ  $\Gamma\Delta$ . πάλιν  
15 ἐπεὶ, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ  $K\Theta$  τοῦ  $\Gamma\Delta$ , τὸ αὐτὸ μέρος  
ἐστὶ καὶ ὁ  $EL$  τοῦ  $\Gamma Z$ , μείζων δὲ ὁ  $\Gamma\Delta$  τοῦ  $\Gamma Z$ ,  
μείζων ἄρα καὶ ὁ  $\Theta K$  τοῦ  $EL$ . κείσθω τῷ  $EL$  ἴσος  
ὁ  $KN$ . ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ  $K\Theta$  τοῦ  $\Gamma\Delta$ , τὸ αὐτὸ  
μέρος ἐστὶ καὶ ὁ  $KN$  τοῦ  $\Gamma Z$ . καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ  
20  $N\Theta$  λοιποῦ τοῦ  $Z\Delta$  τὸ αὐτὸ μέρος ἐστίν, ὥπερ ὅλος  
ὁ  $K\Theta$  ὅλου τοῦ  $\Gamma\Delta$ . ἐδείχθη δὲ καὶ λοιπὸς ὁ  $MK$   
λοιποῦ τοῦ  $Z\Delta$  τὸ αὐτὸ μέρος ὄν, ὥπερ ὅλος ὁ  $HK$   
ὅλου τοῦ  $\Gamma\Delta$ . καὶ συναμφοτέρος ἄρα ὁ  $MK$ ,  $N\Theta$   
τοῦ  $\Delta Z$  τὰ αὐτὰ μέρη ἐστίν, ὥπερ ὅλος ὁ  $\Theta H$  ὅλου

1. καί] καὶ ὁ V.  $Z\Delta$ ]  $\Delta$  add. m. 2 F. 2. ὅλος] ὁ  
ὅλος B. 4. ἐστὶ] ἐστίν F. 8.  $LE$ ] in ras. V. 9.  $HK$ ]  
 $K$  postea insert. V. ἐστίν PV. καί] om. P. 11.  $HM$ ]  
 $MH$  Vp. 11. ἐστίν PF. 16. ἐστίν F. τοῦ  $\Gamma Z$ ] m. 2 supra  
scr. F. 17.  $\Theta K$ ]  $K\Theta$  P. 18.  $KN$ ] corr. ex  $KH$  m. rec.  
p; mutat. in  $KH$  m. 2 V. 19. μεμέρος P; corr. m. 2.  
ἐστίν F. καὶ λοιπός] λοιπός V. 20.  $N\Theta$ ] corr. ex  $H\Theta$   
m. rec. p.  $Z\Delta$ ]  $\Delta$  eras. V. ὥπερ] m. 2 V. 21. ἐδεί-  
χθη δέ — 23:  $\Gamma\Delta$ ] mg. V. 21. καί] καὶ ὁ BFV. ὁ] om. p.

$EB$  reliqui  $Z\Delta$  easdem partes esse, quae sit totus  $AB$  totius  $\Gamma\Delta$ .

ponatur enim  $H\Theta = AB$ . itaque quae partes est  $H\Theta$  numeri  $\Gamma\Delta$ , eadem est etiam  $AE$  numeri  $\Gamma Z$ . diuidatur  $H\Theta$  in  $HK$ ,  $K\Theta$  partes numeri  $\Gamma\Delta$ ,  $AE$  autem in  $A\Lambda$ ,  $\Lambda E$  partes numeri  $\Gamma Z$ . itaque multi-



tudo numerorum  $HK$ ,  $K\Theta$  multitudini numerorum  $A\Lambda$ ,  $\Lambda E$  aequalis est. et quoniam quae pars est  $HK$  numeri  $\Gamma\Delta$ , eadem est  $A\Lambda$  numeri  $\Gamma Z$ , et

$\Gamma\Delta > \Gamma Z$ , erit etiam  $HK > A\Lambda$ . ponatur  $HM = A\Lambda$ . itaque quae pars est  $HK$  numeri  $\Gamma\Delta$ , eadem est  $HM$  numeri  $\Gamma Z$ . quare etiam reliquus  $MK$  reliqui  $Z\Delta$  eadem pars est, quae totus  $HK$  totius  $\Gamma\Delta$  [prop. VII]. rursus quoniam quae pars est  $K\Theta$  numeri  $\Gamma\Delta$ , eadem est  $E\Lambda$  numeri  $\Gamma Z$ , et  $\Gamma\Delta > \Gamma Z$ , erit etiam  $\Theta K > E\Lambda$ . ponatur  $KN = E\Lambda$ . itaque quae pars est  $K\Theta$  numeri  $\Gamma\Delta$ , eadem est  $KN$  numeri  $\Gamma Z$ . quare etiam reliquus  $N\Theta$  reliqui  $Z\Delta$  eadem pars est, quae totus  $K\Theta$  totius  $\Gamma\Delta$  [prop. VII]. demonstrauius autem, esse etiam reliquum  $MK$  reliqui  $Z\Delta$  eandem partem, quae totus  $HK$  totius sit  $\Gamma\Delta$ . quare etiam  $MK + N\Theta$  eadem partes sunt numeri  $\Delta Z$ , quae totus  $\Theta H$  totius

22.  $\omega\nu$ ] om. p,  $\delta\nu$  V.  $HK$ ]  $KH$  P. 23.  $\Gamma\Delta$ ]  $\Delta\Gamma$  FVp.  $MK$ ] eras. V.  $N\Theta$ ] corr. ex  $H\Theta$  m. 2 p. 24.  $\Delta Z$ ]  $\Lambda Z$  F;  $Z\Delta$  Vp.  $\Theta H$ ]  $H\Theta$  FVp.

τοῦ  $\Gamma\Delta$ . ἴσος δὲ συναμφοτέρως μὲν ὁ  $MK$ ,  $N\Theta$  τῷ  $EB$ , ὁ δὲ  $\Theta H$  τῷ  $BA$ · καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ  $EB$  λοιποῦ τοῦ  $Z\Delta$  τὰ αὐτὰ μέρη ἐστίν, ἅπερ ὅλος ὁ  $AB$  ὅλου τοῦ  $\Gamma\Delta$ · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

θ'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ἦ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὸ αὐτὸ μέρος ἦ, καὶ ἐναλλάξ, ὃ μέρος ἐστίν ἢ μέρη ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου, τὸ αὐτὸ μέρος ἐσται ἢ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ὁ δεύτερος  
10 τοῦ τετάρτου.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ  $A$  ἀριθμοῦ τοῦ  $B\Gamma$  μέρος ἔστω, καὶ ἕτερος ὁ  $\Delta$  ἑτέρου τοῦ  $EZ$  τὸ αὐτὸ μέρος, ὅπερ ὁ  $A$  τοῦ  $B\Gamma$ · λέγω, ὅτι καὶ ἐναλλάξ, ὃ μέρος ἐστίν ὁ  $A$  τοῦ  $\Delta$  ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ  $B\Gamma$   
15 τοῦ  $EZ$  ἢ μέρη.

Ἐπεὶ γὰρ ὃ μέρος ἐστίν ὁ  $A$  τοῦ  $B\Gamma$ , το αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ  $\Delta$  τοῦ  $EZ$ , ὅσοι ἄρα εἰσὶν ἐν τῇ  $B\Gamma$  ἀριθμοὶ ἴσοι τῷ  $A$ , τοσοῦτοί εἰσι καὶ ἐν τῷ  $EZ$  ἴσοι τῷ  $\Delta$ . διηγήσθω ὁ μὲν  $B\Gamma$  εἰς τοὺς τῷ  $A$   
20 ἴσους τοὺς  $BH$ ,  $H\Gamma$ , ὁ δὲ  $EZ$  εἰς τοὺς τῷ  $\Delta$  ἴσους τοὺς  $E\Theta$ ,  $\Theta Z$ · ἐσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν  $BH$ ,  $H\Gamma$  τῷ πλῆθει τῶν  $E\Theta$ ,  $\Theta Z$ .

Καὶ ἐπεὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ  $BH$ ,  $H\Gamma$  ἀριθμοὶ ἀλλήλοις, εἰσὶ δὲ καὶ οἱ  $E\Theta$ ,  $\Theta Z$  ἀριθμοὶ ἴσοι ἀλλήλοις,

1.  $\Gamma\Delta$ ]  $\Delta\Gamma$  BF. δέ] V corr. ex δή; δή PBFp. μὲν ὁ] ὁ μὲν V.  $MK$ ,  $N\Theta$ ] mutat. in  $HM$ ,  $KN$  m. 2 V; λοιπὸς ἄρα ὁ  $MK$ ,  $N\Theta$  τῷ  $EB$  ἴσος ἐστίν mg. m. 2 V. 2. τῷ] e corr. m. 1 F.  $EB$ ]  $BE$  V m. 1,  $AE$  m. 2.  $\Theta H$ ]  $\Theta N$  p.  $BA$ ] mutat. in  $MK$  m. rec. p. 3.  $Z\Delta$ ] corr. ex  $\Delta Z$  m. 2 V,  $\Delta Z$  F. 6. Post ἕτερος ras. 5 litt., dein τοῦ πρώτου μείζονος τοῦ δευτέρου punctis del. F; totam protasin ita, ut apud nos legitur, in mg. repetit m. 2. 7. ἦ] P; om. BFVp. 9.



$\Gamma\Delta$ . sed  $MK + N\Theta = EB^1)$  et  $\Theta H = BA$ . ergo etiam reliquus  $EB$  reliqui  $Z\Delta$  eadem partes sunt, quae totus  $AB$  totius  $\Gamma\Delta$ ; quod erat demonstrandum.

## IX.

Si numerus numeri pars est et alius numerus alius numeri eadem pars, etiam permutatim, quae pars uel partes primus est tertii, eadem pars uel partes erit secundus quarti.

Nam numerus  $A$  numeri  $B\Gamma$  pars sit, et alius  $\Delta$  alius numeri  $EZ$  eadem pars sit, quae  $A$  numeri  $B\Gamma$ . dico, etiam permutatim numerum  $B\Gamma$  eandem partem uel partes esse numeri  $EZ$ , quae pars uel partes sit  $A$  numeri  $\Delta$ .

Nam quoniam quae pars est  $A$  numeri  $B\Gamma$ , eadem est  $\Delta$  numeri  $EZ$ , quot sunt in  $B\Gamma$  numeri numero  $A$  aequales, totidem etiam in  $EZ$  sunt numero  $\Delta$  aequales. diuidatur  $B\Gamma$  in numeros  $BH$ ,  $H\Gamma$  numero  $A$  aequales,  $EZ$  autem in  $E\Theta$ ,  $\Theta Z$  numero  $\Delta$  aequales. itaque multitudo numerorum  $BH$ ,  $H\Gamma$  multitudini numerorum  $E\Theta$ ,  $\Theta Z$  aequalis est. et quoniam  $BH = H\Gamma$  et  $E\Theta = \Theta Z$ , et multitudo numerorum

1) Nam  $HM + MK + KN + N\Theta = AA + AE + EB$ , et  $HM = AA$ ,  $KN = EA$ .

$\xi\sigma\tau\alpha\iota$ ]  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$  comp. p. 11. Post  $\xi\sigma\tau\omega$  add. V:  $\eta\tau\grave{\alpha}\alpha\upsilon\tau\acute{\alpha}\mu\acute{\epsilon}\rho\eta$  punctis del.  $\mu\acute{\epsilon}\rho\omicron\varsigma$   $\acute{\epsilon}\sigma\tau\alpha\iota$  p. 13. Post  $B\Gamma$  add. BVp, F mg. m. 2:  $\acute{\epsilon}\lambda\acute{\alpha}\tau\tau\omega\nu$   $\delta\grave{\epsilon}$   $\xi\sigma\tau\omega$   $\delta$   $A$   $\tau\omicron\upsilon$   $\Delta$  ( $\Delta$  in ras. m. 1 B).  $\delta$ ] supra  $\delta$  scr.  $\acute{\omicron}\pi\epsilon\rho$  m. 1 p. 14.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$  F. 17.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$  PF. καί] om. P. 18.  $\acute{\epsilon}\lambda\acute{\iota}\sigma\iota\nu$  PB. 21.  $\xi\sigma\tau\alpha\iota$ ]  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$  F, corr. m. 2. 24.  $\acute{\epsilon}\lambda\acute{\iota}\sigma\iota\nu$  P.  $E\Theta$ ]  $EZ$  p.

καί ἐστιν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν  $BH$ ,  $HΓ$  τῷ πλήθει  
 τῶν  $EΘ$ ,  $ΘZ$ , ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ  $BH$  τοῦ  $EΘ$   
 ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ  $HΓ$  τοῦ  $ΘZ$  ἢ  
 τὰ αὐτὰ μέρη· ὥστε καὶ ὁ μέρος ἐστὶν ὁ  $BH$  τοῦ  
 5  $EΘ$  ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ συναμφοτέρος  
 ὁ  $BΓ$  συναμφοτέρου τοῦ  $EZ$  ἢ τὰ αὐτὰ μέρη. ἴσος  
 δὲ ὁ μὲν  $BH$  τῷ  $A$ , ὁ δὲ  $EΘ$  τῷ  $Δ$ · ὃ ἄρα μέρος  
 ἐστὶν ὁ  $A$  τοῦ  $Δ$  ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ  
 ὁ  $BΓ$  τοῦ  $EZ$  ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

10

ι'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ἦ, καὶ ἕτερος  
 ἑτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ἦ, καὶ ἐναλλάξ, ἃ μέρη  
 ἐστὶν ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου ἢ μέρος, τὰ αὐτὰ  
 μέρη ἔσται καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τετάρτου ἢ το  
 15 αὐτὸ μέρος.

Ἀριθμὸς γάρ ὁ  $AB$  ἀριθμοῦ τοῦ  $Γ$  μέρη ἔστω,  
 καὶ ἕτερος ὁ  $ΔE$  ἑτέρου τοῦ  $Z$  τὰ αὐτὰ μέρη· λέγω,  
 ὅτι καὶ ἐναλλάξ, ἃ μέρη ἐστὶν ὁ  $AB$  τοῦ  $ΔE$  ἢ μέ-  
 ρος, τὰ αὐτὰ μέρη ἐστὶ καὶ ὁ  $Γ$  τοῦ  $Z$  ἢ τὸ αὐτὸ  
 20 μέρος.

Ἐπεὶ γάρ, ἃ μέρη ἐστὶν ὁ  $AB$  τοῦ  $Γ$ , τὰ αὐτὰ  
 μέρη ἐστὶ καὶ ὁ  $ΔE$  τοῦ  $Z$ , ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ  
 $AB$  μέρη τοῦ  $Γ$ , τοσαῦτα καὶ ἐν τῷ  $ΔE$  μέρη τοῦ  
 $Z$ . διηγήσθω ὁ μὲν  $AB$  εἰς τὰ τοῦ  $Γ$  μέρη τὰ  $AH$ ,  
 25  $HB$ , ὁ δὲ  $ΔE$  εἰς τὰ τοῦ  $Z$  μέρη τὰ  $ΔΘ$ ,  $ΘE$ · ἔσται

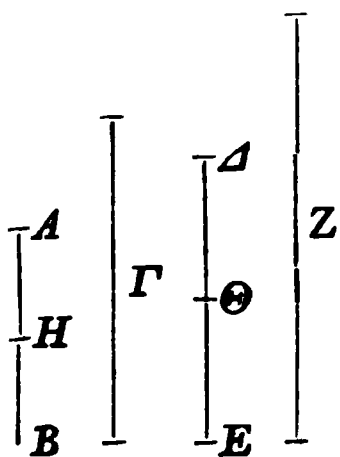
2.  $EΘ$ ] corr. ex  $EZ$  m. 1 F. 4. ὥστε] -τε in ras. V.  
 7. δέ] δὴ P. 12. ἦ] P; om. BFVp. 13. Ante ἦ in p  
 del. καί. μέρος] corr. ex μέρη p. 14. ἔσται μέρη V.  
 καί] m. 2 F. 16.  $AB$ ] inter  $A$  et  $B$  duae litt. eras. V.  
 ἔστω] φ, ἔσται? F. 17. Post μέρη add. BFVp: ἔστω δέ  
 (δέ m. 2 F; ἐλάττων δέ ἔστω B) ὁ  $AB$  τοῦ  $ΔE$  ἐλάσσων (m.

$BH$ ,  $H\Gamma$  multitudini numerorum  $E\Theta$ ,  $\Theta Z$  aequalis est, erit etiam  $H\Gamma$  numeri  $\Theta Z$  eadem pars uel partes, quae  $BH$  numeri  $E\Theta$ . quare etiam quae pars uel partes est  $BH$  numeri  $E\Theta$ , eadem pars uel partes est  $B\Gamma$  numeri  $EZ$  [prop. V et VI]. sed  $BH = A$ ,  $E\Theta = \Delta$ . ergo quae pars uel partes est  $A$  numeri  $\Delta$ , eadem pars uel partes est etiam  $B\Gamma$  numeri  $EZ$ ; quod erat demonstrandum.

## X.

Si numerus numeri partes sunt, et alius numerus alius numeri eadem partes, etiam permutatim quae partes uel pars primus est tertii, eadem partes uel pars est secundus quarti.

Numerus enim  $AB$  numeri  $\Gamma$  partes sint, et alius  $\Delta E$  alius numeri  $Z$  eadem partes. dico, etiam permutatim numerum  $\Gamma$  easdem partes uel partem esse numeri  $Z$ , quae  $AB$  numeri  $\Delta E$ .



nam quoniam quae partes est  $AB$  numeri  $\Gamma$ , eadem est etiam  $\Delta E$  numeri  $Z$ , quot sunt in  $AB$  partes numeri  $\Gamma$ , totidem partes numeri  $Z$  in  $\Delta E$  sunt. diuidatur  $AB$  in  $AH$ ,  $HB$  partes numeri  $\Gamma$ ,  $\Delta E$  autem in  $\Delta\Theta$ ,  $\Theta E$  partes numeri  $Z$ . erit

2 F, om. B). 18.  $\tilde{\alpha}$ ] om. F. 19.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$  F.  $\tau\omicron\tilde{\upsilon}$ ] om. p.  
 21.  $\tilde{\alpha}$ ] m. 2 B. 22.  $\tilde{\alpha}\rho\alpha$ ] m. 2 F. 24.  $\Gamma$ ] in ras. 4  
 litt. e corr. F. 25.  $HB$ ]  $H$  e corr. V.  $\Delta E$ ]  $E$  in ras. P.  
 $\Delta\Theta$ ]  $\Delta$  e corr. p; post ras. 2 litt. V;  $A\Theta$  F (sed  $A$  e corr.).  
 $\Theta E$ ]  $E$  eras.; fuit  $E\Theta$  F.

δὴ ἴσον τὸ πλῆθος τῶν  $AH$ ,  $HB$  τῷ πλήθει τῶν  
 $\Delta\Theta$ ,  $\Theta E$ . καὶ ἐπεὶ, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ  $AH$  τοῦ  $\Gamma$ , τὸ  
 αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ  $\Delta\Theta$  τοῦ  $Z$ , καὶ ἐναλλάξ, ὃ μέρος  
 ἐστὶν ὁ  $AH$  τοῦ  $\Delta\Theta$  ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ  
 5 καὶ ὁ  $\Gamma$  τοῦ  $Z$  ἢ τὰ αὐτὰ μέρη. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ  
 καί, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ  $HB$  τοῦ  $\Theta E$  ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ  
 μέρος ἐστὶ καὶ ὁ  $\Gamma$  τοῦ  $Z$  ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· ὥστε  
 καί [ὃ μέρος ἐστὶν ὁ  $AH$  τοῦ  $\Delta\Theta$  ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ  
 μέρος ἐστὶ καὶ ὁ  $HB$  τοῦ  $\Theta E$  ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· καὶ  
 10 ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ  $AH$  τοῦ  $\Delta\Theta$  ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ  
 μέρος ἐστὶ καὶ ὁ  $AB$  τοῦ  $\Delta E$  ἢ τὰ αὐτὰ μέρη· ἀλλ'  
 ὃ μέρος ἐστὶν ὁ  $AH$  τοῦ  $\Delta\Theta$  ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος  
 ἐδείχθη καὶ ὁ  $\Gamma$  τοῦ  $Z$  ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ] ἂ [ἄρα]  
 μέρη ἐστὶν ὁ  $AB$  τοῦ  $\Delta E$  ἢ μέρος, τὰ αὐτὰ μέρη  
 15 ἐστὶ καὶ ὁ  $\Gamma$  τοῦ  $Z$  ἢ τὸ αὐτὸ μέρος· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ια'.

Ἐὰν ἢ ὡς ὅλος πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρε-  
 θεὶς πρὸς ἀφαιρεθέντα, καὶ ὁ λοιπὸς πρὸς τὸν  
 λοιπὸν ἔσται, ὡς ὅλος πρὸς ὅλον.

20 Ἐστω ὡς ὅλος ὁ  $AB$  πρὸς ὅλον τὸν  $\Gamma\Delta$ , οὕτως  
 ἀφαιρεθεὶς ὁ  $AE$  πρὸς ἀφαιρεθέντα τὸν  $\Gamma Z$ . λέγω,  
 ὅτι καὶ λοιπὸς ὁ  $EB$  πρὸς λοιπὸν τὸν  $Z\Delta$  ἐστίν, ὡς  
 ὅλος ὁ  $AB$  πρὸς ὅλον τὸν  $\Gamma\Delta$ .

Ἐπεὶ ἐστίν ὡς ὁ  $AB$  πρὸς τὸν  $\Gamma\Delta$ , οὕτως ὁ  $AE$

1. δὴ] δέ p.  $AH$ ,  $HB$ ] in ras. φ. 2.  $\Delta\Theta$ ,  $\Theta E$ ] eras. F. 3. καί] (alt.) Pp, B m. rec.; om. FV. 4.  $\Delta\Theta$ ]  $\Theta\Delta$  P.

5.  $\Gamma$ ] post ras. 1 litt. F. τὰ αὐτὰ] om. p. διὰ τὰ — 7: μέρη] om. V; ὥστε καὶ ὁ  $HB$  τοῦ  $\Theta E$  τὸ αὐτό ἐστὶ μέρος ἢ μέρη, ὅπερ ὁ ἴσος τῷ  $HB$ , τουτέστιν ὁ  $AH$ , τῷ ἴσῳ τῷ  $\Delta\Theta$ , τουτέστιν τῷ  $\Theta E$  p; idem V mg. m. 1 bis (μέρος ἐστίν, τοῦ  $HB$  τουτέστι). 6.  $HB$ ]  $BH$  F. τὸ αὐτὸ μέρος] bis P,

igitur multitudo numerorum  $AH$ ,  $HB$  multitudini numerorum  $\Delta\Theta$ ,  $\Theta E$  aequalis. et quoniam quae pars est  $AH$  numeri  $\Gamma$ , eadem est  $\Delta\Theta$  numeri  $Z$ , permutatim quae pars uel partes est  $AH$  numeri  $\Delta\Theta$ , eadem pars uel partes est etiam  $\Gamma$  numeri  $Z$  [prop. IX]. eadem de causa etiam quae pars uel partes est  $HB$  numeri  $\Theta E$ , eadem pars uel partes est  $\Gamma$  numeri  $Z$ . quare etiam quae partes uel pars est  $AB$  numeri  $\Delta E$ , eadem partes uel pars est etiam  $\Gamma$  numeri  $Z$ <sup>1)</sup>; quod erat demonstrandum.

## XI.

Si est ut totus ad totum, ita ablatum ad ablatum, etiam reliquus ad reliquum erit, ut totus ad totum.

Sit  $AB : \Gamma\Delta = AE : \Gamma Z$ . dico, esse etiam

$$EB : Z\Delta = AB : \Gamma\Delta.$$

quoniam est  $AB : \Gamma\Delta = AE : \Gamma Z$ , erit  $AE$  eadem

1) Nam  $AH$  eadem pars uel partes est numeri  $\Delta\Theta$ , quae  $HB$  numeri  $\Theta E$ . ergo (prop. V et VI)  $AB$  numeri  $\Delta E$  eadem pars uel partes est, quae  $AH$  numeri  $\Delta\Theta$  siue quae  $\Gamma$  numeri  $Z$ . — sed quae hanc ipsam ratiocinationem continent uerba lin. 8—13, merito auctoritate codicis P Theoni tribuenda esse uideri possunt (Campanus in his libris arithmeticiis tanto opere a Graecis discrepat, ut perraro ex eo documenta peti possint).

corr. m. 2. 7. μέρος] eras. F. ἐστὶ καὶ] om. F. 8. ὁ μέρος — 13: μέρη καὶ] mg. m. rec. P. 8. ὁ ἄρα μέρος F. 9. ἄρα μέρος Vp. HB τοῦ — 11: καὶ ὁ] om. Vp. HB] HΘ F. 10. ΔΘ] ΑΘ F. 11. AB] ΑΘ F. ΔE] ΑE F. 13. ἄρα] m. rec. P. 14. ἐστὶν] ἐστὶ καὶ Vp. 15. ἐστὶν P. 17. ὡς] om. p. 22. ὁ λοιπὸς ὁ V. Post πρὸς add. V: ὅλον τὸν ΓΔ πρὸς τὸν, del. m. 1. ZΔ] ΔZ P. 24. Post ἐπεὶ add. γάρ FV m. 2, P m. rec. ὁ] (alt.) in ras. m. 1 B.

πρὸς τὸν ΓΖ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ ΑΒ τοῦ ΓΔ ἢ  
 μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ ΑΕ τοῦ ΓΖ ἢ τὰ  
 αὐτὰ μέρη. καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ ΕΒ λοιποῦ τοῦ ΖΔ τὸ  
 αὐτὸ μέρος ἐστὶν ἢ μέρη, ἅπερ ὁ ΑΒ τοῦ ΓΔ. ἐστὶν  
 5 ἄρα ὡς ὁ ΕΒ πρὸς τὸν ΖΔ, οὕτως ὁ ΑΒ πρὸς τὸν  
 ΓΔ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιβ'.

Ἐὰν ὅσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον,  
 ἐστὶ ὡς εἷς τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓνα τῶν  
 10 ἐπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς  
 ἅπαντας τοὺς ἐπομένους.

Ἐστῶσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον οἱ Α, Β,  
 Γ, Δ, ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ·  
 λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως οἱ Α, Γ  
 15 πρὸς τοὺς Β, Δ.

Ἐπεὶ γάρ ἐστὶν ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως ὁ Γ  
 πρὸς τὸν Δ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ Α τοῦ Β ἢ μέρη,  
 τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ Γ τοῦ Δ ἢ μέρη. καὶ συν-  
 αμφοτέρως ἄρα ὁ Α, Γ συναμφοτέρου τοῦ Β, Δ τὸ  
 20 αὐτὸ μέρος ἐστὶν ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, ἅπερ ὁ Α τοῦ Β.  
 ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ Α πρὸς τὸν Β, οὕτως οἱ Α, Γ πρὸς  
 τοὺς Β, Δ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιγ'.

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὅσιν, καὶ  
 25 ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσονται.

XIII. Philop. in anal. post. fol. 18.

1 τόν] om. V. 2. ἐστίν F. 3. λοιπός] λοιπόν p. ΖΔ]  
 ΔΖ P. 4. ἅπερ] -περ eras. F. ὁ] bis p. 12. ἀνάλογον]  
 om. V p, euan. F. 13. ὁ Γ] δέ φ. ὁ Γ — 14: Β, οὕτως]

$\begin{array}{c} A \\ | \\ E \\ | \\ B \end{array}$ 
 $\begin{array}{c} \Gamma \\ | \\ Z \\ | \\ \Delta \end{array}$ 
 pars uel partes numeri  $\Gamma Z$ , quae  $AB$  numeri  $\Gamma \Delta$  [def. 20]. quare etiam reliquus  $EB$  reliqui  $Z \Delta$  eadem pars uel partes erit, quae  $AB$  numeri  $\Gamma \Delta$  [prop. VII. VIII]. ergo  

$$EB : Z \Delta = AB : \Gamma \Delta$$
 [def. 20]; quod erat demonstrandum.

## XII.

Si quotlibet numeri proportionales sunt, erunt, ut unus praecedentium ad unum sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes.

Sint quotlibet numeri proportionales  $A, B, \Gamma, \Delta$ , ita ut sit

$$A : B = \Gamma : \Delta.$$

$\begin{array}{c} A \\ | \\ B \\ | \\ \Gamma \\ | \\ \Delta \end{array}$ 
 dico, esse  $A : B = A + \Gamma : B + \Delta$ .  
 nam quoniam est  $A : B = \Gamma : \Delta$ ,  
 quae pars uel partes est  $A$  numeri  $B$ ; eadem pars uel partes est etiam

$\Gamma$  numeri  $\Delta$  [def. 20]. quare etiam  $A + \Gamma$  eadem pars uel partes sunt numerorum  $B + \Delta$ , quae  $A$  numeri  $B$  [prop. V. VI]. ergo

$$A : B = A + \Gamma : B + \Delta \text{ [def. 20];}$$

quod erat demonstrandum.

## XIII.

Si quattuor numeri proportionales sunt, etiam permutatim proportionales erunt.

om. p. 16.  $A$ ] in ras. m. rec. P.  $\tau\acute{o}\nu$ ]  $\tau\acute{o}$   $\varphi$ . 17.  $\tilde{o}$ ]  $\tilde{\eta}$   $\varphi$  (non F).  $\tau\acute{o}\tilde{\nu}$ ]  $\tau\acute{o}\nu$   $\varphi$ . 19.  $\acute{o}$ ] e corr. V, m. 2 F.  
 20.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ ] comp. F, euan. Dein in F seq. 23 folia pergamini recentissimi ( $\varphi$ ); incip.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$   $\tilde{\eta}$   $\kappa\tau\lambda.$ , desin. IX, 15 fin.:  $\delta\epsilon\iota\tilde{\xi}\alpha\iota$ . 21. Post  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$  in B:  $\tilde{o}$ , del. m. 2. 24.  $\acute{\omega}\sigma\iota$  Vp $\varphi$ .

Ἐστωσαν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον οἱ  $A, B, \Gamma, \Delta$ , ὥς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ . λέγω, ὅτι καὶ ἐναλλάξ ἀνάλογον ἔσονται, ὥς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ , οὕτως ὁ  $B$  πρὸς τὸν  $\Delta$ .

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὥς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ , ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ὁ  $A$  τοῦ  $B$  ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ  $\Gamma$  τοῦ  $\Delta$  ἢ τὰ αὐτὰ μέρη. ἐναλλάξ ἄρα, ὃ μέρος ἐστὶν ὁ  $A$  τοῦ  $\Gamma$  ἢ μέρη, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ  $B$  τοῦ  $\Delta$  ἢ τὰ αὐτὰ μέρη. ἔστιν ἄρα ὥς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ , οὕτως ὁ  $B$  πρὸς τὸν  $\Delta$ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιδ'.

Ἐὰν ὅσιν ὅποσοιούν ἀριθμοὶ καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενοι καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται.

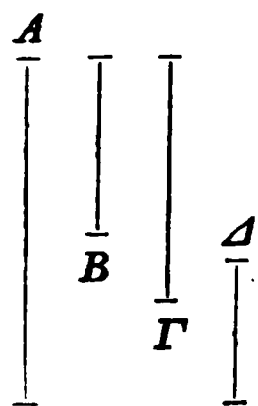
Ἐστωσαν ὅποσοιούν ἀριθμοὶ οἱ  $A, B, \Gamma$  καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενοι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ οἱ  $\Delta, E, Z$ , ὥς μὲν ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $E$ , ὥς δὲ ὁ  $B$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ ; οὕτως ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $Z$ . λέγω, ὅτι καὶ δι' ἴσου ἐστὶν ὥς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ , οὕτως ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $Z$ .

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὥς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $E$ , ἐναλλάξ ἄρα ἐστὶν ὥς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $\Delta$ , οὕτως ὁ  $B$  πρὸς τὸν  $E$ . πάλιν, ἐπεὶ ἐστιν ὥς ὁ  $B$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ , οὕτως ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $Z$ , ἐναλλάξ ἄρα ἐστὶν ὥς ὁ  $B$  πρὸς τὸν  $E$ , οὕτως ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $Z$ . ὥς δὲ ὁ  $B$  πρὸς τὸν  $E$ , οὕτως ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $\Delta$ . καὶ

9.  $B$ ] e corr. V. μέρη τὰ αὐτὰ p. 15. καὶ] om. V p φ. λόγῳ] m. rec. B. 17.  $\Gamma$ ]  $\Gamma, \Delta$  p. 27. ὥς] om. p.



Sint quattuor numeri proportionales  $A, B, \Gamma, \Delta$ , ita ut sit  $A : B = \Gamma : \Delta$ . dico, esse etiam permutatim  $A : \Gamma = B : \Delta$ .



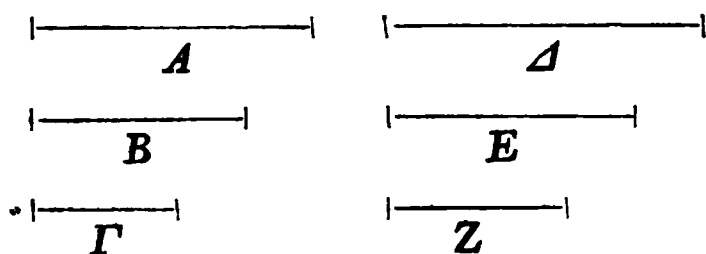
nam quoniam est  $A : B = \Gamma : \Delta$ , quae pars uel partes est  $A$  numeri  $B$ , eadem pars uel partes erit etiam  $\Gamma$  numeri  $\Delta$  [def. 20]. itaque permutatim quae pars uel partes est  $A$  numeri  $\Gamma$ , eadem pars uel partes est etiam  $B$  numeri  $\Delta$  [prop. X]. ergo  $A : \Gamma = B : \Delta$  [def. 20]; quod erat de-

monstrandum.

#### XIV.

Si quotlibet numeri dati sunt et alii iis numero aequales bini simul coniuncti et in eadem proportionem, etiam ex aequo in eadem proportionem erunt.

Sint quotlibet numeri  $A, B, \Gamma$  et alii iis numero aequales bini simul coniuncti in eadem proportionem



$\Delta, E, Z$ , ita ut sit  $A : B = \Delta : E$  et  $B : \Gamma = E : Z$ . dico, esse etiam ex aequo  $A : \Gamma = \Delta : Z$ .

nam quoniam est  $A : B = \Delta : E$ , permutatim erit  $A : \Delta = B : E$  [prop. XIII]. rursus quoniam est

$$B : \Gamma = E : Z,$$

permutatim erit  $B : E = \Gamma : Z$  [id.]. sed  $B : E = A : \Delta$ .

ὥς ἄρα ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $\Delta$ , οὕτως ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $Z$ .  
 ἐναλλάξ ἄρα ἐστὶν ὥς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ , οὕτως ὁ  $\Delta$   
 πρὸς τὸν  $Z$ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιε'.

5 Ἐὰν μονὰς ἀριθμόν τινα μετρῇ, ἰσακίς δὲ  
 ἕτερος ἀριθμὸς ἄλλον τινὰ ἀριθμόν μετρῇ, καὶ  
 ἐναλλάξ ἰσάκίς ἢ μονὰς τὸν τρίτον ἀριθμόν  
 μετρήσει καὶ ὁ δεύτερος τὸν τέταρτον.

Μονὰς γὰρ ἢ  $A$  ἀριθμόν τινα τὸν  $B\Gamma$  μετρεῖτω,  
 10 ἰσάκίς δὲ ἕτερος ἀριθμὸς ὁ  $\Delta$  ἄλλον τινὰ ἀριθμόν  
 τὸν  $EZ$  μετρεῖτω· λέγω, ὅτι καὶ ἐναλλάξ ἰσάκίς ἢ  $A$   
 μονὰς τὸν  $\Delta$  ἀριθμόν μετρεῖ καὶ ὁ  $B\Gamma$  τὸν  $EZ$ .

Ἐπεὶ γὰρ ἰσάκίς ἢ  $A$  μονὰς τὸν  $B\Gamma$  ἀριθμόν  
 μετρεῖ καὶ ὁ  $\Delta$  τὸν  $EZ$ , ὅσαι ἄρα εἰσὶν ἐν τῷ  $B\Gamma$   
 15 μονάδες, τοσοῦτοί εἰσι καὶ ἐν τῷ  $EZ$  ἀριθμοὶ ἴσοι  
 τῷ  $\Delta$ . διηγήσθω ὁ μὲν  $B\Gamma$  εἰς τὰς ἐν ἑαυτῷ μο-  
 νάδας τὰς  $BH$ ,  $H\Theta$ ,  $\Theta\Gamma$ , ὁ δὲ  $EZ$  εἰς τοὺς τῷ  $\Delta$   
 ἴσους τοὺς  $EK$ ,  $K\Lambda$ ,  $\Lambda Z$ . ἔσται δὴ ἴσον τὸ πλῆθος  
 τῶν  $BH$ ,  $H\Theta$ ,  $\Theta\Gamma$  τῷ πλήθει τῶν  $EK$ ,  $K\Lambda$ ,  $\Lambda Z$ .  
 20 καὶ ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν αἱ  $BH$ ,  $H\Theta$ ,  $\Theta\Gamma$  μονάδες ἀλλή-  
 λαις, εἰσὶ δὲ καὶ οἱ  $EK$ ,  $K\Lambda$ ,  $\Lambda Z$  ἀριθμοὶ ἴσοι ἀλλή-  
 λοις, καὶ ἐστὶν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν  $BH$ ,  $H\Theta$ ,  $\Theta\Gamma$  μο-  
 νάδων τῷ πλήθει τῶν  $EK$ ,  $K\Lambda$ ,  $\Lambda Z$  ἀριθμῶν, ἔσται  
 ἄρα ὥς ἢ  $BH$  μονὰς πρὸς τὸν  $EK$  ἀριθμόν, οὕτως  
 25 ἢ  $H\Theta$  μονὰς πρὸς τὸν  $K\Lambda$  ἀριθμόν καὶ ἢ  $\Theta\Gamma$  μο-  
 νὰς πρὸς τὸν  $\Lambda Z$  ἀριθμόν. ἔσται ἄρα καὶ ὥς εἰς

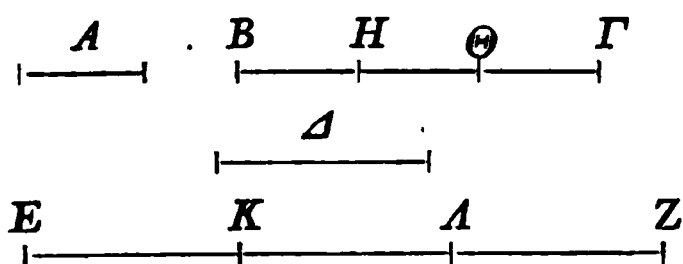
2. ἐναλλάξ ἄρα] in ras. m. 1 p.  $A$ ] in ras. φ. 6.  
 ἀριθμόν] om. p. 7. ἀριθμόν] om. B. 8. μετρεῖ B. 9. τινα]  
 e corr. V. μετρήτω B φ. 10. δέ] supra m. 1 V. ὁ  $\Delta$ ]  
 supra m. 1 V. τινά] τινὰ μετρεῖτω V, τινὰ μετρήτω φ.

quare etiam  $A : \Delta = \Gamma : Z$ . ergo permutatim erit  $A : \Gamma = \Delta : Z$  [id.]; quod erat demonstrandum.

## XV.

Si unitas numerum aliquem metitur, et alius numerus alium numerum aequaliter metitur, etiam permutatim unitas tertium numerum et secundus quartum aequaliter metietur.

Nam unitas  $A$  numerum aliquem  $B\Gamma$  metiatur, et alius numerus  $\Delta$  alium numerum  $EZ$  aequaliter metiatur. dico, etiam permutatim unitatem  $A$  numerum  $\Delta$  et  $B\Gamma$  numerum  $EZ$  aequaliter metiri.



nam quoniam unitas  $A$  numerum  $B\Gamma$  et  $\Delta$  numerum  $EZ$  aequaliter metitur, quot sunt in  $B\Gamma$  unitates, tot etiam in  $EZ$  numeri sunt numero  $\Delta$  aequales. diuidatur  $B\Gamma$  in unitates suas  $BH$ ,  $H\Theta$ ,  $\Theta\Gamma$  et  $EZ$  in numeros  $EK$ ,  $K\Delta$ ,  $\Delta Z$  numero  $\Delta$  aequales. erit igitur multitudo numerorum  $BH$ ,  $H\Theta$ ,  $\Theta\Gamma$  multitudini numerorum  $EK$ ,  $K\Delta$ ,  $\Delta Z$  aequalis. et quoniam

$$BH = H\Theta = \Theta\Gamma$$

et etiam  $EK = K\Delta = \Delta Z$ , et multitudo unitatum  $BH$ ,  $H\Theta$ ,  $\Theta\Gamma$  multitudini numerorum  $EK$ ,  $K\Delta$ ,  $\Delta Z$  aequalis est, erit  $BH : EK = H\Theta : K\Delta = \Theta\Gamma : \Delta Z$ .

11. μετρεῖτω] om. V φ. ἰσάνεις] om. p. 12. μετρεῖ ἰσάνεις p. 15. εἰσὶν PB. ἀριθμῶ p. 16. ὁ] ἡ φ. εἰς τῶ] PB, αὐτῶ Vpφ. 18. δὴ] δέ p. 19. KΔ] K e corr. V. 23. τῶν EK] τῶ M, EK φ. 24. ὡς] m. 2 V. τόν] om. p. οὕτως] in ras. m. 2 V. 25. HΘ] in ras. m. 2 V. KΔ] in ras. m. 2 V. καὶ ἡ — 26: ἀριθμὸν] mg. m. 2 V. 26. ἀριθμὸν] om. B. ἔσται] ἐστὶν comp. p.

τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓνα τῶν ἐπομένων, οὕτως ἅπαν-  
 τες οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας τοὺς ἐπομένους· ἔστιν  
 ἄρα ὥς ἡ  $BH$  μονὰς πρὸς τὸν  $EK$  ἀριθμόν, οὕτως  
 ὁ  $BΓ$  πρὸς τὸν  $EZ$ . ἴση δὲ ἡ  $BH$  μονὰς τῇ  $A$  μο-  
 5 νάδι, ὁ δὲ  $EK$  ἀριθμὸς τῷ  $\Delta$  ἀριθμῷ. ἔστιν ἄρα ὥς  
 ἡ  $A$  μονὰς πρὸς τὸν  $\Delta$  ἀριθμόν, οὕτως ὁ  $BΓ$  πρὸς  
 τὸν  $EZ$ . ἰσάκεις ἄρα ἡ  $A$  μονὰς τὸν  $\Delta$  ἀριθμὸν με-  
 τρεῖ καὶ ὁ  $BΓ$  τὸν  $EZ$ · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ις'.

10 *Εὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλή-  
 λους ποιῶσί τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν ἴσοι  
 ἀλλήλοις ἔσονται.*

*Ἐστῶσαν δύο ἀριθμοὶ οἱ  $A, B$ , καὶ ὁ μὲν  $A$  τὸν  
 $B$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  ποιεῖτω, ὁ δὲ  $B$  τὸν  $A$  πολλα-  
 15 πλασιάσας τὸν  $\Delta$  ποιεῖτω· λέγω, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ  $\Gamma$   
 τῷ  $\Delta$ .*

*Ἐπεὶ γὰρ ὁ  $A$  τὸν  $B$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  πε-  
 ποίηκεν, ὁ  $B$  ἄρα τὸν  $\Gamma$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ  $A$   
 μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ  $E$  μονὰς τὸν  $A$  ἀριθμὸν  
 20 κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἰσάκεις ἄρα ἡ  $E$  μονὰς  
 τὸν  $A$  ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ  $B$  τὸν  $\Gamma$ . ἐναλλάξ ἄρα  
 ἰσάκεις ἡ  $E$  μονὰς τὸν  $B$  ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ  $A$   
 τὸν  $\Gamma$ . πάλιν, ἐπεὶ ὁ  $B$  τὸν  $A$  πολλαπλασιάσας τὸν  
 $\Delta$  πεποίηκεν, ὁ  $A$  ἄρα τὸν  $\Delta$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν  
 25 τῷ  $B$  μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ  $E$  μονὰς τὸν  $B$   
 κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἰσάκεις ἄρα ἡ  $E$  μονὰς  
 τὸν  $B$  ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ  $A$  τὸν  $\Delta$ . ἰσάκεις δὲ  
 ἡ  $E$  μονὰς τὸν  $B$  ἀριθμὸν ἐμέτρει καὶ ὁ  $A$  τὸν  $\Gamma$ .*

3. ἄρα] ἄρα καὶ p. πρὸς] bis P. 4. ὁ] ἡ p. μο-  
 νάδι] -δι in ras. V. 7. ἡ] ὁ P.  $A$ ] supra m. 2 V. μο-

erit autem etiam, ut unus praecedentium ad unum sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes [prop. XII]. quare  $BH : EK = B\Gamma : EZ$ . sed  $BH = A$ , et  $EK = \Delta$ . quare erit  $A : \Delta = B\Gamma : EZ$ . ergo unitas  $A$  numerum  $\Delta$  et  $B\Gamma$  numerum  $EZ$  aequaliter metitur; quod erat demonstrandum.

## XVI.

Si duo numeri alter alterum multiplicans numeros aliquos efficiunt, numeri effecti inter se aequales erunt.

Sint duo numeri  $A$ ,  $B$ , et sit

$$A \times B = \Gamma, B \times A = \Delta.$$

dico, esse  $\Gamma = \Delta$ .

—————|  $A$

—————|  $B$

$\Gamma$  —————|

$\Delta$  —————|

———|  $E$

nam quoniam  $A \times B = \Gamma$ ,  $B$

numerum  $\Gamma$  secundum unitates

numeri  $A$  metitur. uerum etiam

unitas  $E$  numerum  $A$  secundum

unitates eius metitur. itaque

unitas  $E$  numerum  $A$  et  $B$  numerum  $\Gamma$  aequaliter

metitur. itaque permutatim unitas  $E$  numerum  $B$  et  $A$

numerum  $\Gamma$  aequaliter metitur [prop. XV]. rursus quo-

niam  $B \times A = \Delta$ ,  $A$  numerum  $\Delta$  secundum unitates

numeri  $B$  metitur. uerum etiam unitas  $E$  numerum

$B$  secundum unitates eius metitur. itaque unitas  $E$

numerum  $B$  et  $A$  numerum  $\Delta$  aequaliter metitur.

uerum unitas  $E$  numerum  $B$  et  $A$  numerum  $\Gamma$  aequa-

$\nu\acute{\alpha}\varsigma$ ] om. P. ἀριθμόν] om. P. μετρεῖ φ. 11. ποιῶσιν B.

14. ποιήτω V, sed corr. 19. ἡ] supra m. 1 p. E] e corr. p.

20. αὐτῇ p. ἄρα] in ras. V. 21. ἰσάνεις ἄρα P m. 1, corr.

m. rec. 22. ἰσάνεις] om. p. μονὰς ἰσάνεις p. 23. A] in

ras. m. 1 B. 25. τῷ] αὐτῷ P, corr. m. rec. 27. τὸν

$\Delta$  — 28: καὶ ὁ A] om. p. 28. ἐμέτρει] P; μετρεῖ B V φ.

ἰσάκεις ἄρα ἡ  $A$  ἐκάτερον τῶν  $\Gamma$ ,  $\Delta$  μετρεῖ. ἴσος  
ἄρα ἐστὶν ὁ  $\Gamma$  τῷ  $\Delta$ . ὥπερ ἔδει δεῖξαι.

ιζ'.

Ἐὰν ἀριθμὸς δύο ἀριθμοὺς πολλαπλασιάσας  
5 ποιῇ τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν τὸν αὐ-  
τὸν ἔξουσι λόγον τοῖς πολλαπλασιασθεῖσιν.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ  $A$  δύο ἀριθμοὺς τοὺς  $B$ ,  $\Gamma$  πολλα-  
πλασιάσας τοὺς  $\Delta$ ,  $E$  ποιείτω· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς  
ὁ  $B$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ , οὕτως ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $E$ .

10 Ἐπεὶ γὰρ ὁ  $A$  τὸν  $B$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Delta$  πε-  
ποίηκεν, ὁ  $B$  ἄρα τὸν  $\Delta$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ  $A$   
μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ  $Z$  μονὰς τὸν  $A$  ἀριθμὸν  
κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἰσάκεις ἄρα ἡ  $Z$  μονὰς  
τὸν  $A$  ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ  $B$  τὸν  $\Delta$ . ἔστιν ἄρα  
15 ὡς ἡ  $Z$  μονὰς πρὸς τὸν  $A$  ἀριθμόν, οὕτως ὁ  $B$   
πρὸς τὸν  $\Delta$ . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ἡ  $Z$  μονὰς  
πρὸς τὸν  $A$  ἀριθμόν, οὕτως ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $E$ · καὶ  
ὡς ἄρα ὁ  $B$  πρὸς τὸν  $\Delta$ , οὕτως ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $E$ .  
ἐναλλάξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ  $B$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ , οὕτως ὁ  $\Delta$   
20 πρὸς τὸν  $E$ . ὥπερ ἔδει δεῖξαι.

ιη'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἀριθμόν τινα πολλαπλα-  
σιάσαντες ποιῶσί τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐ-  
τῶν τὸν αὐτὸν ἔξουσι λόγον τοῖς πολλαπλα-  
25 σιάσασιν.

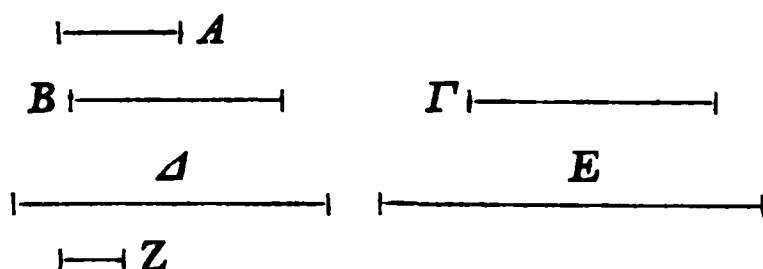
1. ὁ  $A$ ] om. p. τῶν] τόν p. 5. τὸν αὐτόν] supra V.  
7. πολλαπλασιασθεῖσι p. 8. τοὺς] in ras. V. 11. τῷ] αὐτῷ P,  
αὐτῷ τῷ m. rec. 13. αὐτῇ p. 15. ἡ] supra m. 1 p. ἀριθ-  
μόν] om. P. 17. καὶ ὡς — 18: πρὸς τὸν  $E$ ] om. P. 18.

liter metiebatur [p. 222, 22]. itaque  $A$  utrumque numerum  $\Gamma$ ,  $\Delta$  aequaliter metitur. ergo  $\Gamma = \Delta$ ; quod erat demonstrandum.

## XVII.

Si numerus duos numeros multiplicans numeros aliquos efficit, numeri ex iis effecti eandem rationem habebunt, quam habent numeri multiplicati.

Nam numerus  $A$  duos numeros  $B$ ,  $\Gamma$  multiplicans numeros  $\Delta$ ,  $E$  efficiat. dico, esse  $B : \Gamma = \Delta : E$ .



quoniam enim  $A$  numerum  $B$  multiplicans  $\Delta$  efficit,  $B$  numerum  $\Delta$  metitur secundum unitates numeri  $A$ . uerum etiam  $Z$  unitas numerum  $A$  secundum unitates eius metitur. itaque unitas  $Z$  numerum  $A$  et  $B$  numerum  $\Delta$  aequaliter metitur. quare  $Z : A = B : \Delta$  [def. 20]. eadem de causa erit etiam  $Z : A = \Gamma : E$ . quare etiam  $B : \Delta = \Gamma : E$ . itaque permutando [prop. XIII]  $B : \Gamma = \Delta : E$ ; quod erat demonstrandum.

## XVIII.

Si duo numeri numerum aliquem multiplicantes numeros aliquos efficiunt, numeri inde effecti eandem rationem habebunt, quam multiplicantes.

τὸν  $\Delta$ ]  $\Delta$  V φ. 24. ἔχουσι P. πολλαπλασιάσαι p, πολλαπλασιάξουσιν V φ. Dein seq. in V: δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ A, B ἀριθμὸν τινα τὸν Γ πολλαπλασιάσαντες ποιῶσιν τινὰς οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν τὸν αὐτὸν ἔξουσιν τοῖς πολλαπλασιασά (ras. 2 litt.); punctis del. m. 1.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ  $A, B$  ἀριθμὸν τινὰ τὸν  $\Gamma$  πολλαπλασιάσαντες τοὺς  $\Delta, E$  ποιεῖτωσαν· λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $E$ .

Ἐπεὶ γὰρ ὁ  $A$  τὸν  $\Gamma$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Delta$  πε-  
 5 ποίηκεν, καὶ ὁ  $\Gamma$  ἄρα τὸν  $A$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Delta$  πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ  $\Gamma$  τὸν  $B$  πολλαπλασιάσας τὸν  $E$  πεποίηκεν. ἀριθμὸς δὴ ὁ  $\Gamma$  δύο ἀριθμοὺς τοὺς  $A, B$  πολλαπλασιάσας τοὺς  $\Delta, E$  πεποίηκεν. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  
 10  $\Delta$  πρὸς τὸν  $E$ · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιθ'.

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ᾧσιν, ὁ ἐκ πρώτου καὶ τετάρτου γενόμενος ἀριθμὸς ἴσος ἔσται τῷ ἐκ δευτέρου καὶ τρίτου γενο-  
 15 μένῳ ἀριθμῷ· καὶ ἐὰν ὁ ἐκ πρώτου καὶ τετάρτου γενόμενος ἀριθμὸς ἴσος ᾗ τῷ ἐκ δευτέρου καὶ τρίτου, οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται.

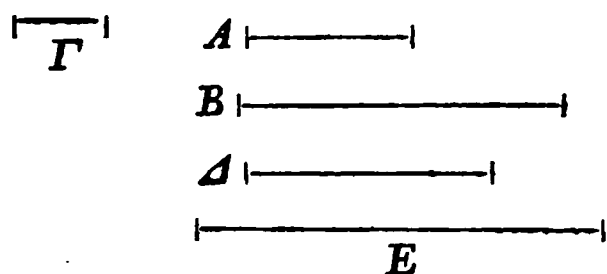
Ἐστῶσαν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον οἱ  $A, B, \Gamma,$   
 20  $\Delta$ , ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ , καὶ ὁ μὲν  $A$  τὸν  $\Delta$  πολλαπλασιάσας τὸν  $E$  ποιεῖτω, ὁ δὲ  $B$  τὸν  $\Gamma$  πολλαπλασιάσας τὸν  $Z$  ποιεῖτω· λέγω, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ  $E$  τῷ  $Z$ .

Ὁ γὰρ  $A$  τὸν  $\Gamma$  πολλαπλασιάσας τὸν  $H$  ποιεῖτω.  
 25 ἐπεὶ οὖν ὁ  $A$  τὸν  $\Gamma$  πολλαπλασιάσας τὸν  $H$  πεποίηκεν, τὸν δὲ  $\Delta$  πολλαπλασιάσας τὸν  $E$  πεποίηκεν, ἀριθμὸς δὴ ὁ  $A$  δύο ἀριθμοὺς τοὺς  $\Gamma, \Delta$  πολλαπλασιάσας

1. τὸν  $\Gamma$ ] om. p. 2. τὸν  $\Gamma$  τούς p. ποιήτωσαν φ. 3. ὡς ἐστὶν p. 5. καί] m. 2 V; om. p. ἄρα] del. V, om. φ. 6. διὰ τὰ — 8: πεποίηκεν] mg. m. 2 V, om. φ. 7. δύο]



Duo enim numeri  $A$ ,  $B$  numerum aliquem  $\Gamma$  multiplicantes  $\Delta$ ,  $E$  efficiant. dico, esse  $A : B = \Delta : E$ .

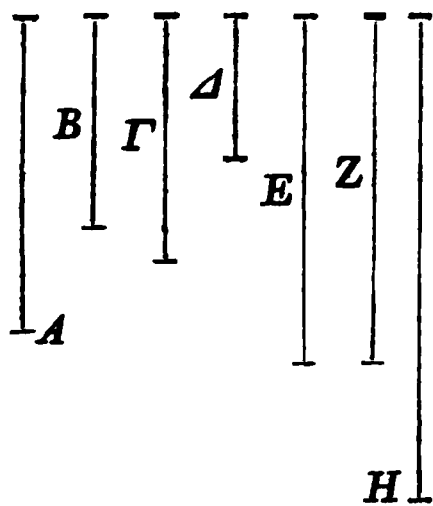


nam quoniam  $A$  numerum  $\Gamma$  multiplicans numerum  $\Delta$  effecit, etiam  $\Gamma$  numerum  $A$  multiplicans numerum  $\Delta$  effecit [prop.

XVI]. eadem de causa etiam  $\Gamma$  numerum  $B$  multiplicans numerum  $E$  effecit. itaque numerus  $\Gamma$  duos numeros  $A$ ,  $B$  multiplicans numeros  $\Delta$ ,  $E$  effecit. itaque erit  $A : B = \Delta : E$  [prop. XVII]; quod erat demonstrandum.

## XIX.

Si quattuor numeri proportionales sunt, numerus ex primo quartoque effectus aequalis erit numero ex secundo tertioque effecto; et si numerus ex primo quartoque effectus aequalis est numero ex secundo tertioque effecto, quattuor numeri proportionales erunt.



Sint quattuor numeri proportionales  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$ , ita ut sit  $A : B = \Gamma : \Delta$ , et  $A \times \Delta = E$ ,  $B \times \Gamma = Z$ . dico, esse  $E = Z$ .

nam sit  $A \times \Gamma = H$ . iam quoniam  $A \times \Gamma = H$  et  $A \times \Delta = E$ , numerus  $A$  duos numeros  $\Gamma$ ,  $\Delta$  mul-

euang. V. . 11.  $\iota\theta'$ ] om.  $\varphi$ , ut semper deinceps. 13. ἀριθμός] om. p. 14. ἐκ δευτέρου] PB, ἐκ τοῦ δευτέρου V  $\varphi$ ; δευτέρω p. 17. ἀριθμοί] om. p. ἀνάλογοι p. 21. E] in ras. V. Post ποιεῖτω ras. 3 litt. V. 25. πεποίηκε V  $\varphi$ . 26. δέ] supra V.

τοὺς  $H, E$  πεποίηκεν. ἔστιν ἄρα ὡς ο  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ , οὕτως ὁ  $H$  πρὸς τὸν  $E$ . ἀλλ' ὡς ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ , οὕτως ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ . καὶ ὡς ἄρα ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $H$  πρὸς τὸν  $E$ . πάλιν, ἐπεὶ ὁ  $A$   
 5 τὸν  $\Gamma$  πολλαπλασιάσας τὸν  $H$  πεποίηκεν, ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ  $B$  τὸν  $\Gamma$  πολλαπλασιάσας τὸν  $Z$  πεποίηκεν, δύο δὴ ἀριθμοὶ οἱ  $A, B$  ἀριθμόν τινα τὸν  $\Gamma$  πολλαπλασιάσαντες τοὺς  $H, Z$  πεποίηκασιν. ἔστιν ἄρα ὡς ο  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $H$  πρὸς τὸν  $Z$ . ἀλλὰ  
 10 μὴν καὶ ὡς ο  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $H$  πρὸς τὸν  $E$ . καὶ ὡς ἄρα ὁ  $H$  πρὸς τὸν  $E$ , οὕτως ὁ  $H$  πρὸς τὸν  $Z$ . ὁ  $H$  ἄρα πρὸς ἐκάτερον τῶν  $E, Z$  τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ  $E$  τῷ  $Z$ .

Ἔστω δὴ πάλιν ἴσος ὁ  $E$  τῷ  $Z$ . λέγω, ὅτι ἐστὶν  
 15 ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ .

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ ἴσος ἐστὶν ὁ  $E$  τῷ  $Z$ , ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $H$  πρὸς τὸν  $E$ , οὕτως ὁ  $H$  πρὸς τὸν  $Z$ . ἀλλ' ὡς μὲν ὁ  $H$  πρὸς τὸν  $E$ , οὕτως ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ , ὡς δὲ ο  $H$  πρὸς τὸν  $Z$ , οὕτως ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ . καὶ ὡς ἄρα ὁ  $A$   
 20 πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

2. οὕτως ὁ  $H$  — τὸν  $\Delta$ ] mg. m. 2 V. 2.  $H$ ]  $\Delta$  p. ἀλλ' ὡς] P; ὡς δὲ B p φ. 3. καὶ ὡς ἄρα ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως] οὕτως δὲ V, om. φ. ὡς ἄρα] ὥσπερ P. 4. οὕτως καὶ p. ὁ  $H$  πρὸς τὸν  $E$ ] om. φ. Post  $E$  in V add. m. 2: ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ . Hic φ mg.: οὕτως δὲ καὶ ὁ  $H$  πρὸς τὸν  $E$  ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ . 6. πεποίηκε V φ. 12. ἐκάτερα φ. 16. ἐπεὶ] del. m. rec. P, adscripto λείπει. Post ἐπεὶ add. V p φ: ὁ  $A$  τοὺς (πρὸς τοὺς p)  $\Gamma, \Delta$  πολλαπλασιάσας τοὺς  $H, E$  πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ , οὕτως ὁ  $H$  πρὸς τὸν  $E$ ; idem praemisso ἐπεὶ P mg. m. rec. et item praemisso ἐπεὶ et additis: ἴσος δὲ ἐστὶν ὁ  $E$  τῷ  $Z$ . ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $H$  πρὸς τὸν  $E$  B mg. m. 2, deletis lin. 16: ἴσος ἐστὶν — 17: τὸν  $E$ . ἴσος] ἴσος δὲ V p φ. 17. ἐστὶν] mutat. in δὲ m. rec. P.  $E$ ]

tiplicans numeros  $H$ ,  $E$  effecit. erit igitur

$$\Gamma : \Delta = H : E \text{ [prop. XVII].}$$

uerum  $\Gamma : \Delta = A : B$ . quare etiam  $A : B = H : E$ .  
rursus quoniam  $A \times \Gamma = H$  et  $B \times \Gamma = Z$ , duo numeri  $A$ ,  $B$  numerum aliquem  $\Gamma$  multiplicantes numeros  $H$ ,  $Z$  effecerunt. itaque  $A : B = H : Z$  [prop. XVIII].  
uerum etiam  $A : B = H : E$ . quare etiam  $H : E = H : Z$ .  
 $H$  igitur ad utrumque  $E$ ,  $Z$  eandem rationem habet.  
ergo  $E = Z$  [V, 9].

Sit rursus  $E = Z$ . dico, esse  $A : B = \Gamma : \Delta$ .

nam iisdem comparatis quoniam  $E = Z$ , erit

$$H : E = H : Z \text{ [V, 7].}^1)$$

uerum  $H : E = \Gamma : \Delta$  [prop. XVII] et  $H : Z = A : B$  [prop. XVIII]. quare etiam  $A : B = \Gamma : \Delta$ ; quod erat demonstrandum.

1) Cum Euclides plerasque propositiones libri V propria demonstratione usus de numeris iterum demonstraerit, in quibusdam hoc neglexit, uelut V prop. 11 in his propositionibus saepissime utitur, p. 228, 13 eiusdem libri prop. 9, nostro loco prop. 7, et similiter in aliis.

e corr. m. 1 p.  $\xi\sigma\tau\iota\nu \alpha\breve{\rho}\alpha$  — 18:  $\tau\omicron\nu Z$ ] mg. m. 2 V.  $\xi\sigma\tau\iota\nu$ ]  $\xi\sigma\tau\iota \varphi$ .  $E$ ]  $Z \varphi$ . 18.  $Z$ ]  $E \varphi$ . 19.  $\Delta$ ] in ras. V. Post  $\Delta$  add. V p $\varphi$ :  $\kappa\alpha\iota \acute{\omega}\varsigma \alpha\breve{\rho}\alpha \acute{o} \Gamma \pi\rho\acute{o}\varsigma \tau\omicron\nu \Delta$ ,  $\acute{o}\upsilon\tau\omega\varsigma \acute{o} H \pi\rho\acute{o}\varsigma \tau\omicron\nu Z$ ; idem inser. B m. 2, mg. m. rec. P. 20.  $\kappa\alpha\iota$ ] om. V  $\varphi$ . 21. Sequitur in V p $\varphi$  propositio de tribus numeris proportionalibus; om. P m. 1 (in mg. adscripsit m. recens) et Campanus (u. p. 231 not.); in B in mg. legitur a manu 1. itaque Theoni tribuenda esse uideri potest; u. appendix.

κ'.

Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκεις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα  
 5 καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα.

Ἐστωσαν γὰρ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων τοῖς  $A, B$  οἱ  $\Gamma\Delta, EZ$ · λέγω, ὅτι ἰσάκεις ὁ  $\Gamma\Delta$  τὸν  $A$  μετρεῖ καὶ ὁ  $EZ$  τὸν  $B$ .

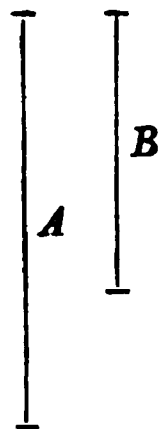
Ὁ  $\Gamma\Delta$  γὰρ τοῦ  $A$  οὐκ ἐστὶ μέρη. εἰ γὰρ δυνα-  
 10 τόν, ἔστω· καὶ ὁ  $EZ$  ἄρα τοῦ  $B$  τὰ αὐτὰ μέρη ἐστίν, ἅπερ ὁ  $\Gamma\Delta$  τοῦ  $A$ . ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῷ  $\Gamma\Delta$  μέρη τοῦ  $A$ , τοσαῦτά ἐστὶ καὶ ἐν τῷ  $EZ$  μέρη τοῦ  $B$ . διηγήσθω ὁ μὲν  $\Gamma\Delta$  εἰς τὰ τοῦ  $A$  μέρη τὰ  $\Gamma H, H\Delta$ , ὁ δὲ  $EZ$  εἰς τὰ τοῦ  $B$  μέρη τὰ  $E\Theta, \Theta Z$ · ἔσται δὴ  
 15 ἴσον τὸ πλῆθος τῶν  $\Gamma H, H\Delta$  τῷ πλήθει τῶν  $E\Theta, \Theta Z$ . καὶ ἐπεὶ ἴσοι εἰσὶν οἱ  $\Gamma H, H\Delta$  ἀριθμοὶ ἀλλήλοις, εἰσὶ δὲ καὶ οἱ  $E\Theta, \Theta Z$  ἀριθμοὶ ἴσοι ἀλλήλοις, καὶ ἐστὶν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν  $\Gamma H, H\Delta$  τῷ πλήθει τῶν  $E\Theta, \Theta Z$ , ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $\Gamma H$  πρὸς τὸν  
 20  $E\Theta$ , οὕτως ὁ  $H\Delta$  πρὸς τὸν  $\Theta Z$ . ἔσται ἄρα καὶ ὡς εἷς τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓνα τῶν ἐπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας τοὺς ἐπομένους. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $\Gamma H$  πρὸς τὸν  $E\Theta$ , οὕτως ὁ  $\Gamma\Delta$  πρὸς τὸν  $EZ$ · οἱ  $\Gamma H, E\Theta$  ἄρα τοῖς  $\Gamma\Delta, EZ$  ἐν

1. κ'] κα' Vpφ, P m. rec.; in B non liquet. 8. τόν  
 A] corr. ex τὸ A V. 9. ἐστὶν B. 10. ἔστω ὁ  $\Gamma\Delta$  τοῦ  
 A μέρη Vpφ. τοῦ B] postea add. V. 11. ὅπερ B, corr.  
 m. 2. 12. ἐστὶν B. τοῦ] bis V. 14.  $\Theta Z$ ]  $\Theta H$  P; corr.  
 m. rec. ἴσον δὴ ἔσται p. δὴ] in ras. φ. 16. καὶ  
 ἐπεὶ — 19: τῶν  $E\Theta, \Theta Z$ ] del. V, om. φ. 16. ἴσοι εἰσὶν]  
 om. V. ἀλλήλοις] ἴσοι ἀλλήλοις εἰσὶν V. 17. εἰσὶ] εἰσὶν P,  
 ἴσοι p. ἴσοι] om. p. 19.  $E\Theta$ ]  $\Theta$  e corr. V. 22. ἅπα-  
 ντες P, corr. m. rec.

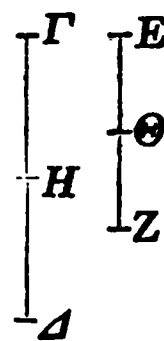
XX.<sup>1)</sup>

Numeri minimi eorum, qui eandem ac ipsi rationem habent, numeros eandem rationem habentes aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem.

Sint enim  $\Gamma\Delta$ ,  $EZ$  minimi numeri eorum, qui eandem rationem habent, quam  $A$ ,  $B$ . dico,  $\Gamma\Delta$  numerum  $A$  et  $EZ$  numerum  $B$  aequaliter metiri.



nam  $\Gamma\Delta$  numeri  $A$  non est partes. nam si fieri potest, sit. quare etiam  $EZ$  numeri  $B$  eadem partes sunt, quae  $\Gamma\Delta$  numeri  $A$  [prop. XIII, def. 20]. itaque quot sunt in  $\Gamma\Delta$



partes numeri  $A$ , tot etiam sunt in  $EZ$  numeri  $B$  partes. diuidatur  $\Gamma\Delta$  in  $\Gamma H$ ,  $H\Delta$  partes numeri  $A$ ,  $EZ$  autem in  $E\Theta$ ,  $\Theta Z$  partes numeri  $B$ . erit igitur multitudo numerorum  $\Gamma H$ ,  $H\Delta$  multitudini numerorum  $E\Theta$ ,  $\Theta Z$  aequalis. et quoniam  $\Gamma H = H\Delta$  et  $E\Theta = \Theta Z$ ,

et multitudo numerorum  $\Gamma H$ ,  $H\Delta$  aequalis est multitudini numerorum  $E\Theta$ ,  $\Theta Z$ , erit

$$\Gamma H : E\Theta = H\Delta : \Theta Z.$$

quare etiam ut unus praecedentium ad unum sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes [prop. XII]. quare  $\Gamma H : E\Theta = \Gamma\Delta : EZ$ . itaque  $\Gamma H$ ,  $E\Theta$

1) De propositione hic ommissa haec habet Campanus VII, 20 add.: non proponit autem Euclides de tribus numeris continue proportionalibus, quod ille qui ex ductu primi in tertium producit, sit aequalis quadrato medii, et si ille qui ex primo in tertium producit, fuerit aequalis quadrato medii, quod illi tres numeri sint continue proportionales, sicut proponit in 16 sexti de tribus lineis. hoc enim facile demonstratur per hanc 20 cett.

τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν ἐλάσσονες ὄντες αὐτῶν· ὅπερ  
 ἐστὶν ἀδύνατον· ὑπόκεινται γὰρ οἱ  $\Gamma\Delta$ ,  $EZ$  ἐλάχιστοι  
 τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς. οὐκ ἄρα μέρη  
 ἐστὶν ὁ  $\Gamma\Delta$  τοῦ  $A$  μέρος ἄρα. καὶ ὁ  $EZ$  τοῦ  $B$  τὸ  
 5 αὐτὸ μέρος ἐστίν, ὅπερ ὁ  $\Gamma\Delta$  τοῦ  $A$ · ἰσάκεις ἄρα  
 ὁ  $\Gamma\Delta$  τὸν  $A$  μετρεῖ καὶ ὁ  $EZ$  τὸν  $B$ · ὅπερ ἔδει  
 δεῖξαι.

κα'.

Οἱ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοὶ ἐλάχιστοί  
 10 εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς.

Ἐστῶσαν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοὶ οἱ  $A$ ,  
 $B$ · λέγω, ὅτι οἱ  $A$ ,  $B$  ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν  
 λόγον ἔχόντων αὐτοῖς.

Εἰ γὰρ μή, ἔσονται τινες τῶν  $A$ ,  $B$  ἐλάσσονες  
 15 ἀριθμοὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες τοῖς  $A$ ,  $B$ . ἔστῶσαν  
 οἱ  $\Gamma$ ,  $\Delta$ .

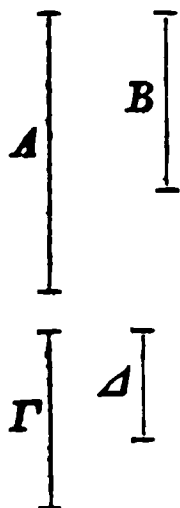
Ἐπεὶ οὖν οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν  
 λόγον ἔχόντων μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχον-  
 τας ἰσάκεις ὃ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάττων  
 20 τὸν ἐλάττονα, τουτέστιν ὃ τε ἡγούμενος τὸν ἡγού-  
 μενον καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον, ἰσάκεις ἄρα ὁ  $\Gamma$   
 τὸν  $A$  μετρεῖ καὶ ὁ  $\Delta$  τὸν  $B$ . ὁσάκεις δὴ ὁ  $\Gamma$  τὸν  
 $A$  μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστῶσαν ἐν τῷ  $E$ . καὶ

1. ὄντες] om. φ. 2. ἐστίν] P, om. BVpφ. 3. τόν]  
 om. B. αὐτόν] om. φ. 4. EZ] P; EZ ἄρα BVpφ. 5.  
 ἰσάκεις ἄρα ὁ  $\Gamma\Delta$  τὸν  $A$ ] mg. φ. Sequitur propositio quae-  
 dam noua in BVpφ, a Theone interpolata; om. P (add. mg.  
 m. rec.) et Campanus (u. p. 233 not.); u. app. 8. κα'] κγ'  
 BVp, P m. rec. 10. εἰσιν PB. 12. εἰσιν P. 14. Post  
 μή add. Theon: εἰσιν οἱ  $A$ ,  $B$  ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον  
 ἔχόντων αὐτοῖς (BVpφ). 15. B] corr. ex Γ m. 1 p. 18.  
 ἔχόντων αὐτοῖς Vpφ. 19. ὃ τε] ὅτι φ. ἐλάσσων Vpφ. 20.  
 ἐλάσσονα Vpφ. τουτέστι φ.

minores numeris  $\Gamma\Delta$ ,  $EZ$  in eadem proportionem sunt; quod fieri non potest; nam supposuimus,  $\Gamma\Delta$ ,  $EZ$  minimos esse eorum, qui eandem habeant rationem. itaque  $\Gamma\Delta$  non est pars numeri  $A$ . pars igitur erit [prop. IV]. et  $EZ$  numeri  $B$  eadem pars est ac  $\Gamma\Delta$  numeri  $A$  [prop. XIII; def. 20]. ergo  $\Gamma\Delta$  numerum  $A$  et  $EZ$  numerum  $B$  aequaliter metitur; quod erat demonstrandum.

XXI.<sup>1)</sup>

Numeri inter se primi minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent.



Sint primi inter se numeri  $A$ ,  $B$ . dico, numeros  $A$ ,  $B$  minimos esse eorum, qui eandem rationem habeant.

nam si minus, erunt numeri aliqui minores numeris  $A$ ,  $B$ , qui in eadem proportionem sint ac  $A$ ,  $B$ . sint  $\Gamma$ ,  $\Delta$ . iam quoniam numeri minimi eorum, qui eandem rationem habent, eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [prop. XX], h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem,  $\Gamma$  numerum  $A$  et  $\Delta$  numerum  $B$  aequaliter metitur. quoties igitur  $\Gamma$  numerum  $A$  metitur, tot sint in  $E$  unitates.

1) Propositionem omissae similem habet Campanus in additamento suo VII, 19: hic autem demonstrare uolumus aequam proportionalitatem in quotlibet numeris duorum ordinum indirectae proportionalitatis, quam demonstrat Euclides per 23. quinti in quantitatibus in genere. dicimus ergo: si quotlibet numeri totidem aliis fuerint indirecte proportionales, extremi quoque in eadem proportionem proportionales erunt, cett.

ὁ  $\Delta$  ἄρα τὸν  $B$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ  $E$  μονάδας.  
καὶ ἐπεὶ ὁ  $\Gamma$  τὸν  $A$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ  $E$  μονά-  
δας, καὶ ὁ  $E$  ἄρα τὸν  $A$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ  $\Gamma$   
μονάδας. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὁ  $E$  καὶ τὸν  $B$  μετρεῖ  
5 κατὰ τὰς ἐν τῷ  $\Delta$  μονάδας. ὁ  $E$  ἄρα τοὺς  $A, B$  με-  
τρεῖ πρώτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύ-  
νατον. οὐκ ἄρα ἔσονται τινες τῶν  $A, B$  ἐλάσσονες  
ἀριθμοὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες τοῖς  $A, B$ . οἱ  $A,$   
 $B$  ἄρα ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων  
10 αὐτοῖς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ'.

Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον  
ἐχόντων αὐτοῖς πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Ἐστῶσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λό-  
15 γον ἐχόντων αὐτοῖς οἱ  $A, B$ · λέγω, ὅτι οἱ  $A, B$   
πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Εἰ γὰρ μὴ εἰσι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει  
τις αὐτοὺς ἀριθμός. μετρεῖτω, καὶ ἔστω ὁ  $\Gamma$ . καὶ  
ὅσάκις μὲν ὁ  $\Gamma$  τὸν  $A$  μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες  
20 ἔστῶσαν ἐν τῷ  $\Delta$ , ὅσάκις δὲ ὁ  $\Gamma$  τὸν  $B$  μετρεῖ, το-  
σαῦται μονάδες ἔστῶσαν ἐν τῷ  $E$ .

Ἐπεὶ ὁ  $\Gamma$  τὸν  $A$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ  $\Delta$   
μονάδας, ὁ  $\Gamma$  ἄρα τὸν  $\Delta$  πολλαπλασιάσας τὸν  $A$

XXII. Alexander Aphrod. in anal. pr. fol. 87.

2. καὶ ἐπεὶ — μονάδας] om. P (abesse non possunt).  
E] supra φ. 4. τὰ αὐτά] ταῦτα B. ὁ E καί] καὶ ὁ  
E Vφ. 9. εἰσιν PB. 11. καὶ B Vp, P m. rec. 12.  
αὐτῶν P, corr. m. 1. 13. αὐτοῖς] om. Alexander. 15.  
Post ἐχόντων in V ἀλλήλοις delet. 16. εἰσί φ. 17. εἰσιν B.  
πρῶτοι] οἱ  $A, B$  πρῶτοι Bp. ἀλλήλους οἱ  $A, B$  Vφ. 18.



quare etiam  $\Delta$  numerum  $B$  metitur secundum unitates numeri  $E$ . et quoniam  $\Gamma$  numerum  $A$  secundum unitates numeri  $E$  metitur, etiam  $E$  numerum  $A$  metitur secundum unitates numeri  $\Gamma$  [prop. XV]. eadem de causa  $E$  etiam numerum  $B$  metitur secundum unitates numeri  $\Delta$  [prop. XV]. itaque  $E$  numeros  $A$ ,  $B$  metitur, qui primi sunt inter se; quod fieri non potest [def. 12]. itaque non erunt numeri quidam numeris  $A$ ,  $B$  minores, qui in eadem proportionem sint ac  $A$ ,  $B$ . ergo  $A$ ,  $B$  minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent; quod erat demonstrandum.

## XXII.

Minimi numeri eorum, qui eandem rationem habent, inter se primi sunt.

Minimi numeri eorum, qui eandem rationem habent, sint  $A$ ,  $B$ . dico,  $A$ ,  $B$  numeros inter se primos esse.

$A$  |—————|      nam si primi non sunt inter se,  
 $B$  |—————|      numerus aliquis eos metietur. meti-  
 $\Gamma$  |—————|      atur et sit  $\Gamma$ . et quoties  $\Gamma$  nume-  
 $\Delta$  |—————|      rum  $A$  metitur, tot unitates sint in  $\Delta$ ,  
 $E$  |—————|      quoties autem  $\Gamma$  numerum  $B$  metitur, tot unitates  
sint in  $E$ .

quoniam enim  $\Gamma$  numerum  $A$  secundum unitates numeri  $\Delta$  metitur,  $\Gamma$  numerus numerum  $\Delta$  multiplicans numerum  $A$  effecit [def. 15]. eadem de causa

$\alpha\upsilon\tau\acute{o}\upsilon\varsigma$ ] τοὺς  $A$ ,  $B$  Theon (BVpφ). ἔστω] om. φ. 20.  
 $B$ ] in ras. m. 2 P. 22. ἐπεὶ γὰρ P, ἐπεὶ οὖν V m. 2, φ.  
23.  $\Gamma$ ]  $\Delta$  V in ras., φ.  $\Delta$ ]  $\Gamma$  in ras. V, φ. Ante τὸν  
ras. 1/4 lin. V.

πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Γ τὸν Ε πολλα-  
πλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. ἀριθμὸς δὴ ὁ Γ δύο  
ἀριθμοὺς τοὺς Δ, Ε πολλαπλασιάσας τοὺς Α, Β πε-  
ποίηκεν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Δ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ὁ  
5 Α πρὸς τὸν Β· οἱ Δ, Ε ἄρα τοῖς Α, Β ἐν τῷ αὐτῷ  
λόγῳ εἰσὶν ἐλάσσονες ὄντες αὐτῶν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύ-  
νατον. οὐκ ἄρα τοὺς Α, Β ἀριθμοὺς ἀριθμὸς τις  
μετρήσει. οἱ Α, Β ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν  
ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

10

κγ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους  
ᾧσιν, ὁ τὸν ἕνα αὐτῶν μετρῶν ἀριθμὸς πρὸς  
τὸν λοιπὸν πρῶτος ἔσται.

Ἐστωσαν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ  
15 Α, Β, τὸν δὲ Α μετρεῖτω τις ἀριθμὸς ὁ Γ· λέγω,  
ὅτι καὶ οἱ Γ, Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν.

Εἰ γὰρ μὴ εἰσιν οἱ Γ, Β πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους,  
μετρήσει [τις] τοὺς Γ, Β ἀριθμὸς. μετρεῖτω, καὶ ἔστω  
ὁ Δ. ἐπεὶ ὁ Δ τὸν Γ μετρεῖ, ὁ δὲ Γ τὸν Α με-  
20 τρεῖ, καὶ ὁ Δ ἄρα τὸν Α μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ  
τὸν Β· ὁ Δ ἄρα τοὺς Α, Β μετρεῖ πρῶτους ὄντας  
πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς  
Γ, Β ἀριθμοὺς ἀριθμὸς τις μετρήσει. οἱ Γ, Β ἄρα  
πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

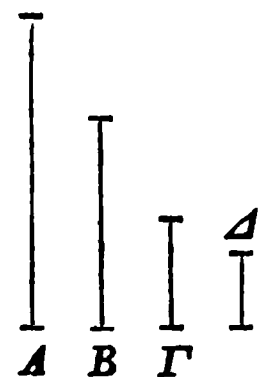
1. πεποίηκε V φ. Γ] mutat. in E V; E φ. E] Γ  
V in ras., φ. 2. ἀριθμός] mut. in ἀριθμοί V, ἀριθμοί φ.  
ὁ Γ δύο] οἱ Δ, Ε in ras. V, φ. 3. ἀριθμὸν τὸν Γ πολλα-  
πλασιάσαντες V e corr., φ. πεποιήκασιν in ras. V, φ. 6.  
εἰσί p. 10. κε' B V p, P m. rec. 12. πρῶτος πρὸς τὸν  
λοιπὸν p. 15. λέγω, ὅτι] λέγω post ras. P. 18. τις] m.  
rec. P. τοὺς Γ, Β] om. p. Post B add. V: ἀριθμούς, idem

erit etiam  $\Gamma \times E = B$ . itaque numerus  $\Gamma$  duos numeros  $\Delta$ ,  $E$  multiplicans numeros  $A$ ,  $B$  effecit. erit igitur  $\Delta : E = A : B$  [prop. XVII]. itaque  $\Delta$ ,  $E$  numeris  $A$ ,  $B$  minores in eadem proportionem sunt; quod fieri non potest. itaque numeros  $A$ ,  $B$  nullus numerus metietur. ergo numeri  $A$ ,  $B$  inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

## XXIII.

. Si duo numeri inter se primi sunt, qui alterum eorum metitur numerus, ad reliquum primus erit.

Sint duo numeri inter se primi  $A$ ,  $B$ , et numerum  $A$  metiatur numerus aliquis  $\Gamma$ . dico, etiam  $\Gamma$ ,  $B$  inter se primos esse.



nam si  $\Gamma$ ,  $B$  inter se primi non sunt, numerus aliquis  $\Gamma$ ,  $B$  metietur. metiatur, et sit  $\Delta$ . quoniam  $\Delta$  numerum  $\Gamma$  metitur, et  $\Gamma$  numerum  $A$  metitur, etiam  $\Delta$

numerum  $A$  metitur. uerum etiam numerum  $B$  metitur.  $\Delta$  igitur numeros  $A$ ,  $B$  metitur, qui primi sunt inter se; quod fieri non potest. itaque numeros  $\Gamma$ ,  $B$  nullus numerus metietur. ergo  $\Gamma$ ,  $B$  inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

φ mg. m. 1. ἀριθμὸς τοὺς  $\Gamma$ ,  $B$  ἀριθμούς p. μετρήτω φ.  
 19. ἐπεὶ] καὶ ἐπεὶ V, ἐπεὶ εἰς φ. 21. τοὺς] corr. ex τό  
 m. 1 P, τὸν p. 23.  $\Gamma$ ,  $B$ ] (prius)  $B$ ,  $\Gamma$  V φ.

κδ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς τινα ἀριθμὸν πρῶτοι ᾧσιν, καὶ ὁ ἐξ αὐτῶν γενόμενος πρὸς τὸν αὐτὸν πρῶτος ἔσται.

5 Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ  $A, B$  πρὸς τινα ἀριθμὸν τὸν  $\Gamma$  πρῶτοι ἔστωσαν, καὶ ὁ  $A$  τὸν  $B$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Delta$  ποιεῖτω· λέγω, ὅτι οἱ  $\Gamma, \Delta$  πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Εἰ γὰρ μὴ εἰσιν οἱ  $\Gamma, \Delta$  πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, 10 μετρήσει [τις] τοὺς  $\Gamma, \Delta$  ἀριθμός. μετρεῖτω, καὶ ἔστω ὁ  $E$ . καὶ ἐπεὶ οἱ  $\Gamma, A$  πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, τὸν δὲ  $\Gamma$  μετρεῖ τις ἀριθμὸς ὁ  $E$ , οἱ  $A, E$  ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ὅσάκις δὴ ὁ  $E$  τὸν  $\Delta$  μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ  $Z$ . καὶ 15 ὁ  $Z$  ἄρα τὸν  $\Delta$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ  $E$  μονάδας. ὁ  $E$  ἄρα τὸν  $Z$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Delta$  πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ  $A$  τὸν  $B$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Delta$  πεποίηκεν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν  $E, Z$  τῷ ἐκ τῶν  $A, B$ . ἐὰν δὲ ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος ἢ τῷ ὑπὸ 20 τῶν μέσων, οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $A$ , οὕτως ὁ  $B$  πρὸς τὸν  $Z$ . οἱ δὲ  $A, E$  πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντων αὐτοῖς μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας 25 ἰσάκις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα, τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον

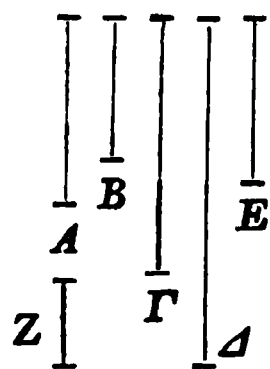
1. κδ' B V p, P m. rec. 2. Post ἀριθμοί add. V (in ras.) et φ: πρῶτοι. ἀριθμόν] mg. m. 2 V. πρῶτοι] om. V φ.

3. ᾧσι P V φ. πρῶτος ἔσται πρὸς τὸν αὐτόν p. 7. ποι-  
ήτω φ, sed corr.  $\Gamma, \Delta$ ] e corr. m. 2 p. 10. τις] om. P;

## XXIV.

Si duo numeri ad numerum aliquem primi sunt, etiam numerus ex iis productus ad eundem primus erit.

Nam duo numeri  $A, B$  ad numerum aliquem  $\Gamma$  primi sint, et sit  $A \times B = \Delta$ . dico, etiam  $\Gamma, \Delta$  inter se primos esse.



nam si  $\Gamma, \Delta$  inter se primi non sunt, numerus aliquis numeros  $\Gamma, \Delta$  metietur.

metiatur et sit  $E$ . et quoniam  $\Gamma, A$  inter se primi sunt, et numerum  $\Gamma$  numerus aliquis  $E$  metitur, numeri  $A, E$  inter se primi sunt [prop. XXIII]. quoties igitur  $E$  numerum  $\Delta$  metitur, tot unitates sint in  $Z$ . quare etiam  $Z$  numerum  $\Delta$  metitur secundum unitates numeri  $E$  [prop. XV]. itaque  $E \times Z = \Delta$  [def. 15]. uerum etiam  $A \times B = \Delta$ . itaque  $E \times Z = A \times B$ . uerum ubi numerus ex extremis productus numero ex mediis producto aequalis est, quattuor numeri proportionales sunt [prop. XIX]. itaque  $E : A = B : Z$ . sed  $A, E$  primi sunt, primi autem etiam minimi sunt [prop. XXI], minimi autem numeri eorum, qui eandem rationem habent, numeros eandem rationem habentes aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [prop. XX], h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque  $E$  nume-

add. m. rec. Post  $\Delta$  add.  $\forall \varphi$ : ἀριθμούς. ἀριθμός] corr.  
 ex ἀριθμούς m. rec. P. 11. οἱ  $\Gamma, A$ ] corr. ex ὁ  $\Gamma \varphi$ , ex  
 οἱ  $\Gamma, \Delta$  p m. 2; οἱ  $A, \Gamma$  P. 12. εἰς  $\forall \varphi$ .  $A, E$ ]  $E, A$  p.  
 13. ἄρα] om.  $\forall \varphi$ . 19. ἴσος] ἴσον  $\varphi$ . 20. οἱ] ἀεί? P,  
 del. m. rec. ἀνάλογοι p. 25. ἐλάττων P. 26. ἐλάττονα P.

καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον· ὁ  $E$  ἄρα τὸν  $B$  με-  
 τρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν  $\Gamma$ · ὁ  $E$  ἄρα τοὺς  $B, \Gamma$  με-  
 τρεῖ πρώτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύ-  
 νατον. οὐκ ἄρα τοὺς  $\Gamma, \Delta$  ἀριθμοὺς ἀριθμός τις  
 5 μετρήσει. οἱ  $\Gamma, \Delta$  ἄρα πρώτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν·  
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κε'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρώτοι πρὸς ἀλλήλους  
 ᾧσιν, ὁ ἐκ τοῦ ἐνὸς αὐτῶν γενόμενος πρὸς  
 10 τὸν λοιπὸν πρώτος ἔσται.

Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ πρώτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ  
 $A, B$ , καὶ ὁ  $A$  ἐαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  ποιεί-  
 τω· λέγω, ὅτι οἱ  $B, \Gamma$  πρώτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν.

Κείσθω γὰρ τῷ  $A$  ἴσος ὁ  $\Delta$ . ἐπεὶ οἱ  $A, B$  πρῶ-  
 15 τοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ἴσος δὲ ὁ  $A$  τῷ  $\Delta$ , καὶ οἱ  
 $\Delta, B$  ἄρα πρώτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν. ἐκάτερος ἄρα  
 τῶν  $\Delta, A$  πρὸς τὸν  $B$  πρώτος ἐστίν· καὶ ὁ ἐκ τῶν  
 $\Delta, A$  ἄρα γενόμενος πρὸς τὸν  $B$  πρώτος ἔσται. ὁ  
 δὲ ἐκ τῶν  $\Delta, A$  γενόμενος ἀριθμός ἐστίν ὁ  $\Gamma$ . οἱ  
 20  $\Gamma, B$  ἄρα πρώτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν· ὅπερ ἔδει  
 δεῖξαι.

κς'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς δύο ἀριθμοὺς ἀμ-  
 φότεροι πρὸς ἐκάτερον πρώτοι ᾧσιν, καὶ οἱ  
 25 ἐξ αὐτῶν γενόμενοι πρώτοι πρὸς ἀλλήλους  
 ἔσονται.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ  $A, B$  πρὸς δύο ἀριθμοὺς  
 τοὺς  $\Gamma, \Delta$  ἀμφότεροι πρὸς ἐκάτερον πρώτοι ἔστω-

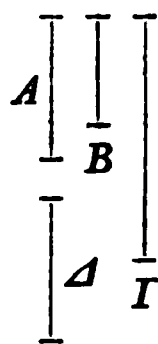
2. τοὺς] τόν p.  $B, \Gamma$ ]  $\Gamma, B$  Bφ, in ras. V. 4. ἀριθ-  
 μός] om. φ. 7. κς' B V p, P m. rec. 12.  $A$  ἐαυτόν] corr.

rum  $B$  metitur. uerum etiam numerum  $\Gamma$  metitur. itaque  $E$  numeros  $B$ ,  $\Gamma$  metitur, qui inter se primi sunt; quod fieri non potest. itaque numeros  $\Gamma$ ,  $\Delta$  nullus numerus metitur. ergo  $\Gamma$ ,  $\Delta$  inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

## XXV.

Si duo numeri inter se primi sunt, numerus ex altero eorum productus ad reliquum primus erit.

Sint duo numeri inter se primi  $A$ ,  $B$ , et sit  $A^2 = \Gamma$ . dico, numeros  $B$ ,  $\Gamma$  inter se primos esse.



ponatur enim  $\Delta = A$ . quoniam  $A$ ,  $B$  inter se primi sunt, et  $A = \Delta$ , etiam  $\Delta$ ,  $B$  inter se primi sunt. itaque uterque  $\Delta$ ,  $A$  ad  $B$  primus est. quare etiam  $\Delta \times A$  ad  $B$  primus erit [prop. XXIV]. uerum  $\Delta \times A = \Gamma$ . ergo  $\Gamma$ ,  $B$  inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

## XXVI.

Si duo numeri ad duos numeros singuli ad singulos primi sunt, etiam numeri ex iis producti inter se primi erunt.

Nam duo numeri  $A$ ,  $B$  ad duos numeros  $\Gamma$ ,  $\Delta$

ex  $AE$  αὐτόν  $B$ . 13.  $B$ ,  $\Gamma$ ]  $\Gamma$ ,  $B$   $P$ . εἰς  $Vp\varphi$ . 14. καὶ ἐπεὶ  $V\varphi$ ; ἐπεὶ οὖν  $p$ . 15. ἴσος δέ — 16: ἀλλήλους εἰσὶν] om.  $B$ , mg. m. 2  $V$ . 16.  $B$ ] in ras.  $Vp$ . πρὸς] ἀπ' αὐτοῦ  $\varphi$ . 17. ἐστίν]  $PB$ ; comp.  $p$ ; ἐστι  $V\varphi$ . 18. ἄρα] supra  $V$ , ἔτι  $\varphi$ . γινόμενος  $B$ . Post hoc uerbum ras. dimid. lin.  $V$ . 22. καὶ  $BVp$ ,  $P$  m. rec. 23. ἀριθμούς] om.  $p$ . 24. ὡς  $PVp\varphi$ .

σαν, καὶ ὁ μὲν *A* τὸν *B* πολλαπλασιάσας τὸν *E* ποιείτω, ὁ δὲ *Γ* τὸν *Δ* πολλαπλασιάσας τὸν *Z* ποιείτω· λέγω, ὅτι οἱ *E*, *Z* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Ἐπεὶ γὰρ ἐκάτερος τῶν *A*, *B* πρὸς τὸν *Γ* πρῶ-  
 5 τός ἐστιν, καὶ ὁ ἐκ τῶν *A*, *B* ἄρα γενόμενος πρὸς τὸν *Γ* πρῶτος ἔσται. ὁ δὲ ἐκ τῶν *A*, *B* γενόμενός ἐστιν ὁ *E*· οἱ *E*, *Γ* ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ οἱ *E*, *Δ* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐκάτερος ἄρα τῶν *Γ*, *Δ* πρὸς τὸν *E* πρῶτός  
 10 ἐστιν. καὶ ὁ ἐκ τῶν *Γ*, *Δ* ἄρα γενόμενος πρὸς τὸν *E* πρῶτος ἔσται. ὁ δὲ ἐκ τῶν *Γ*, *Δ* γενόμενός ἐστιν ὁ *Z*. οἱ *E*, *Z* ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κζ'.

15 Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ᾧσιν, καὶ πολλαπλασιάσας ἐκάτερος ἑαυτὸν ποιῇ τινα, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται, καὶ οἱ ἐξ ἀρχῆς τοὺς γενο-  
 μένους πολλαπλασιάσαντες ποιῶσί τινας, καὶ  
 20 κείνοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται [καὶ ἀεὶ περὶ τοὺς ἄκρους τοῦτο συμβαίνει].

Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ

XXVII. Alexand. Aphrod. in anal. pr. fol. 87.

1. *E* — 2: πολλαπλασιάσας τόν] mg. m. 2 P. 5. ἐστι  
 codd. ὁ] om. φ. γενόμενος ἄρα Vφ. 7. ὁ *E* ἐστιν p.  
 εἰσί Vφ. 8. διὰ τὰ — 9: εἰσίν] πάλιν B. 8. τὰ αὐτὰ]  
 ταῦτα Vφ. *E*, *Δ*] *Δ*, *E* P. 9. ἄρα] om. B. τῶν]  
 τόν φ. 10. ἐστι B Vφ; comp. p. 11. ἔσται] ἐστι comp. p.  
*Γ*, *Δ*] *Δ*, *Γ* Vφ. ὁ *Z* ἐστιν p. 14. καθ' B Vp, P m. rec.  
 16. ᾧσι Pp. 17. αὐτῶν] -ῶν in ras. φ. 21. τοῦτο]  
 corr. ex τὸ αὐτό m. 2 B. 22. δύο] supra m. 2 V. ἀριθμοὶ  
 δύο P.



singuli ad singulos primi sint, et sit

$$A \times B = E, \Gamma \times \Delta = Z.$$

dico, etiam  $E, Z$  inter se primos esse.

$$\begin{array}{l} A \text{ ————— } | \quad \Gamma \text{ ————— } | \\ B \text{ ————— } | \quad \Delta \text{ ————— } | \\ E \text{ ————— } | \\ Z \text{ ————— } | \end{array}$$

nam quoniam uterque  $A, B$  ad  $\Gamma$  primus est, etiam  $A \times B$  ad  $F$  primus erit [prop. XXIV]. sed  $A \times B = E$ . quare  $E, \Gamma$  inter se primi sunt. eadem de causa etiam  $E, \Delta$  inter se primi sunt. itaque uterque  $\Gamma, \Delta$  ad  $E$  primus est. itaque etiam  $\Gamma \times \Delta$  ad  $E$  primus erit. sed  $\Gamma \times \Delta = Z$ . ergo  $E, Z$  inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

## XXVII.

Si duo numeri inter se primi sunt, et uterque se ipse multiplicans numerum aliquem effecerit, numeri ex iis effecti inter se primi erunt, et si numeri ab initio sumpti numeros productos multiplicantes numeros aliquos effecerint, ii quoque inter se primi erunt [et semper in extremis<sup>1)</sup> hoc accidit]:

---

1) ἄκροι hoc loco satis insolenter positum est. neque enim aliud significat nisi: ultimos, ultimo loco productos. praeterea mirum est, haec uerba in demonstratione ne uerbo quidem respici, nedum demonstrantur. quare puto, uerba καὶ ἀεὶ περὶ τοὺς ἄκρους τοῦτο συμβαίνει lin. 20—21 ante Theonem interpolata esse; omisit Campanus VII, 28 (sed in demonstratione addit: sicque si infinities duceretur utrumque productorum in suum principium, essent omnes producti contra se primi; et non solum, sed quilibet eductus ab  $a$  ad quemlibet eductum a  $b$ ).

$A, B$ , καὶ ὁ  $A$  ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  ποιεῖτω, τὸν δὲ  $\Gamma$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Delta$  ποιεῖτω, ὁ δὲ  $B$  ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν  $E$  ποιεῖτω, τὸν δὲ  $E$  πολλαπλασιάσας τὸν  $Z$  ποιεῖτω· λέγω, ὅτι  
 5 οἱ τε  $\Gamma, E$  καὶ οἱ  $\Delta, Z$  πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Ἐπεὶ γὰρ οἱ  $A, B$  πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, καὶ ὁ  $A$  ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  πεποίηκεν, οἱ  $\Gamma, B$  ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐπεὶ οὖν οἱ  $\Gamma, B$  πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, καὶ ὁ  $B$  ἑαυτὸν  
 10 πολλαπλασιάσας τὸν  $E$  πεποίηκεν, οἱ  $\Gamma, E$  ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. πάλιν, ἐπεὶ οἱ  $A, B$  πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, καὶ ὁ  $B$  ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν  $E$  πεποίηκεν, οἱ  $A, E$  ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐπεὶ οὖν δύο ἀριθμοὶ οἱ  $A, \Gamma$  πρὸς  
 15 δύο ἀριθμοὺς τοὺς  $B, E$  ἀμφοτέρω πρὸς ἑκάτερον πρῶτοί εἰσιν, καὶ ὁ ἐκ τῶν  $A, \Gamma$  ἄρα γενόμενος πρὸς τὸν ἐκ τῶν  $B, E$  πρῶτός ἐστιν. καὶ ἐστὶν ὁ μὲν ἐκ τῶν  $A, \Gamma$  ὁ  $\Delta$ , ὁ δὲ ἐκ τῶν  $B, E$  ὁ  $Z$ . οἱ  $\Delta, Z$  ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

20

κη'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ᾧσιν, καὶ συναμφοτέρος πρὸς ἑκάτερον αὐτῶν πρῶτος ᾖ· καὶ ἐὰν συναμφοτέρος πρὸς ἓνα τινὰ αὐτῶν πρῶτος ᾗ, καὶ οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ  
 25 πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Συγκείσθωσαν γὰρ δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ  $AB, B\Gamma$ · λέγω, ὅτι καὶ συναμφοτέρος ὁ  $A\Gamma$  πρὸς ἑκάτερον τῶν  $AB, B\Gamma$  πρῶτός ἐστιν.

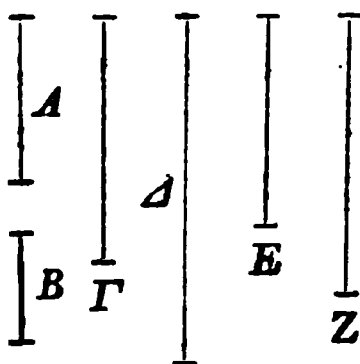
1. μέν] om. Vφ. 2. ποιεῖτω] ποιεῖ p. ποιεῖτω τὸν  $\Delta$   
 Vφ (ποιήτω, sed corr., φ). 3. μέν] in ras. P. 4. τε]

Sint duo numeri inter se primi  $A, B$  et sit

$$A \times A = \Gamma \text{ et } A \times \Gamma = \Delta,$$

$$B \times B = E \text{ et } B \times E = Z.$$

dico, et  $\Gamma, E$  et  $\Delta, Z$  inter se primos esse.



nam quoniam  $A, B$  inter se primi sunt, et  $A \times A = \Gamma$ , erunt  $\Gamma, B$  inter se primi [prop. XXV]. iam quoniam  $\Gamma, B$  inter se primi sunt, et

$$B \times B = E, \text{ erunt } \Gamma, E$$

inter se primi [id.]. rursus quoniam

$A, B$  inter se primi sunt, et

$B \times B = E$ , erunt  $A, E$  inter se primi [id.]. iam quoniam duo numeri  $A, \Gamma$  ad duos numeros  $B, E$  singuli ad singulos primi sunt, etiam  $A \times \Gamma$  ad  $B \times E$  primus est [prop. XXVI]. et  $A \times \Gamma = \Delta, B \times E = Z$ . ergo  $\Delta, Z$  inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

### XXVIII.

Si duo numeri inter se primi sunt, etiam uterque simul ad utrumvis primus erit. et si uterque simul ad alterutrum primus est, etiam numeri ab initio sumpti inter se primi erunt.

Componentur enim duo numeri inter se primi  $AB, B\Gamma$ . dico, etiam  $A\Gamma$  ad utrumvis  $AB, B\Gamma$  primum esse.

om. V φ. εἰσὶ V φ. 6. ἐπεὶ — εἰσὶν] mg. m. 1 V. εἰσὶ  
 BVp φ. 8. εἰσὶ Vp φ. ἐπεὶ οὖν — 9: εἰσὶν] om. p; mg. m.  
 1 V. 9. εἰσὶ BVp φ. 11. εἰσὶ V φ. 12. εἰσὶ PVp φ.  
 \* 14. ἐπεὶ] καὶ ἐπεὶ B. 15. B] corr. ex A V. 16. εἰσὶ  
 Vp φ. 17. τὸν] τῶν φ. ἐστὶ V φ, comp. p. 20. λ'  
 BVp φ, P m. rec. 22. ὥσιν PVp φ. συναμφοτέρων αὐτῶν  
 πρὸς ἑκάτερον V φ. 26. συνεκείσθωσαν φ. 28. τῶν] τὸν P.

Εἰ γὰρ μὴ εἰσὶν οἱ  $\Gamma A$ ,  $AB$  πρῶτοι πρὸς ἀλλή-  
 λους, μετρήσει τις τοὺς  $\Gamma A$ ,  $AB$  ἀριθμός. μετρεῖτω,  
 καὶ ἔστω ὁ  $\Delta$ . ἐπεὶ οὖν ὁ  $\Delta$  τοὺς  $\Gamma A$ ,  $AB$  μετρεῖ,  
 καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν  $B\Gamma$  μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν  
 5  $BA$ . ὁ  $\Delta$  ἄρα τοὺς  $AB$ ,  $B\Gamma$  μετρεῖ πρῶτους ὄντας  
 πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς  
 $\Gamma A$ ,  $AB$  ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει· οἱ  $\Gamma A$ ,  $AB$   
 ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ  
 καὶ οἱ  $A\Gamma$ ,  $\Gamma B$  πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν. ὁ  $\Gamma A$   
 10 ἄρα πρὸς ἐκάτερον τῶν  $AB$ ,  $B\Gamma$  πρῶτός ἐστιν.

Ἐστῶσαν δὴ πάλιν οἱ  $\Gamma A$ ,  $AB$  πρῶτοι πρὸς  
 ἀλλήλους· λέγω, ὅτι καὶ οἱ  $AB$ ,  $B\Gamma$  πρῶτοι πρὸς  
 ἀλλήλους εἰσὶν.

Εἰ γὰρ μὴ εἰσὶν οἱ  $AB$ ,  $B\Gamma$  πρῶτοι πρὸς ἀλλή-  
 15 λους, μετρήσει τις τοὺς  $AB$ ,  $B\Gamma$  ἀριθμός. μετρεῖτω,  
 καὶ ἔστω ὁ  $\Delta$ . καὶ ἐπεὶ ὁ  $\Delta$  ἐκάτερον τῶν  $AB$ ,  $B\Gamma$   
 μετρεῖ, καὶ ὅλον ἄρα τὸν  $\Gamma A$  μετρήσει. μετρεῖ δὲ  
 καὶ τὸν  $AB$ . ὁ  $\Delta$  ἄρα τοὺς  $\Gamma A$ ,  $AB$  μετρεῖ πρῶ-  
 τους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ  
 20 ἄρα τοὺς  $AB$ ,  $B\Gamma$  ἀριθμοὺς ἀριθμός τις μετρήσει.  
 οἱ  $AB$ ,  $B\Gamma$  ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν· ὅπερ  
 ἔδει δεῖξαι.

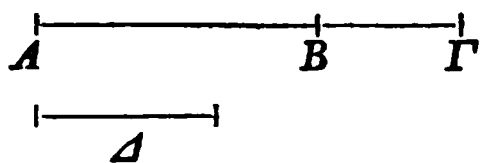
καθ'.

Ἄπας πρῶτος ἀριθμὸς πρὸς ἅπαντα ἀριθ-  
 25 μόν, ὃν μὴ μετρεῖ, πρῶτός ἐστιν.

1.  $\Gamma A$ ]  $A\Gamma$  p. 2.  $\Gamma A$ ]  $A$  e corr. p.  $AB$ ]  $AB$  ἀριθ-  
 μούς Vφ. ἀριθμός] mutat. in ἀριθμούς p. 5.  $\Delta$ ] in ras. φ.  
 8. διὰ τὰ — 9: εἰσὶν] mg. V. 8. διὰ] seq. ras. 2 litt. φ.  
 9. οἱ] αἱ V, ὁ φ.  $A\Gamma$ ,  $\Gamma B$ ] in ras. p;  $\Gamma A$ ,  $\Gamma B$  Vφ.  $\Gamma A$ ]  $A\Gamma$  Vpφ.  
 10. τῶν] e corr. P. 12. καί] supra V.  $AB$ ] e corr. p m. 1. 15.  $B\Gamma$ ]  $B\Gamma$  ἀριθμούς Vφ. μετρήτω φ.

nam si  $\Gamma A$ ,  $AB$  inter se primi non sunt, numerus aliquis numeros  $\Gamma A$ ,  $AB$  metietur. metiatur et sit  $\Delta$ .

iam quoniam  $\Delta$  numeros  $\Gamma A$ ,  $AB$  metitur, etiam reliquum  $B\Gamma$  metietur.<sup>1)</sup> uerum etiam  $BA$  metitur.



$\Delta$  igitur  $AB$ ,  $B\Gamma$  numeros metitur, qui inter se primi sunt; quod fieri non potest. itaque

numeros  $\Gamma A$ ,  $AB$  nullus numerus metitur. ergo  $\Gamma A$ ,  $AB$  inter se primi sunt. eadem de causa etiam  $A\Gamma$ ,  $\Gamma B$  inter se primi sunt.  $\Gamma A$  igitur ad utrumvis  $AB$   $B\Gamma$  primus est.

iam rursus  $\Gamma A$ ,  $AB$  inter se primi sint; dico, etiam  $AB$ ,  $B\Gamma$  inter se primos esse.

nam si  $AB$ ,  $B\Gamma$  inter se primi non sunt, numerus aliquis eos metietur. metiatur et sit  $\Delta$ . et quoniam  $\Delta$  utrumque  $AB$ ,  $B\Gamma$  metitur, etiam totum  $\Gamma A$  metietur.<sup>1)</sup> uerum etiam  $AB$  metitur.  $\Delta$  igitur  $\Gamma A$ ,  $AB$  metitur, qui primi sunt inter se; quod fieri non potest. itaque numeros  $AB$ ,  $B\Gamma$  nullus numerus metietur. ergo  $AB$ ,  $B\Gamma$  inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

## XXIX.

Quiuis numerus primus ad quemuis numerum, quem non metitur, primus est.

---

1) Neque hoc, neque quo lin. 17 utitur, usquam apud Euclidem demonstratum est; pro axiomatis ea habuit. cfr. Clavius II p. 12 nr. X et XII.

---

23.  $\lambda\alpha'$  B V p  $\varphi$ , P m. rec. 24.  $\alpha\pi\alpha\nu\tau\alpha$ ] seq. lacuna 6 litt. V.  
25.  $\delta\nu$  —  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ ] in ras. m. 1 p.  $\mu\epsilon\tau\rho\eta$  P, corr. m. rec.

Ἐστω πρῶτος ἀριθμὸς ὁ  $A$  καὶ τὸν  $B$  μὴ μετρεῖτω· λέγω, ὅτι οἱ  $B, A$  πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Εἰ γὰρ μὴ εἰσιν οἱ  $B, A$  πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμός. μετρεῖτω ὁ  $\Gamma$ . ἐπεὶ ὁ  
 5  $\Gamma$  τὸν  $B$  μετρεῖ, ὁ δὲ  $A$  τὸν  $B$  οὐ μετρεῖ, ὁ  $\Gamma$  ἄρα τῷ  $A$  οὐκ ἐστὶν ὁ αὐτός. καὶ ἐπεὶ ὁ  $\Gamma$  τοὺς  $B, A$  μετρεῖ, καὶ τὸν  $A$  ἄρα μετρεῖ πρῶτον ὄντα μὴ ὦν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοὺς  
 10  $B, A$  μετρήσει τις ἀριθμός. οἱ  $A, B$  ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, τὸν δὲ γεγόμενον ἐξ αὐτῶν μετρή τις πρῶτος ἀριθμός, καὶ ἓνα τῶν  
 15 ἐξ ἀρχῆς μετρήσει.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ  $A, B$  πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους τὸν  $\Gamma$  ποιείτωσαν, τὸν δὲ  $\Gamma$  μετρεῖτω τις πρῶτος ἀριθμὸς ὁ  $\Delta$ . λέγω, ὅτι ὁ  $\Delta$  ἓνα τῶν  $A, B$  μετρεῖ.

Τὸν γὰρ  $A$  μὴ μετρεῖτω· καὶ ἐστὶ πρῶτος ὁ  $\Delta$ . οἱ  $A, \Delta$  ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ὅσάκις ὁ  $\Delta$  τὸν  $\Gamma$  μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ  $E$ . ἐπεὶ οὖν ὁ  $\Delta$  τὸν  $\Gamma$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ  $E$  μονάδας, ὁ  $\Delta$  ἄρα τὸν  $E$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  πεποίη-  
 20 κεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ  $A$  τὸν  $B$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  πεποίηκεν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν  $\Delta, E$  τῷ ἐκ  
 25  $\Gamma$  πεποίηκεν.

3.  $B, A$ ]  $A, B$  p. 4. ἀριθμός] -ός in ras. φ. μετρή-  
 τω φ. ἐπεὶ] καὶ ὁ  $\Gamma$  οὐκ ἐστὶ μονάς. ἐπεὶ οὖν  $V$  φ et om.  
 καὶ p. Ante ἐπεὶ add. P m. rec. καὶ. 6. τῷ] e corr. P.  
 $B, A$ ] in ras. φ;  $B$  supra m. 1 V. 8. αὐτὸς οὐδὲ μονάς  $V$  φ p.

Sit numerus primus  $A$  et numerum  $B$  ne metiatur. dico, numeros  $B$ ,  $A$  inter se primos esse.

nam si numeri  $B$ ,  $A$  inter se primi non sunt, numerus aliquis eos metietur. metiatur numerus  $\Gamma$ . quoniam  $\Gamma$  numerum  $B$  metitur,  $A$

autem  $B$  non metitur,  $\Gamma$  et  $A$  iidem non sunt. et quoniam  $\Gamma$  numeros  $B$ ,  $A$  metitur, etiam numerum  $A$ , qui primus est, metitur, quamquam idem non est; quod fieri non potest. itaque numeros  $B$ ,  $A$  nullus numerus metietur. ergo  $A$ ,  $B$  inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

## XXX.

Si duo numeri inter se multiplicantes numerum aliquem effecerint, et numerum ex iis productum primus aliquis numerus metitur, etiam alterutrum numerorum ab initio sumptorum metietur.

$A$  |—————|  
 $B$  |—————|  
 $\Gamma$  |—————|  
 |—————|  $\Delta$   
 $E$  |—————|

Duo enim numeri  $A$ ,  $B$  inter se multiplicantes numerum  $\Gamma$  efficiant, et numerum  $\Gamma$  metiatur primus aliquis numerus  $\Delta$ . dico,  $\Delta$  alterutrum  $A$ ,  $B$  metiri.

nam numerum  $A$  ne metiatur. et  $\Delta$  primus est. itaque  $A$ ,  $\Delta$  inter se primi sunt [prop. XXIX]. et quoties  $\Delta$  numerum  $\Gamma$  metitur, tot unitates sint in  $E$ . iam quoniam  $\Delta$  numerum  $\Gamma$  secundum unitates numeri  $E$  metitur, erit  $\Delta \times E = \Gamma$  [def. 15]. uerum etiam  $A \times B = \Gamma$ . itaque  $\Delta \times E = A \times B$ . quare

9.  $B$ ,  $A$ ]  $A$ ,  $B$  pφ. 11. λβ' B V pφ. 18. ἀριθμὸς πρώτος V φ. 20. μὴ ] supra V. 21.  $A$ ] in ras. φ. εἰς V pφ.

τῶν *A, B*. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ *Δ* πρὸς τὸν *A*, οὕτως ὁ *B* πρὸς τὸν *E*. οἱ δὲ *Δ, A* πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκεις ὃ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα, τουτέστιν ὃ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον· ὁ *Δ* ἄρα τὸν *B* μετρεῖ. ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι καὶ ἐὰν τὸν *B* μὴ μετρῇ, τὸν *A* μετρήσει. ὁ *Δ* ἄρα ἓνα τῶν *A, B* μετρεῖ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

10

λα'.

Ἄπας σύνθετος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

Ἐστω σύνθετος ἀριθμὸς ὁ *A*. λέγω, ὅτι ὁ *A* ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

- 15 Ἐπεὶ γὰρ σύνθετός ἐστιν ὁ *A*, μετρήσει τις αὐτὸν ἀριθμός. μετρεῖτω, καὶ ἔστω ὁ *B*. καὶ εἰ μὲν πρῶτός ἐστιν ὁ *B*, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν. εἰ δὲ σύνθετος, μετρήσει τις αὐτὸν ἀριθμός. μετρεῖτω, καὶ ἔστω ὁ *Γ*. καὶ ἐπεὶ ὁ *Γ* τὸν *B* μετρεῖ, ὁ δὲ *B* τὸν
- 20 *A* μετρεῖ, καὶ ὁ *Γ* ἄρα τὸν *A* μετρεῖ. καὶ εἰ μὲν πρῶτός ἐστιν ὁ *Γ*, γεγονὸς ἂν εἴη τὸ ἐπιταχθέν. εἰ δὲ σύνθετος, μετρήσει τις αὐτὸν ἀριθμός. τοιαύτης δὲ γινομένης ἐπισκέψεως ληφθήσεται τις πρῶτος ἀριθμός, ὃς μετρήσει. εἰ γὰρ οὐ ληφθήσεται, μετρήσουσι

3. καί] om. p. οἱ δὲ ἐλάχιστοι] supra P, in mg. m. 1 Vφ. 4. μείζων τόν] mg. φ (τόν in ras.). 6. τόν] (prius) in ras. φ. 8. B μῆ] in ras. p; μῆ supra V m. 2. Post μετρῇ ras. 1 litt. φ. 9. Sequitur in BVpφ alia demonstratio prop. XXXI a Theone addita; u. app. 10. λγ' BVφ, P m. rec.; λδ' p. 14. μετρεῖται P, corr. m. 2. 17. δῆλον ἂν εἴη τὸ ζητούμενον Theon (BVpφ). 20. μετρεῖ] (prius)



[prop. XIX]  $\Delta : A = B : E$ . uerum  $\Delta$ ,  $A$  primi sunt, primi autem etiam minimi sunt [prop. XXI], minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [prop. XX], h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque  $\Delta$  numerum  $B$  metitur. similiter demonstrabimus,  $\Delta$  numerum, si  $B$  numerum non metiatur, numerum  $A$  metiri. ergo  $\Delta$  alterutrum numerorum  $A$ ,  $B$  metitur; quod erat demonstrandum.

## XXXI.

Quemuis numerum compositum primus aliquis numerus metitur.

Sit numerus compositus  $A$ . dico, primum aliquem numerum numerum  $A$  metiri.

nam quoniam  $A$  compositus est, numerus aliquis eum metietur. metiatur et sit  $B$ . et si  $B$  primus est, factum erit id, quod iussi sumus.<sup>1)</sup> sin compositus est, numerus aliquis eum metietur. metiatur et sit  $\Gamma$ . et quoniam  $\Gamma$  numerum  $B$  metitur, et  $B$  numerum  $A$  metitur, etiam  $\Gamma$  numerum  $A$  metitur. et si  $\Gamma$  primus est, factum erit, quod iussi sumus; sin compositus,

1) Sc. primum numerum numerum  $A$  metientem inuenire. quamquam haec formula in problemata magis cadit, id quod magis etiam de p. 252, 12 ualet.

om. p. 21. δῆλον ἂν εἴη τὸ ζητούμενον Theon (BV pφ).

22. Post ἀριθμός add. p: μετρεῖται καὶ ἔστω ὁ  $\Gamma$ . καὶ ἐπεὶ ὁ  $\Gamma$  τὸν  $B$  μετρεῖ ὁ δὲ  $B$  τὸν  $A$  μετρεῖ, καὶ ὁ  $\Gamma$  ἄρα τὸν  $A$  μετρεῖ. 23. δῆ] corr. ex δέ V, δέ pφ. 24. ὅς] supra m.

2 P. Post μετρήσει add. Theon τὸν πρὸ ἑαυτοῦ, (huc usque etiam P mg. m. rec.) ὅς καὶ τὸν  $A$  μετρήσει (BV pφ). εἰ] corr. ex ἡ m. rec. P. οὐ] μὴ August.

τὸν  $A$  ἀριθμὸν ἄπειροι ἀριθμοί, ὧν ἕτερος ἑτέρου ἐλάσσων ἐστίν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον ἐν ἀριθμοῖς. ληφθήσεται τις ἄρα πρῶτος ἀριθμός, ὃς μετρήσει τὸν πρὸ ἐαυτοῦ, ὃς καὶ τὸν  $A$  μετρήσει.

5 Ἄπας ἄρα σύνθετος ἀριθμὸς ὑπὸ πρῶτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λβ'.

Ἄπας ἀριθμὸς ἥτοι πρῶτός ἐστιν ἢ ὑπὸ πρῶτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

10 Ἐστω ἀριθμὸς ὁ  $A$ · λέγω, ὅτι ὁ  $A$  ἥτοι πρῶτός ἐστιν ἢ ὑπὸ πρῶτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

Εἰ μὲν οὖν πρῶτός ἐστιν ὁ  $A$ , γεγονὸς ἂν εἴη τό ἐπιταχθέν. εἰ δὲ σύνθετος, μετρήσει τις αὐτὸν πρῶτος ἀριθμός.

15 Ἄπας ἄρα ἀριθμὸς ἥτοι πρῶτός ἐστιν ἢ ὑπὸ πρῶτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λγ'.

Ἀριθμῶν δοθέντων ὁποσωνοῦν εὐρεῖν τοὺς ἐλαχίστους τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐ-  
20 τοῖς.

Ἐστῶσαν οἱ δοθέντες ὁποσποιοῦν ἀριθμοὶ οἱ  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ · δεῖ δὴ εὐρεῖν τοὺς ἐλαχίστους τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων τοῖς  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ .

Οἱ  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$  γὰρ ἥτοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν

1. ὁ ἕτερος V φ. τοῦ ἑτέρου BV p φ. 2. ἐστίν] (prius) om. B. 3. πρῶτος ἀριθμός] supra m. 2 V, ἀριθμὸς πρῶτος p.  
7. λδ' BV, P m. rec.; λε' p. 8. πᾶς P. 11. ἐστι V φ.  
12. γεγονός] Pp, δῆλον BV φ. 13. ἐπιταχθέν] ζητούμενον Theon (BV p φ). 17. λε' BV, P m. rec.; λς' p. 19. τοὺς αὐτοὺς λόγους Bp. 22. τοὺς αὐτοὺς λόγους BV p φ.

numerus aliquis eum metietur. hac igitur ratiocinatione procedente inuenietur primus aliquis numerus, qui metietur.<sup>1)</sup> nam si non inuenietur, infiniti numeri numerum  $A$  metientur, alter semper altero deinceps minores; quod in numeris fieri non potest. itaque inuenietur primus aliquis numerus proxime antecedentem metiens, qui etiam numerum  $A$  metiatur.

Ergo quemuis numerum compositum primus aliquis numerus metitur; quod erat demonstrandum.

## XXXII.

Quiuis numerus aut primus est, aut primus numerus eum metitur.

Sit numerus  $A$ . dico, numerum  $A$  aut primum esse aut primum aliquem numerum eum metiri.  
 $A$  iam si primus est  $A$ , factum erit, quod iussimus; sin compositus, primus aliquis numerus eum metietur [prop. XXXI].

Ergo quiuis numerus aut primus est, aut primus numerus eum metitur; quod erat demonstrandum.

## XXXIII.

Datis quotlibet numeris minimos eorum, qui eandem rationem habent, inuenire.

Dati sint quotlibet numeri  $A, B, \Gamma$ . oportet igitur minimos eorum inuenire, qui eandem rationem habeant ac  $A, B, \Gamma$ .

$A, B, \Gamma$  enim aut inter se primi sunt aut non

---

1) Sc. numerum praecedentem et ea de causa numerum  $A$  (cfr. lin. 4). et puto, haec audiri posse. etsi fieri potest, ut haec uerba in P mero errore ob  $\delta\mu\iota\omicron\tau\acute{\epsilon}\lambda\epsilon\upsilon\tau\omicron\nu$  exciderint.

ἢ οὐ. εἰ μὲν οὖν οἱ  $A, B, \Gamma$  πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, ἐλάχιστοι εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς.

εἰ δὲ οὐ, εἰλήφθω τῶν  $A, B, \Gamma$  τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον ὃ  $\Delta$ , καὶ ὅσάκις ὁ  $\Delta$  ἕκαστον τῶν  $A, B, \Gamma$  μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν ἐκάστῳ τῶν  $E, Z, H$ . καὶ ἕκαστος ἄρα τῶν  $E, Z, H$  ἕκαστον τῶν  $A, B, \Gamma$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ  $\Delta$  μονάδας. οἱ  $E, Z, H$  ἄρα τοὺς  $A, B, \Gamma$  ἰσάκις μετροῦσιν· οἱ  $E, Z, H$  ἄρα τοῖς  $A, B, \Gamma$  ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν. λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐλάχιστοι. εἰ γὰρ μὴ εἰσιν οἱ  $E, Z, H$  ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων τοῖς  $A, B, \Gamma$ , ἔδονται [τινες] τῶν  $E, Z, H$  ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες τοῖς  $A, B, \Gamma$ . ἔστωσαν οἱ  $\Theta, K, \Lambda$ . ἰσάκις ἄρα ὁ  $\Theta$  τὸν  $A$  μετρεῖ καὶ ἑκάτερος τῶν  $K, \Lambda$  ἑκάτερον τῶν  $B, \Gamma$ . ὅσάκις δὲ ὁ  $\Theta$  τὸν  $A$  μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ  $M$ . καὶ ἑκάτερος ἄρα τῶν  $K, \Lambda$  ἑκάτερον τῶν  $B, \Gamma$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ  $M$  μονάδας. καὶ ἐπεὶ ὁ  $\Theta$  τὸν  $A$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ  $M$  μονάδας, καὶ ὁ  $M$  ἄρα τὸν  $A$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ  $\Theta$  μονάδας. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ὁ  $M$  καὶ ἑκάτερον τῶν  $B, \Gamma$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν ἑκάτέρῳ τῶν  $K, \Lambda$  μονάδας· ὁ  $M$  ἄρα τοὺς  $A, B, \Gamma$  μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ  $\Theta$  τὸν  $A$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ  $M$  μονάδας, ὁ  $\Theta$  ἄρα τὸν  $M$  πολλαπλασιάσας τὸν  $A$

6. ἐν] om. P. 7. ἕκαστος] ἕκαστον p. 10. τοῖς] corr. ex toi m. rec. P. εἰσὶ Vφ. 11. καί] καὶ οἱ p. 12. τοῖς] corr. ex toi m. 1 P. 13. τινες] om. P. 16.  $B, \Gamma$ ]  $\Gamma, B$  corr. ex  $A, B$  m. 1 p. 18. τῶν  $B, \Gamma$ ] τὸν  $\Gamma, B$  p. 20.  $A$ ]  $\Theta$  p. 21. καὶ ὁ  $M$  Vφ.

primi. iam si  $A, B, \Gamma$  inter se primi sunt, minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent [prop. XXI].

sin minus, sumatur numerorum  $A, B, \Gamma$  maxima mensura communis  $\Delta$  [prop. III]<sup>1)</sup>, et quoties  $\Delta$  singulos numeros  $A, B, \Gamma$  metitur, tot unitates sint in singulis  $E, Z, H$ . quare etiam singuli  $E, Z, H$  singulos  $A, B, \Gamma$  secundum unitates numeri  $\Delta$  metiuntur [prop. XV]. itaque  $E, Z, H$  numeros  $A, B, \Gamma$  aequaliter metiuntur. itaque  $E, Z, H$  et  $A, B, \Gamma$  in eadem ratione sunt [def. 20]. iam dico,  $E, Z, H$  etiam minimos esse. nam si  $E, Z, H$  minimi non sunt eorum, qui eandem rationem habent ac  $A, B, \Gamma$ , erunt numeri numeris  $E, Z, H$  minores, qui in eadem ratione sint ac  $A, B, \Gamma$ . sint  $\Theta, K, \Lambda$ . itaque  $\Theta$  numerum  $A$  et uterque  $K, \Lambda$  utrumque  $B, \Gamma$  aequaliter metitur. quoties autem  $\Theta$  numerum  $A$  metitur, tot unitates sint in  $M$ . quare etiam uterque  $K, \Lambda$  utrumque  $B, \Gamma$  secundum unitates numeri  $M$  metitur. et quoniam  $\Theta$  numerum  $A$  secundum unitates numeri  $M$  metitur, etiam  $M$  numerum  $A$  secundum unitates numeri  $\Theta$  metitur [prop. XV]. eadem de causa  $M$  etiam utrumque  $B, \Gamma$  secundum unitates utriusque  $K, \Lambda$  metitur.  $M$  igitur numeros  $A, B, \Gamma$  metitur. et quoniam  $\Theta$  numerum  $A$  secundum unitates numeri  $M$  metitur, erit  $\Theta \times M = A$  [def. 15]. eadem de

1) Cum  $\pi\acute{o}\tau\iota\sigma\mu\alpha$  prop. 3 spurium sit, Euclides tacite eam ad quotlibet numeros transtulit; cfr. p. 269 not.

πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ  $E$  τὸν  $\Delta$  πολλα-  
 πλασιάσας τὸν  $A$  πεποίηκεν. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν  
 $E$ ,  $\Delta$  τῷ ἐκ τῶν  $\Theta$ ,  $M$ . ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $E$  πρὸς τὸν  
 $\Theta$ , οὕτως ὁ  $M$  πρὸς τὸν  $\Delta$ . μείζων δὲ ὁ  $E$  τοῦ  $\Theta$ .  
 5 μείζων ἄρα καὶ ὁ  $M$  τοῦ  $\Delta$ . καὶ μετρεῖ τοὺς  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ .  
 ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· ὑπόκειται γὰρ ὁ  $\Delta$  τῶν  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$   
 τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον. οὐκ ἄρα ἔσονται τινες  
 τῶν  $E$ ,  $Z$ ,  $H$  ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ  
 ὄντες τοῖς  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ . οἱ  $E$ ,  $Z$ ,  $H$  ἄρα ἐλάχιστοί εἰσι  
 10 τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ . ὅπερ  
 ἔδει δεῖξαι.

λδ'.

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων εὐρεῖν, ὃν ἐλά-  
 χιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

15 Ἐστωσαν οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ οἱ  $A$ ,  $B$ . δεῖ  
 δὴ εὐρεῖν, ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

Οἱ  $A$ ,  $B$  γὰρ ἦτοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ἢ  
 οὔ. ἔστωσαν πρότερον οἱ  $A$ ,  $B$  πρῶτοι πρὸς ἀλλή-  
 λους, καὶ ὁ  $A$  τὸν  $B$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  ποιείτω·  
 20 καὶ ὁ  $B$  ἄρα τὸν  $A$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  πεποίηκεν.  
 οἱ  $A$ ,  $B$  ἄρα τὸν  $\Gamma$  μετροῦσιν. λέγω δὴ, ὅτι καὶ  
 ἐλάχιστον. εἰ γὰρ μή, μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν οἱ  
 $A$ ,  $B$  ἐλάσσονα ὄντα τοῦ  $\Gamma$ . μετρείτωσαν τὸν  $\Delta$ . καὶ  
 25 ἐν τῷ  $E$ , ὡς ὁ  $A$  τὸν  $\Delta$  μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν  
 ἐν τῷ  $Z$ . ὁ μὲν  $A$  ἄρα τὸν  $E$  πολλα-

1. πεποίηκε V φ. διὰ τὰ — 2: πεποίηκεν] om. p. 8. ὄντες  
 ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ p. 9. εἰσιν P. 12. 15' BV, P m. rec.;  
 λζ' p. 15. δύο ἀριθμοὶ οἱ δοθέντες p. 16. ἀριθμόν] om. V φ.  
 19. τὸν  $\Gamma$  — 20: πολλαπλασιάσας] mg. m. 2 B. 20. ἄρα]  
 comp. supra V, ἔτι φ. 21. καὶ οἱ P. μετροῦσι V φ. 22.

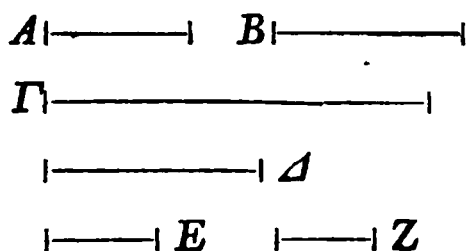
causa erit etiam  $E \times \Delta = A$ . itaque  $E \times \Delta = \Theta \times M$ .  
 quare erit [prop. XIX]  $E : \Theta = M : \Delta$ . uerum  $E > \Theta$ .  
 quare etiam  $M > \Delta$  [prop. XIII. V, 14]. et  $M$  nu-  
 meros  $A, B, \Gamma$  metitur; quod fieri non potest. nam  
 suppositum est,  $\Delta$  maximam mensuram communem  
 esse numerorum  $A, B, \Gamma$ . itaque non erunt numeri  
 numeris  $E, Z, H$  minores, qui in eadem ratione sint  
 ac  $A, B, \Gamma$ . ergo  $E, Z, H$  minimi sunt eorum, qui  
 eandem rationem habent ac  $A, B, \Gamma$ ; quod erat de-  
 monstrandum.

## XXXIV.

Datis duobus numeris, quem minimum metiuntur  
 numerum, inuenire.

Sint duo numeri dati  $A, B$ . oportet igitur, quem  
 minimum metiuntur numerum, inuenire.

$A, B$  enim aut inter se primi sunt aut non primi.  
 prius  $A, B$  inter se primi sint, et sit  $A \times B = \Gamma$ .  
 quare etiam  $B \times A = \Gamma$  [prop. XVI]. itaque  $A, B$   
 numerum  $\Gamma$  metiuntur. iam dico, eos eum etiam



minimum metiri. nam si minus,  $A, B$  numerum ali-  
 quem numero  $\Gamma$  minorem metientur. metiantur nu-  
 merum  $\Delta$ . et quoties  $A$  numerum  $\Delta$  metitur, tot  
 unitates sint in  $E$ , quoties autem  $B$  numerum  $\Delta$   
 metitur, tot unitates sint in  $Z$ . itaque erit  $A \times E = \Delta$ ,

μετρήσουσιν PB. 25. ὁσάκις δέ] καὶ ὁσάκις V φ, ὁσάκις δὲ  
 καὶ p.  $\Delta$ ] e corr. m. 2 p.

πλασιάσας τὸν  $\Delta$  πεποίηκεν, ὁ δὲ  $B$  τὸν  $Z$  πολλα-  
 πλασιάσας τὸν  $\Delta$  πεποίηκεν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν  
 $A, E$  τῷ ἐκ τῶν  $B, Z$ . ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  
 $B$ , οὕτως ὁ  $Z$  πρὸς τὸν  $E$ . οἱ δὲ  $A, B$  πρῶτοι, οἱ  
 5 δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς  
 τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκεις ὅ τε μείζων τὸν μεί-  
 ζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα· ὁ  $B$  ἄρα τὸν  $E$   
 μετρεῖ, ὡς ἐπόμενος ἐπόμενον. καὶ ἐπεὶ ὁ  $A$  τοὺς  $B, E$   
 πολλαπλασιάσας τοὺς  $\Gamma, \Delta$  πεποίηκεν, ἐστὶν ἄρα ὡς  
 10 ὁ  $B$  πρὸς τὸν  $E$ , οὕτως ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ . μετρεῖ δὲ  
 ὁ  $B$  τὸν  $E$ · μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ  $\Gamma$  τὸν  $\Delta$  ὁ μείζων  
 τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ  $A,$   
 $B$  μετροῦσί τινα ἀριθμὸν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ  $\Gamma$ . ὁ  $\Gamma$   
 ἄρα ἐλάχιστος ὢν ὑπὸ τῶν  $A, B$  μετρεῖται.  
 15 Μὴ ἔστωσαν δὴ οἱ  $A, B$  πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους,  
 καὶ εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λό-  
 γον ἔχόντων τοῖς  $A, B$  οἱ  $Z, E$ · ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ  
 ἐκ τῶν  $A, E$  τῷ ἐκ τῶν  $B, Z$ . καὶ ὁ  $A$  τὸν  $E$  πολλα-  
 πλασιάσας τὸν  $\Gamma$  ποιείτω· καὶ ὁ  $B$  ἄρα τὸν  $Z$  πολλα-  
 20 πλασιάσας τὸν  $\Gamma$  πεποίηκεν· οἱ  $A, B$  ἄρα τὸν  $\Gamma$  με-  
 τροῦσιν. λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐλάχιστον. εἰ γὰρ μή,  
 μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν οἱ  $A, B$  ἐλάσσονα ὄντα τοῦ  $\Gamma$ .  
 μετρεῖτωσαν τὸν  $\Delta$ . καὶ ὅσάκις μὲν ὁ  $A$  τὸν  $\Delta$  με-  
 τρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ  $H$ , ὅσάκις δὲ  
 25 ὁ  $B$  τὸν  $\Delta$  μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ  $\Theta$ .  
 ὁ μὲν  $A$  ἄρα τὸν  $H$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Delta$  πεποίηκεν,  
 ὁ δὲ  $B$  τὸν  $\Theta$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Delta$  πεποίηκεν. ἴσος

3.  $A$ ] (prius) corr. ex  $\Delta$  V. 5. μετροῦσιν B. 9.  $\Gamma, \Delta$ ]  $\Gamma$  postea insert. m. 1 p, post  $\Delta$  1 litt. eras. 11. ἄρα] δὲ ἄρα p. τὸν  $\Delta$ ] τὴν  $\Delta$  P. 13. μετρήσουσιν P. Post τοῦ  $\Gamma$  add. Theon: ὅταν οἱ  $A, B$  πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ᾧσιν (BVpφ,



$B \times Z = \Delta$  [def. 15]. itaque  $A \times E = B \times Z$ .  
 quare erit  $A : B = Z : E$  [prop. XIX]. uerum  $A, B$   
 primi sunt, primi autem etiam minimi sunt [prop. XXI],  
 minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequa-  
 liter metiuntur, maior maiorem et minor minorem  
 [prop. XX]. itaque  $B$  numerum  $E$  metitur, ut sequens  
 sequentem. et quoniam  $A$  numeros  $B, E$  multiplicans  
 numeros  $\Gamma, \Delta$  effecit, erit  $B : E = \Gamma : \Delta$  [prop. XVII].  
 uerum  $B$  numerum  $E$  metitur. quare etiam  $\Gamma$  nu-  
 merum  $\Delta$  metitur [def. 20], maior minorem; quod  
 fieri non potest. itaque  $A, B$  nullum numerum nu-  
 mero  $\Gamma$  minorem metiuntur. ergo  $\Gamma$  numerum mini-  
 mum metiuntur  $A, B$ .

Ne sint igitur  $A, B$  inter se primi, et sumantur  
 $\begin{array}{c} \overline{A} \quad \quad \overline{B} \\ \overline{Z} \quad \quad \overline{E} \\ \overline{\Gamma} \\ \overline{\Delta} \\ \overline{H} \quad \cdot \quad \overline{\Theta} \end{array}$   $Z, E$  minimi eorum, qui eandem  
 rationem habent ac  $A, B$  [prop.  
 XXXIII]. itaque  $A \times E = B \times Z$   
 [prop. XIX]. et sit  $A \times E = \Gamma$ .  
 itaque etiam  $B \times Z = \Gamma$ . quare  
 $A, B$  numerum  $\Gamma$  metiuntur. iam  
 dico, eos eum etiam minimum metiri. nam si  
 minus,  $A, B$  numerum aliquem numero  $\Gamma$  minorem  
 metientur. metiantur numerum  $\Delta$ . et quoties  $A$   
 numerum  $\Delta$  metitur, tot unitates sint in  $H$ , quoties  
 autem  $B$  numerum  $\Delta$  metitur, tot unitates sint in  $\Theta$ .  
 itaque  $A \times H = \Delta, B \times \Theta = \Delta$  [def. 15]. quare

P m. rec.) 15.  $\delta\eta$ ]  $\delta\epsilon$  p. 17.  $Z, E$ ] corr. ex  $E, Z$  V.  
 19.  $\tau\acute{o}\nu \Gamma$  —  $\pi\omicron\lambda\lambda\alpha\pi\lambda\alpha\sigma\iota\acute{\alpha}\sigma\alpha\varsigma$ ] mg. m. 1 p.  $\pi\omicron\iota\epsilon\acute{\iota}\tau\omega$  — 20:  
 $\tau\acute{o}\nu \Gamma$ ] mg.  $\varphi$ . 20.  $\pi\epsilon\pi\omicron\lambda\eta\kappa\epsilon$  p.  $\mu\epsilon\tau\rho\omicron\upsilon\sigma\iota$  V  $\varphi$ . 22.  $\mu\epsilon$ -  
 $\tau\rho\eta\sigma\omicron\upsilon\sigma\iota\nu$  PB,  $\mu\epsilon\tau\rho\eta\sigma\omicron\upsilon\sigma\iota$   $\delta\eta$  p. 24.  $H$ ,  $\acute{o}\sigma\alpha\kappa\iota\varsigma$  — 25:  $\acute{\epsilon}\nu$   
 $\tau\acute{\omega}$ ] om. p. 26.  $\Delta$ ] corr. ex  $A$  p. 27.  $\acute{o}$   $\delta\epsilon$   $B$  —  $\pi\epsilon\pi\omicron\lambda\eta$ -  
 $\kappa\epsilon\nu$ ] om. p.

ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν  $A, H$  τῷ ἐκ τῶν  $B, \Theta$ · ἔστιν  
 ἄρα ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $\Theta$  πρὸς τὸν  $H$ .  
 ὡς δὲ ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $Z$  πρὸς τὸν  $E$ · καὶ  
 ὡς ἄρα ὁ  $Z$  πρὸς τὸν  $E$ , οὕτως ὁ  $\Theta$  πρὸς τὸν  $H$ . οἱ  
 5 δὲ  $Z, E$  ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν  
 αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκεις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα  
 καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα· ὁ  $E$  ἄρα τὸν  $H$  μετρῇ.  
 καὶ ἐπεὶ ὁ  $A$  τοὺς  $E, H$  πολλαπλασιάσας τοὺς  $\Gamma, \Delta$   
 πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $H$ , οὕτως ὁ  
 10  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ . ὁ δὲ  $E$  τὸν  $H$  μετρῇ· καὶ ὁ  $\Gamma$  ἄρα  
 τὸν  $\Delta$  μετρῇ ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν  
 ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ  $A, B$  μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν  
 ἐλάσσονα ὄντα τοῦ  $\Gamma$ . ὁ  $\Gamma$  ἄρα ἐλάχιστος ὢν ὑπὸ  
 τῶν  $A, B$  μετρεῖται· ὅπερ ἔπει δεῖξαι.

15

λε'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἀριθμόν τινα μετρῶσιν,  
 καὶ ὁ ἐλάχιστος ὑπ' αὐτῶν μετρούμενος τὸν  
 αὐτὸν μετρήσει.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ  $A, B$  ἀριθμόν τινα τὸν  $\Gamma\Delta$   
 20 μετρεῖτωσαν, ἐλάχιστον δὲ τὸν  $E$ · λέγω, ὅτι καὶ ὁ  $E$   
 τὸν  $\Gamma\Delta$  μετρῇ.

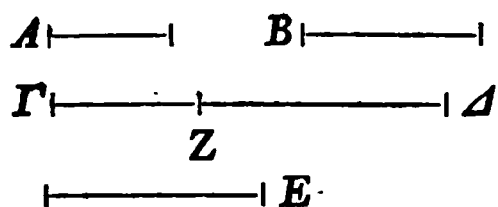
Εἰ γὰρ οὐ μετρῇ ὁ  $E$  τὸν  $\Gamma\Delta$ , ὁ  $E$  τὸν  $\Delta Z$  με-  
 τρῶν λειπέτω ἐαυτοῦ ἐλάσσονα τὸν  $\Gamma Z$ . καὶ ἐπεὶ οἱ  
 $A, B$  τὸν  $E$  μετροῦσιν, ὁ δὲ  $E$  τὸν  $\Delta Z$  μετρῇ, καὶ  
 25 οἱ  $A, B$  ἄρα τὸν  $\Delta Z$  μετρήσουσιν. μετροῦσι δὲ καὶ

2. ὡς] insert. m. 1 p.  $H$ ] in ras. φ. 3. οὕτως ὁ  $Z$   
 πρὸς τὸν  $E$ ] mg. φ. Post  $E$  add. P: ἀλλ' ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  
 $B$ , οὕτως ὁ  $\Theta$  πρὸς τὸν  $H$ ; del. m. rec. καὶ ὡς ἄρα] ἔστιν  
 ἄρα ὡς p. 4.  $Z$ ]  $\Theta$  P, corr. m. rec.  $E$ ]  $H$  P, corr. m.  
 rec.  $\Theta$ ]  $Z$  P, corr. m. rec.  $H$ ]  $E$  P, corr. m. rec. 8.  
 τοὺς] τόν p.  $E, H$ ]  $H, E$  B. 12. μετρήσουσιν B. 13.

$A \times H = B \times \Theta$ . itaque  $A : B = \Theta : H$  [prop. XIX].  
 uerum  $A : B = Z : E$ . itaque etiam  $Z : E = \Theta : H$ .  
 uerum  $Z, E$  minimi sunt, minimi autem eos, qui  
 eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior  
 maiorem et minor minorem [prop. XX]. itaque  $E$   
 numerum  $H$  metitur. et quoniam  $A$  numeros  $E, H$   
 multiplicans numeros  $\Gamma, \Delta$  effecit, erit  $E : H = \Gamma : \Delta$   
 [prop. XVII]. uerum  $E$  numerum  $H$  metitur. quare  
 etiam  $\Gamma$  numerum  $\Delta$  metitur [def. 20] maior mino-  
 rem; quod fieri non potest. itaque  $A, B$  nullum nu-  
 merum numero  $\Gamma$  minorem metiuntur. ergo  $\Gamma$  nu-  
 merum minimum metiuntur  $A, B$ ; quod erat demon-  
 strandum.

## XXXV.

Si duo numeri numerum aliquem metiuntur, etiam  
 quem minimum metiuntur numerum, eundem metietur.



Duo enim numeri  $A, B$  nu-  
 merum aliquem  $\Gamma\Delta$  metiantur,  
 minimum autem  $E$  numerum.  
 dico, etiam  $E$  numerum nume-

rum  $\Gamma\Delta$  metiri.

Nam si  $E$  numerum  $\Gamma\Delta$  non metitur,  $E$  nume-  
 rum  $\Delta Z$  metiens relinquat se minorem  $\Gamma Z$ . et quo-  
 niam  $A, B$  numerum  $E$  metiuntur,  $E$  autem numerum  
 $\Delta Z$  metitur, etiam  $A, B$  numerum  $\Delta Z$  metientur.

ὄντα] om. V φ. 15. λξ' BV, P m. rec., λη' p. 16. Post  
 εἰς ras. 3 litt. BV. μετρήσῃσι p, μετρώσι PV φ. 20. καί]  
 supra m. 1 P. 22. οὐ] μή August. ΓΔ] Γ B. ΔZ]  
 Z Δ p, ΓΔ V in ras., φ. 25. μετρήσουσιν. μετροῦσι] -σι  
 μετροῦ- add. m. 2 B; μετρήσουσι μετροῦσι V p φ; μετροῦσιν.  
 μετροῦσι P.

ὅλον τὸν  $\Gamma\Delta$ · καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν  $\Gamma Z$  μετρήσουσιν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ  $E$ · ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οὐ μετρεῖ ὁ  $E$  τὸν  $\Gamma\Delta$ · μετρεῖ ἄρα· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

λς'.

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων εὑρεῖν, ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες τρεῖς ἀριθμοὶ οἱ  $A, B, \Gamma$ · δεῖ δὴ εὑρεῖν, ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

- 10 Εἰλήφθω γὰρ ὑπὸ δύο τῶν  $A, B$  ἐλάχιστος μετρούμενος ὁ  $\Delta$ . ὁ δὲ  $\Gamma$  τὸν  $\Delta$  ἤτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ. μετρεῖτω πρότερον. μετροῦσι δὲ καὶ οἱ  $A, B$  τὸν  $\Delta$ · οἱ  $A, B, \Gamma$  ἄρα τὸν  $\Delta$  μετροῦσιν. λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐλάχιστον. εἰ γὰρ μή, μετρήσουσιν [τινα]
- 15 ἀριθμόν οἱ  $A, B, \Gamma$  ἐλάσσονα ὄντα τοῦ  $\Delta$ . μετρεῖ-  
 τωσαν τὸν  $E$ . ἐπεὶ οἱ  $A, B, \Gamma$  τὸν  $E$  μετροῦσιν, καὶ οἱ  $A, B$  ἄρα τὸν  $E$  μετροῦσιν. καὶ ὁ ἐλάχιστος ἄρα ὑπὸ τῶν  $A, B$  μετρούμενος [τὸν  $E$ ] μετρήσει. ἐλά-  
 χιστος δὲ ὑπὸ τῶν  $A, B$  μετρούμενός ἐστιν ὁ  $\Delta$ · ὁ  $\Delta$
- 20 ἄρα τὸν  $E$  μετρήσει ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ  $A, B, \Gamma$  μετρήσουσιν τινα ἀριθμόν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ  $\Delta$ · οἱ  $A, B, \Gamma$  ἄρα ἐλά-  
 χιστον τὸν  $\Delta$  μετροῦσιν.

Μὴ μετρεῖτω δὲ πάλιν ὁ  $\Gamma$  τὸν  $\Delta$ , καὶ εἰλήφθω

5. λη' BV, λθ' p. 9. μετρήσουσιν P. 10. τῶν] in  
 ras. φ. 11. δὴ] δέ P. 13. ἄρα  $A, B, \Gamma$  V φ. μετροῦσι  
 V p φ, μετρήσουσιν P. δὴ] om. V φ. 14. μετρήσουσι V  
 et corr. ex μετρεῖσουσι φ. [τινα] om. P p. 15. ἀριθμόν]  
 om. p. ἐλάσσονα] τινα ἀριθμόν ἐλάττονα p. 16. ἐπεὶ οὖν  
 V φ. μετροῦσι P V p φ. 17. μετρήσουσιν P et comp. p; με-  
 τροῦσι V φ. 18. τὸν  $E$ ] om. P. 20. μετρήσει] comp. p, in  
 ras. φ. 21.  $\Gamma$ ] insert. postea φ. μετρήσουσιν B, μετροῦσι V φ.

uerum etiam totum  $\Gamma\Delta$  metiuntur. quare etiam reliquum  $\Gamma Z$  metientur numero  $E$  minorem; quod fieri non potest. itaque fieri non potest, ut  $E$  numerum  $\Gamma\Delta$  non metiatur. ergo metitur; quod erat demonstrandum.

## XXXVI.

Datis tribus numeris, quem minimum metiuntur numerum, inuenire.

—————|  $A$

—————|  $B$

—————|  $\Gamma$

—————|  $\Delta$

—————|  $E$

Sint tres numeri dati  $A, B, \Gamma$ . oportet igitur, quem minimum metiuntur numerum, inuenire.

sumatur enim, quem duo numeri  $A, B$  minimum metiuntur,  $\Delta$  [prop. XXXIV].  $\Gamma$  igitur numerum  $\Delta$  aut metitur aut non metitur. metiatur prius. uerum etiam  $A, B$  numerum  $\Delta$  metiuntur. itaque  $A, B, \Gamma$  numerum  $\Delta$  metiuntur. iam dico, eos eum etiam minimum metiri. nam si minus,  $A, B, \Gamma$  numerum numero  $\Delta$  minorem metientur. metiantur numerum  $E$ . quoniam  $A, B, \Gamma$  numerum  $E$  metiuntur, etiam  $A, B$  numerum  $E$  metientur. quare etiam, quem minimum metiuntur  $A, B$ , numerum  $E$  metietur [prop. XXXV]. quem autem  $A, B$  minimum metiuntur, est  $\Delta$ .  $\Delta$  igitur numerum  $E$  metitur, maior minorem; quod fieri non potest. itaque  $A, B, \Gamma$  nullum numerum numero  $\Delta$  minorem metientur. ergo  $A, B, \Gamma$  numerum  $\Delta$  minimum metiuntur.

rursus ne metiatur  $\Gamma$  numerum  $\Delta$ , et sumatur,

22.  $\Gamma$ ] om. P. 23. μετρήσουσιν P, comp. p; μετροῦσι V φ.  
24. δὴ] δέ p.

ὑπὸ τῶν  $\Gamma$ ,  $\Delta$  ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμὸς ὁ  $E$ .  
 ἐπεὶ οἱ  $A$ ,  $B$  τὸν  $\Delta$  μετροῦσιν, ὁ δὲ  $\Delta$  τὸν  $E$  με-  
 τρεῖ, καὶ οἱ  $A$ ,  $B$  ἄρα τὸν  $E$  μετροῦσιν. μετρεῖ δὲ  
 καὶ ὁ  $\Gamma$  [τὸν  $E$  καὶ] οἱ  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$  ἄρα τὸν  $E$  μετροῦσιν.  
 5 λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐλάχιστον. εἰ γὰρ μή, μετρήσουσί  
 τινα οἱ  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$  ἐλάσσονα ὄντα τοῦ  $E$ . μετρεῖτωσαν  
 τὸν  $Z$ . ἐπεὶ οἱ  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$  τὸν  $Z$  μετροῦσιν, καὶ οἱ  $A$ ,  $B$   
 ἄρα τὸν  $Z$  μετροῦσιν· καὶ ὁ ἐλάχιστος ἄρα ὑπὸ τῶν  
 $A$ ,  $B$  μετρούμενος τὸν  $Z$  μετρήσει. ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ  
 10 τῶν  $A$ ,  $B$  μετρούμενός ἐστιν ὁ  $\Delta$ . ὁ  $\Delta$  ἄρα τὸν  $Z$   
 μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ ὁ  $\Gamma$  τὸν  $Z$ . οἱ  $\Delta$ ,  $\Gamma$  ἄρα τὸν  
 $Z$  μετροῦσιν· ὥστε καὶ ὁ ἐλάχιστος ὑπὸ τῶν  $\Delta$ ,  $\Gamma$   
 μετρούμενος τὸν  $Z$  μετρήσει. ὁ δὲ ἐλάχιστος ὑπὸ τῶν  
 $\Gamma$ ,  $\Delta$  μετρούμενός ἐστιν ὁ  $E$ . ὁ  $E$  ἄρα τὸν  $Z$  μετρεῖ  
 15 ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ  
 ἄρα οἱ  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$  μετρήσουσί τινα ἀριθμὸν ἐλάσσονα  
 ὄντα τοῦ  $E$ . ὁ  $E$  ἄρα ἐλάχιστος ὢν ὑπὸ τῶν  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$   
 μετρεῖται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λξ'.

20 Ἐὰν ἀριθμὸς ὑπὸ τινος ἀριθμοῦ μετρηῇται,  
 ὁ μετρούμενος ὁμώνυμον μέρος ἔξει τῷ με-  
 τρουῦντι.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ  $A$  ὑπὸ τινος ἀριθμοῦ τοῦ  $B$  με-

1. ἀριθμός] om. p. 2. μετροῦσι Vφ.  $\Delta$ ] corr. ex A p  
 m. 2. 3. Post B in p m. 2 insert.  $\Gamma$ . μετρήσουσιν P, με-  
 τροῦσι Vφ, comp. p. μετρεῖ — 4: μετροῦσιν] om. p. 4.  
 τὸν E. καί] om. P.  $\Gamma$ ] supra m. 2 V. μετρήσουσι P, με-  
 τροῦσι Vφ. 5. δὴ] om. Vφ. μετρήσουσιν B, comp. p;  
 μετροῦσι Vφ. 6. τινα] om. p. τινα ἐλάττονα ἀριθμὸν ὄν-  
 τα p. 7. μετροῦσιν, καὶ οἱ  $A$ ,  $B$  ἄρα τὸν  $Z$ ] mg. φ (με-  
 τροῦσι). μετροῦσι Vp. καὶ οἱ  $A$ ,  $B$  ἄρα τὸν  $Z$  μετροῦσιν]  
 mg. m. 2 V. 8. μετροῦσιν] μετρήσουσι V, comp. p, in ras. φ.

quem  $\Gamma$ ,  $\Delta$  minimum metiuntur numerum,  $E$  [prop. XXXIV]. quoniam  $A$ ,  $B$  numerum  $\Delta$  metiuntur, et

$A$  |——|

$B$  |——|

$\Gamma$  |——|

$\Delta$  |——|

|——|  $E$

|——|  $Z$

$\Delta$  numerum  $E$  metitur, etiam  $A$ ,  $B$  numerum  $E$  metiuntur. uerum etiam  $\Gamma$  numerum  $E$  metitur. itaque  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$  numerum  $E$  metiuntur. iam dico, eos eum etiam minimum metiri. nam si minus,  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$  numerum aliquem minorem numero  $E$  metientur. me-

tiantur numerum  $Z$ . quoniam  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$  numerum  $Z$  metiuntur, etiam  $A$ ,  $B$  numerum  $Z$  metiuntur. quare etiam, quem minimum metiuntur  $A$ ,  $B$ , numerum  $Z$  metietur [prop. XXXV]. uerum quem minimum metiuntur  $A$ ,  $B$ , est  $\Delta$ .  $\Delta$  igitur numerum  $Z$  metitur. uerum etiam  $\Gamma$  numerum  $Z$  metitur. itaque  $\Delta$ ,  $\Gamma$  numerum  $Z$  metiuntur. quare etiam quem minimum metiuntur  $\Delta$ ,  $\Gamma$ , numerum  $Z$  metietur [id.]. uerum quem minimum metiuntur  $\Gamma$ ,  $\Delta$ , est  $E$ . itaque  $E$  numerum  $Z$  metitur, maior minorem; quod fieri non potest. itaque numeri  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$  nullum numerum numero  $E$  minorem metientur. ergo  $E$  minimus est, quem  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$  metiuntur; quod erat demonstrandum.

### XXXVII.

Si numerum numerus aliquis metitur, is, quem metitur, partem habebit a metiente denominatam.

Numerum enim  $A$  numerus aliquis  $B$  metiatur.

9. τὸν  $Z$  — 10: μετρούμενος] om. p. 12. μετρήσουσι p. ὥστε] om. P. ἄρα ὑπό P.  $\Gamma$ ,  $\Delta$  p. 14.  $\Gamma$ ,  $\Delta$ ] Pp;  $\Delta$ ,  $\Gamma$  BVφ. 16. B] om. p. μετρήσουσι] PB, comp. p; μετροῦσι Vφ. ἐλάττονα τοῦ  $E$  ὄντα p. 19. 1θ' B (post add. m. 1, ut posthac saepius), V, P m. rec., μ' p. 20. μετρεῖται φ.

τρεῖσθω· λέγω, ὅτι ὁ  $A$  ὁμώνυμον μέρος ἔχει τῷ  $B$ .

Ὅσάκις γὰρ ὁ  $B$  τον  $A$  μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ  $\Gamma$ . ἐπεὶ ὁ  $B$  τὸν  $A$  μετρεῖ κατὰ τὰς  
 5 ἐν τῷ  $\Gamma$  μονάδας, μετρεῖ δὲ καὶ ἡ  $\Delta$  μονὰς τὸν  $\Gamma$   
 ἀριθμὸν κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας, ἰσάκις ἄρα ἡ  $\Delta$   
 μονὰς τὸν  $\Gamma$  ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ  $B$  τὸν  $A$ . ἐναλ-  
 λάξ ἄρα ἰσάκις ἡ  $\Delta$  μονὰς τὸν  $B$  ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ  
 ὁ  $\Gamma$  τὸν  $A$ . ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ἡ  $\Delta$  μονὰς τοῦ  $B$   
 10 ἀριθμοῦ, τὸ αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ  $\Gamma$  τοῦ  $A$ . ἡ δὲ  $\Delta$   
 μονὰς τοῦ  $B$  ἀριθμοῦ μέρος ἐστὶν ὁμώνυμον αὐτῷ·  
 καὶ ὁ  $\Gamma$  ἄρα τοῦ  $A$  μέρος ἐστὶν ὁμώνυμον τῷ  $B$ .  
 ὥστε ὁ  $A$  μέρος ἔχει τον  $\Gamma$  ὁμώνυμον ὄντα τῷ  $B$ .  
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

15

λη'.

Ἐὰν ἀριθμὸς μέρος ἔχη ὅτιοῦν, ὑπὸ ὁμω-  
 νύμου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται τῷ μέρει.

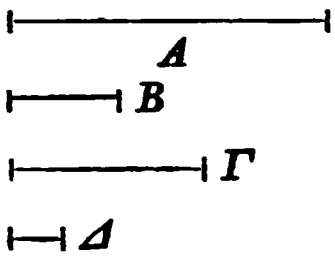
Ἀριθμὸς γὰρ ὁ  $A$  μέρος ἔχτω ὅτιοῦν τὸν  $B$ , καὶ  
 τῷ  $B$  μέρει ὁμώνυμος ἔστω [ἀριθμὸς] ὁ  $\Gamma$ . λέγω, ὅτι  
 20 ὁ  $\Gamma$  τὸν  $A$  μετρεῖ.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ  $B$  τοῦ  $A$  μέρος ἐστὶν ὁμώνυμον τῷ  
 $\Gamma$ , ἐστὶ δὲ καὶ ἡ  $\Delta$  μονὰς τοῦ  $\Gamma$  μέρος ὁμώνυμον  
 αὐτῷ, ὃ ἄρα μέρος ἐστὶν ἡ  $\Delta$  μονὰς τοῦ  $\Gamma$  ἀριθμοῦ, τὸ  
 αὐτὸ μέρος ἐστὶ καὶ ὁ  $B$  τοῦ  $A$ . ἰσάκις ἄρα ἡ  $\Delta$  μο-  
 25 νὰς τὸν  $\Gamma$  ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ  $B$  τὸν  $A$ . ἐναλλάξ

2. τῷ] corr. ex το m. 2 V. 4. τῷ] om. φ.  $\Gamma$ ] eras. V.  
 10. μέρος] mg. φ. 13.  $\Gamma$ ] in ras. φ. ὁμώνυμον τὸν  $\Gamma$  p.  
 ὄντα] ὄν- supra m. 1 P; om. p. 15. μ' BV, P m. rec.; μα' p.  
 16. ὑπό] m. 2 B. 18. τόν] τό Pφ, et e corr. V. 19.  
 ὁμώνυμον p. ἀριθμός] om. Pp. 20.  $A$ ] corr. ex B p m. 2.  
 21. ἐστὶν] ἐστὶ καὶ V φ. 22. ἐστὶν PB, comp. p. 23. μέ-  
 ρος ἄρα P.

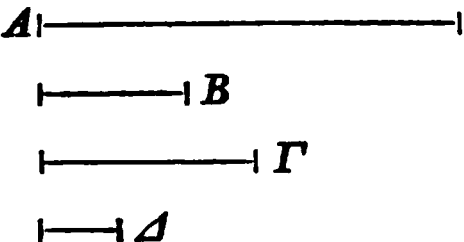


dico, numerum  $A$  partem habiturum esse a numero  $B$  denominatam.


 Nam quoties  $B$  numerum  $A$  metitur, tot sint unitates in  $\Gamma$ . quoniam  $B$  numerum  $A$  secundum unitates numeri  $\Gamma$  metitur, et etiam unitas  $\Delta$  numerum  $\Gamma$  secundum unitates eius metitur,  $\Delta$  unitas numerum  $\Gamma$  et  $B$  numerum  $A$  aequaliter metitur. itaque permutatim  $\Delta$  unitas numerum  $B$  et  $\Gamma$  numerum  $A$  aequaliter metitur [prop. XV]. itaque quae pars est  $\Delta$  unitas numeri  $B$ , eadem pars est etiam  $\Gamma$  numeri  $A$ . uerum  $\Delta$  unitas numeri  $B$  pars est ab ipso denominata. ergo etiam  $\Gamma$  numeri  $A$  pars est a  $B$  denominata. quare  $A$  partem habet  $\Gamma$  a  $B$  denominatam; quod erat demonstrandum.

## XXXVIII.

Si numerus partem quamlibet habet, numerus a parte denominatus eum metietur.


 Numerus enim  $A$  partem quamlibet habeat  $B$ , et a parte  $B$  denominatus sit  $\Gamma$ . dico, numerum  $\Gamma$  numerum  $A$  metiri.

Nam quoniam  $B$  numeri  $A$  pars est a  $\Gamma$  denominata, et etiam  $\Delta$  unitas pars est numeri  $\Gamma$  ab ipso denominata, quae pars est  $\Delta$  unitas numeri  $\Gamma$ , eadem pars est etiam  $B$  numeri  $A$ . itaque  $\Delta$  unitas numerum  $\Gamma$  et  $B$  numerum  $A$  aequaliter metitur. itaque

ἄρα ἰσάκεις ἢ  $\Delta$  μονὰς τὸν  $B$  ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ  $\Gamma$  τὸν  $A$ . ὁ  $\Gamma$  ἄρα τὸν  $A$  μετρεῖ ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λθ'.

Ἀριθμὸν εὐρεῖν, ὃς ἐλάχιστος ὢν ἔξει τὰ  
5 δοθέντα μέρη.

Ἐστω τὰ δοθέντα μέρη τὰ  $A, B, \Gamma$ . δεῖ δὴ ἀριθμὸν εὐρεῖν, ὃς ἐλάχιστος ὢν ἔξει τὰ  $A, B, \Gamma$  μέρη.

Ἐστωσαν γὰρ τοῖς  $A, B, \Gamma$  μέρεσιν ὁμώνυμοι ἀριθμοὶ οἱ  $\Delta, E, Z$ , καὶ εἰλήφθω ὑπὸ τῶν  $\Delta, E, Z$  ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμὸς ὁ  $H$ .  
10

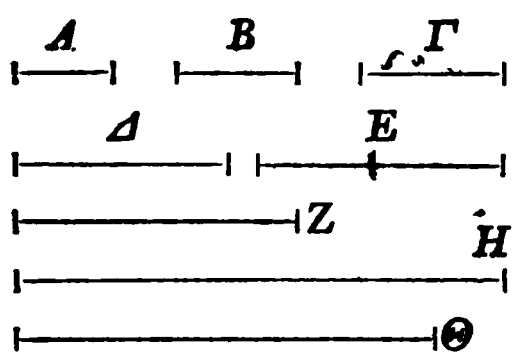
Ὁ  $H$  ἄρα ὁμώνυμα μέρη ἔχει τοῖς  $\Delta, E, Z$ . τοῖς δὲ  $\Delta, E, Z$  ὁμώνυμα μέρη ἐστὶ τὰ  $A, B, \Gamma$ . ὁ  $H$  ἄρα ἔχει τὰ  $A, B, \Gamma$  μέρη. λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐλάχιστος ὢν. εἰ γὰρ μή, ἔσται τις τοῦ  $H$  ἐλάσσων ἀριθμὸς, ὃς ἔξει  
15 τὰ  $A, B, \Gamma$  μέρη. ἔστω ὁ  $\Theta$ . ἐπεὶ ὁ  $\Theta$  ἔχει τὰ  $A, B, \Gamma$  μέρη, ὁ  $\Theta$  ἄρα ὑπὸ ὁμωνύμων ἀριθμῶν μετρηθήσεται τοῖς  $A, B, \Gamma$  μέρεσιν. τοῖς δὲ  $A, B, \Gamma$  μέρεσιν ὁμώνυμοι ἀριθμοὶ εἰσιν οἱ  $\Delta, E, Z$ . ὁ  $\Theta$  ἄρα ὑπὸ τῶν  $\Delta, E, Z$  μετρεῖται. καὶ ἐστὶν ἐλάσσων τοῦ  $H$ .  
20 ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἔσται τις τοῦ  $H$  ἐλάσσων ἀριθμὸς, ὃς ἔξει τὰ  $A, B, \Gamma$  μέρη. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. ἰσάκεις] om. p. 3. μα' BV, P m. rec.; μβ p. 6. ἔστω τὰ δοθέντα μέρη] supra m. 1 p. 8. ἔστωσαν] -σαν supra V. γάρ] om. BVpφ. 9. καὶ εἰλήφθω ὑπὸ τῶν  $\Delta, E, Z$ ] mg. φ. ὁ ὑπὸ BVpφ. 10. Post ὁ  $H$  add. Theon: ἐπεὶ (ἐπεὶ οὖν Vφ, καὶ ἐπεὶ P m. rec.) ὁ  $H$  ὑπὸ τῶν  $\Delta, E, Z$  μετρεῖται (BVpφ, P m. rec.). 11. ἄρα] Pp, om. BVφ. 12. ἐστὶ] ἐστὶν PB, om. p. τὰ] om. P.  $\Gamma$ ] supra m. 1 V. 14. Post μή add. Theon: ὁ  $H$  ἐλάχιστος ὢν ἔχει τὰ  $A, B, \Gamma$  μέρη (BVpφ, εἰ γὰρ μή ὁ  $H$  ἐλάχιστος ὢν mg. φ). ἔσται] ἔστω Pp. τις] supra m. 2 V. 15. μέρη] om. P. 19. ἐλάττων P. 21. Ante ἀριθμὸς eras. ὃς V. In fine: Εὐκλείδου στοιχείων ζ' PB.

permutatim  $\Delta$  unitas numerum  $B$  et  $\Gamma$  numerum  $A$  aequaliter metitur [prop. XV]. ergo  $\Gamma$  numerum  $A$  metitur; quod erat demonstrandum.

## XXXIX.

Numerum inuenire minimum, qui datas partes habeat.



Sint datae partes  $A, B, \Gamma$ . oportet igitur numerum inuenire minimum, qui partes  $A, B, \Gamma$  habeat.

A partibus enim  $A, B, \Gamma$  denominati sint numeri  $\Delta, E, Z$ , et sumatur<sup>1)</sup> numerus  $H$ , quem  $\Delta, E, Z$  minimum metiantur.  $H$  igitur partes habet a numeris  $\Delta, E, Z$  denominatas [prop. XXXVII]. uerum a  $\Delta, E, Z$  denominatae partes sunt  $A, B, \Gamma$ . itaque  $H$  partes  $A, B, \Gamma$  habet. iam dico, eum etiam minimum esse. nam si minus, erit numerus aliquis numero  $H$  minor, qui partes  $A, B, \Gamma$  habeat. sit  $\Theta$ . quoniam  $\Theta$  partes  $A, B, \Gamma$  habet, numerum  $\Theta$  metientur numeri a partibus  $A, B, \Gamma$  denominati [prop. XXXVIII]. uerum a partibus  $A, B, \Gamma$  denominati sunt numeri  $\Delta, E, Z$ . itaque  $\Theta$  numerum numeri  $\Delta, E, Z$  metiuntur. et minor est numero  $H$ ; quod fieri non potest. ergo non erit numerus numero  $H$  minor, qui partes  $A, B, \Gamma$  habeat; quod erat demonstrandum.

1) Itaque Euclides hic quoque prop. 36 de tribus tantum numeris demonstratam tacite ad quamlibet numerorum multitudinem transtulit, sicuti supra in prop. 33 eodem modo prop. 3 tacite dilatauit (u. p. 255 not.).

η'.

α'.

Ἐάν ὧσιν ὅσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὧσιν, ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς.

Ἐστῶσαν ὅποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον οἱ  $A, B, \Gamma, \Delta$ , οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν οἱ  $A, \Delta$ , πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔστῶσαν· λέγω, ὅτι οἱ  $A, B, \Gamma, \Delta$  ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς.

10 Εἰ γὰρ μή, ἔστῶσαν ἐλάττονες τῶν  $A, B, \Gamma, \Delta$  οἱ  $E, Z, H, \Theta$  ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες αὐτοῖς. καὶ ἐπεὶ οἱ  $A, B, \Gamma, \Delta$  ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶ τοῖς  $E, Z, H, \Theta$ , καὶ ἐστὶν ἴσον τὸ πλῆθος [τῶν  $A, B, \Gamma, \Delta$ ] τῷ πλῆθει [τῶν  $E, Z, H, \Theta$ ], δι' ἴσον ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ  $A$   
 15 πρὸς τὸν  $\Delta$ , ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $\Theta$ . οἱ δὲ  $A, \Delta$  πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκεις ὃ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα, τουτέστιν ὃ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον. μετρεῖ ἄρα ὁ  $A$  τὸν  $E$  ὁ μείζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα

Εὐκλείδου στοιχείων ζ : η V. Post titulum in textu scholium ad VII, 39 habent Vpφ; u. app. 4. ὧσιν] om. Vφ. εἰσιν PB. 9. εἰσιν B. 11. H] postea insert. V. 12. Δ] postea insert. V. εἰσιν B. 13. καὶ ἐστὶν — 14: Θ] mg. m. 2 V. 13. τῶν  $A, B, \Gamma, \Delta$ ] om. P. 14. τῶν  $E, Z, H, \Theta$ ]

## VIII.

### I.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et extremi eorum inter se primi sunt, minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent.

Sint quotlibet numeri inter se proportionales deinceps  $A, B, \Gamma, \Delta$ , et eorum extremi  $A, \Delta$  inter se primi sint. dico, numeros  $A, B, \Gamma, \Delta$  minimos esse eorum, qui eandem rationem habeant.

$$\begin{array}{ll}
 A | \text{—————} | & | \text{———} | E \\
 B | \text{—————} | & | \text{—————} | Z \\
 \Gamma | \text{—————} | & | \text{———} | H \\
 \Delta | \text{—————} | & | \text{—————} | \Theta
 \end{array}$$

Nam si minus, numeri  $E, Z, H, \Theta$  numeris  $A, B, \Gamma, \Delta$  minores sint eandem rationem habentes. et quoniam  $A, B, \Gamma, \Delta$  et  $E, Z, H, \Theta$  in eadem ratione sunt, et multitudo multitudini aequalis est, ex aequo erit [VII, 14]  $A : \Delta = E : \Theta$ . uerum  $A, \Delta$  primi sunt, primi autem etiam minimi sunt [VII, 21], minimi autem numeri eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [VII, 20], h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque  $A$  numerum  $E$  metitur, maior

---

om. P. 18. ὃ τε μέζων — 19: τουτέστιν] P; om. Theon  
 (BVφ). 21. ἀδύνατον] ἄτοπον Vφ.

οἱ  $E, Z, H, \Theta$  ἐλάσσονες ὄντες τῶν  $A, B, \Gamma, \Delta$  ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἶσιν αὐτοῖς. οἱ  $A, B, \Gamma, \Delta$  ἄρα ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

β'.

Ἀριθμοὺς εὗρεῖν ἐξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστους, ὅσους ἂν ἐπιτάξῃ τις, ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ.

Ἐστω ὁ δοθεὶς λόγος ἐν ἐλάχιστοις ἀριθμοῖς ὁ τοῦ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ . δεῖ δὴ ἀριθμοὺς εὗρεῖν ἐξῆς  
10 ἀνάλογον ἐλάχιστους, ὅσους ἂν τις ἐπιτάξῃ, ἐν τῷ τοῦ  $A$  πρὸς τὸν  $B$  λόγῳ.

Ἐπιτετάχθωσαν δὴ τέσσαρες, καὶ ὁ  $A$  ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  ποιεῖτω, τὸν δὲ  $B$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Delta$  ποιεῖτω, καὶ ἔτι ὁ  $B$  ἑαυτὸν πολλα-  
15 πλασιάσας τὸν  $E$  ποιεῖτω, καὶ ἔτι ὁ  $A$  τοὺς  $\Gamma, \Delta, E$  πολλαπλασιάσας τοὺς  $Z, H, \Theta$  ποιεῖτω, ὁ δὲ  $B$  τὸν  $E$  πολλαπλασιάσας τὸν  $K$  ποιεῖτω.

Καὶ ἐπεὶ ὁ  $A$  ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  πεποίηκεν, τὸν δὲ  $B$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Delta$  πε-  
20 ποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , [οὕτως] ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ . πάλιν, ἐπεὶ ὁ μὲν  $A$  τὸν  $B$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Delta$  πεποίηκεν, ὁ δὲ  $B$  ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν  $E$  πεποίηκεν, ἐκάτερος ἄρα τῶν  $A, B$  τὸν  $B$  πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν  $\Delta, E$  πεποίηκεν.

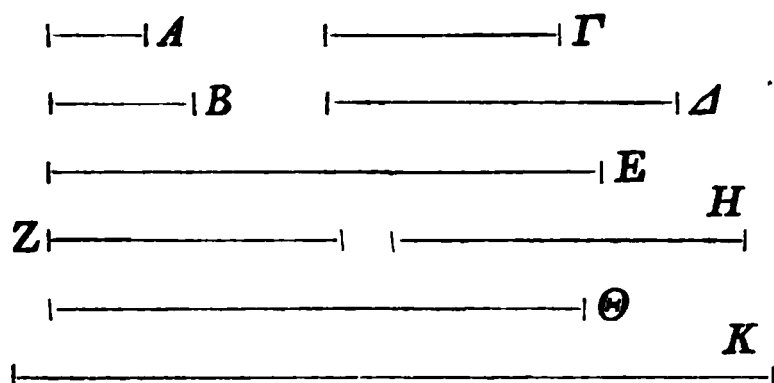
3. εἶσιν P. αὐτοῖς] om. Vφ. 7. τις ἐπιτάξῃ P. , 9. ἐξῆς] supra m. 2 V, om. φ. 10. ἐπιτάξῃ τις Vφ. 12. τέσσαρες] δ P et post ras. 1 litt. B. 13. τὸν δὲ B — 14: ποιεῖτω] om. φ. 18. μὲν] om. Vφ. 19. πεποίηκεν] (prius) πεποίηκε Vφ. 20. Ante ἔστιν add. Theon: ἀριθμὸς δὴ ὁ  $A$  δύο τοὺς  $A, B$  πολλαπλασιάσας τοὺς  $\Gamma, \Delta$  πεποίηκεν (BVφ). τόν] insert. φ. οὕτως] om. P. 21. μὲν] P, om. BVφ. 24. τῶν] τόν P.

minorem; quod fieri non potest. itaque  $E, Z, H, \Theta$  eandem rationem non habent ac  $A, B, \Gamma, \Delta$ , quibus minores sunt. ergo  $A, B, \Gamma, \Delta$  minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent; quod erat demonstrandum.

## II.

Numeros inuenire minimos deinceps proportionales in data proportione, quotcunque propositum erit.

Sit data proportio in numeris minimis<sup>1)</sup>  $A : B$ . oportet igitur numeros inuenire minimos deinceps proportionales in proportione  $A : B$ , quotcunque propositum erit. — propositum sit, ut quattuor inueniamus, et sit  $A \times A = \Gamma$ ,  $A \times B = \Delta$ ,  $B \times B = E$ ,  $A \times \Gamma = Z$ ,  $A \times \Delta = H$ ,  $A \times E = \Theta$ ,  $B \times E = K$ .



et quoniam  $A \times A = \Gamma$  et  $A \times B = \Delta$ , erit

$$A : B = \Gamma : \Delta \text{ [VII, 17].}$$

rursus quoniam  $A \times B = \Delta$  et  $B \times B = E$ , uterque  $A, B$  numerum  $B$  multiplicans utrumque  $\Delta, E$  effecit.

1) Si proportio data minimis numeris proposita non est, per VII, 83 minimos inueniemus eorum, qui eandem rationem habent.

ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $\Delta$  πρὸς  
 τὸν  $E$ . ἀλλ' ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  
 $\Delta$ . καὶ ὡς ἄρα ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ , ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $E$ .  
 καὶ ἐπεὶ ὁ  $A$  τοὺς  $\Gamma$ ,  $\Delta$  πολλαπλασιάσας τοὺς  $Z$ ,  $H$   
 5 πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ , [οὕτως]  
 ὁ  $Z$  πρὸς τὸν  $H$ . ὡς δὲ ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ , οὕτως  
 ἦν ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ . καὶ ὡς ἄρα ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ ,  
 ὁ  $Z$  πρὸς τὸν  $H$ . πάλιν, ἐπεὶ ὁ  $A$  τοὺς  $\Delta$ ,  $E$  πολ-  
 λαπλασιάσας τοὺς  $H$ ,  $\Theta$  πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  
 10  $\Delta$  πρὸς τὸν  $E$ , ὁ  $H$  πρὸς τὸν  $\Theta$ . ἀλλ' ὡς ὁ  $\Delta$   
 πρὸς τὸν  $E$ , ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ . καὶ ὡς ἄρα ὁ  $A$   
 πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $H$  πρὸς τὸν  $\Theta$ . καὶ ἐπεὶ οἱ  
 $A$ ,  $B$  τὸν  $E$  πολλαπλασιάσαντες τοὺς  $\Theta$ ,  $K$  πεποιήκα-  
 σιν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $\Theta$   
 15 πρὸς τὸν  $K$ . ἀλλ' ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὅ  
 τε  $Z$  πρὸς τὸν  $H$  καὶ ὁ  $H$  πρὸς τὸν  $\Theta$ . καὶ ὡς ἄρα  
 ὁ  $Z$  πρὸς τὸν  $H$ , οὕτως ὅ τε  $H$  πρὸς τὸν  $\Theta$  καὶ  
 ὁ  $\Theta$  πρὸς τὸν  $K$ . οἱ  $\Gamma$ ,  $\Delta$ ,  $E$  ἄρα καὶ οἱ  $Z$ ,  $H$ ,  
 $\Theta$ ,  $K$  ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῷ τοῦ  $A$  πρὸς τὸν  $B$  λόγῳ.  
 20 λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐλάχιστοι. ἐπεὶ γὰρ οἱ  $A$ ,  $B$  ἐλά-  
 χιστοὶ εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς,  
 οἱ δὲ ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων πρῶ-  
 τοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, οἱ  $A$ ,  $B$  ἄρα πρῶτοι πρὸς  
 ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ἐκάτερος μὲν τῶν  $A$ ,  $B$  ἐαυτὸν  
 25 πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν  $\Gamma$ ,  $E$  πεποίηκεν, ἐκά-  
 τερον δὲ τῶν  $\Gamma$ ,  $E$  πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν  
 $Z$ ,  $K$  πεποίηκεν. οἱ  $\Gamma$ ,  $E$  ἄρα καὶ οἱ  $Z$ ,  $K$  πρῶτοι  
 πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐὰν δὲ ὥσιν ὅποσοι οὖν ἀριθ-  
 μοὶ ἐξῆς ἀνάλογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς

2. ὁ  $\Gamma$ ] οὕτως ὁ  $\Gamma$   $\nabla$  φ. 3. καὶ ὡς ἄρα ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ ]  
 mg. m. 2  $\nabla$  addito in fine οὕτως. ὁ  $\Delta$ ] καὶ ὁ  $\Delta$   $\nabla$ , οὕτως



itaque  $A : B = \Delta : E$  [VII, 18]. uerum  $A : B = \Gamma : \Delta$ .  
 quare etiam  $\Gamma : \Delta = \Delta : E$ . et quoniam  $A \times \Gamma = Z$   
 et  $A \times \Delta = H$ , erit  $\Gamma : \Delta = Z : H$  [VII, 17]. uerum  
 erat  $\Gamma : \Delta = A : B$ . quare etiam  $A : B = Z : H$ . rur-  
 sus quoniam  $A \times \Delta = H$  et  $A \times E = \Theta$ , erit [VII,  
 17]  $\Delta : E = H : \Theta$ . uerum  $\Delta : E = A : B$ . quare etiam  
 $A : B = H : \Theta$ . et quoniam

$$A \times E = \Theta \text{ et } B \times E = K,$$

erit [VII, 18]  $A : B = \Theta : K$ . uerum

$$A : B = Z : H = H : \Theta.$$

quare etiam  $Z : H = H : \Theta = \Theta : K$ . itaque  $\Gamma, \Delta, E$   
 et  $Z, H, \Theta, K$  proportionales sunt in proportione  $A : B$ .  
 iam dico, eos etiam minimos esse. nam quoniam  $A$ ,  
 $B$  minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent,  
 minimi autem eorum qui eandem rationem habent, inter  
 se primi sunt [VII, 22],  $A, B$  inter se primi sunt. et  
 uterque  $A, B$  se ipsum multiplicans utrumque  $\Gamma, E$  effecit,  
 utrumque autem  $\Gamma, E$  multiplicans utrumque  $Z, K$  effecit.  
 itaque  $\Gamma, E$  et  $Z, K$  inter se primi sunt [VII, 27].<sup>1)</sup>  
 sin quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et  
 extremi eorum inter se primi sunt, minimi sunt eorum,

---

1) H. e.  $\Gamma$  et  $E$  primi sunt inter se et item  $Z$  et  $K$ . nu-  
 meros  $\Gamma, E, \Delta$  corollarii causa per totam propositionem  
 respicit.

---

$\kappa\alpha\iota \delta \Delta \varphi$ .  $E]$  e corr. V. 4.  $\tau\acute{o}\upsilon\varsigma]$  corr. ex  $\tau\omicron\upsilon$  V.  $\tau\acute{o}\upsilon\varsigma]$   
 corr. ex  $\tau\omicron\upsilon$  V. 5.  $\omicron\upsilon\tau\omega\varsigma]$  om. P. 8.  $H]$  seq. ras. 1 litt. V.  
 10.  $\delta H]$   $\omicron\upsilon\tau\omega\varsigma \delta H \varphi$  et m. 2 V.  $\acute{\alpha}\lambda\lambda' \acute{\omega}\varsigma]$   $\acute{\omega}\varsigma \delta\acute{\epsilon}$  P. 12.  
 $\omicron\upsilon\tau\omega\varsigma \kappa\alpha\iota$  P. 14.  $\omicron\upsilon\tau\omega\varsigma]$  om. BV $\varphi$ . 15.  $\acute{\alpha}\lambda\lambda' ]$   $\acute{\epsilon}\delta\epsilon\acute{\iota}\chi\theta\eta$   
 $\delta\acute{\epsilon} \kappa\alpha\iota$  Theon (BV $\varphi$ ). 17.  $\tau\epsilon]$  om. P. 19.  $\lambda\acute{o}\gamma\varphi]$  supra  
 m. 2 B. 21.  $\acute{\epsilon}\lambda\acute{\iota}\nu$  P.  $\alpha\upsilon\tau\omicron\iota\varsigma$  — 22:  $\acute{\epsilon}\chi\acute{o}\nu\tau\omega\nu]$  om. P. 22.  
 Post  $\acute{\epsilon}\chi\acute{o}\nu\tau\omega\nu$  add.  $\alpha\upsilon\tau\omicron\iota\varsigma$  V $\varphi$ , et supra m. 2 B. 24.  $\acute{\epsilon}\lambda\acute{\iota}\nu$  V $\varphi$ .  
 27.  $K]$  (alt.)  $H \varphi$ . 29.  $\delta\acute{\epsilon}]$  om.  $\varphi$ .

ἀλλήλους ὧσιν, ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον  
 ἔχόντων αὐτοῖς. οἱ Γ, Δ, Ε ἄρα καὶ οἱ Ζ, Η, Θ, Κ  
 ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων τοῖς  
 Α, Β· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

## Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ  
 ἐξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοι ὧσιν τῶν τὸν αὐτὸν λόγον  
 ἔχόντων αὐτοῖς, οἱ ἄκροι αὐτῶν τετράγωνοί εἰσιν,  
 ἐὰν δὲ τέσσαρες, κύβοι.

10

γ'.

Ἐὰν ὧσιν ὅποσοι οὖν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλο-  
 γον ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων  
 αὐτοῖς, οἱ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους  
 εἰσίν.

15

Ἐστῶσαν ὅποσοι οὖν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον ἐλά-  
 χιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς οἱ Α,  
 Β, Γ, Δ· λέγω, ὅτι οἱ ἄκροι αὐτῶν οἱ Α, Δ πρῶτοι  
 πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Εἰλήφθωσαν γὰρ δύο μὲν ἀριθμοὶ ἐλάχιστοι ἐν  
 20 τῷ τῶν Α, Β, Γ, Δ λόγῳ οἱ Ε, Ζ, τρεῖς δὲ οἱ Η, Θ,  
 Κ, καὶ ἐξῆς ἐνὶ πλείους, ἕως τὸ λαμβανόμενον πλη-  
 θος ἴσον γένηται τῷ πλήθει τῶν Α, Β, Γ, Δ. εἰλή-  
 φθωσαν καὶ ἔστῶσαν οἱ Α, Μ, Ν, Ξ.

1. εἰσιν PB. 2. Κ] corr. ex Γ m. 2 V. 5. πόρισμα]  
 mg. m. 2 V, om. φ. 6. ἐάν] ἄν seq. ras. 2 litt. P. 7.  
 ὧσιν ἐλάχιστοι V φ. ὧσιν B. λόγον] mg. φ. 9. δέ] supra  
 m. 2 V. τέσσαρες] δ B. 17. Γ] postea insert. m. 1 V.  
 20. οἱ Η] corr. ex οἱ m. 2 B. 21. Κ] in ras. P. καί]  
 supra add. αἱ m. 1 P; καὶ αἱ B. ἕως οὗ Theon (BV φ),  
 ἕως ἄν August. 23. ἔστῶσαν] -ν e corr. m. rec. P.

qui eandem rationem habent [prop. I]. ergo  $\Gamma$ ,  $\Delta$ ,  $E$  et  $Z$ ,  $H$ ,  $\Theta$ ,  $K$  minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent ac  $A$ ,  $B$ ; quod erat demonstrandum.

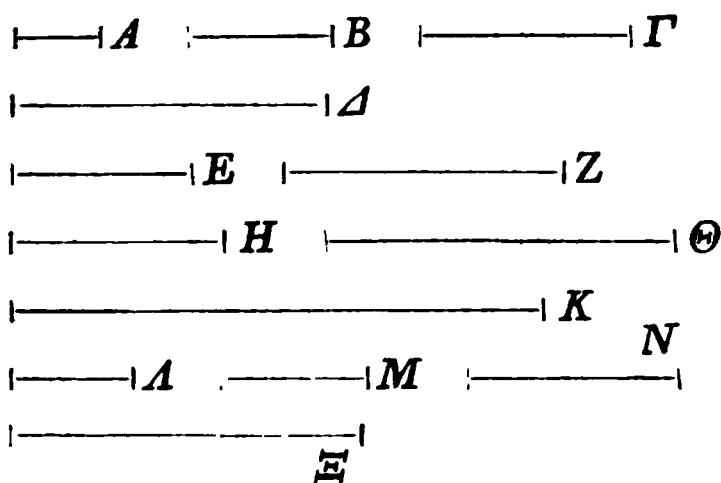
### Corollarium.

Hinc manifestum est, si tres numeri deinceps proportionales minimi sint eorum, qui eandem rationem habeant, extremos eorum quadratos esse, sin quattuor, cubos.<sup>1)</sup>

### III.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt minimi eorum, qui eandem rationem habent, extremi eorum inter se primi sunt.

Sint quotlibet numeri deinceps proportionales  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$  minimi eorum, qui eandem rationem habent. dico, extremos eorum  $A$ ,  $\Delta$  inter se primos esse.



sumantur enim duo numeri minimi in proportionem numerorum  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$  [VII, 33]  $E$ ,  $Z$ , tres autem  $H$ ,  $\Theta$ ,  $K$  et deinceps uno plures [prop. II], donec multitudo sumpta aequalis fiat

multitudini numerorum  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$ . sumantur et sint  $A$ ,  $M$ ,  $N$ ,  $\Xi$ . et quoniam  $E$ ,  $Z$  minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent, inter se primi sunt

1) Nam  $A : B = \Gamma : \Delta = \Delta : E$  et  $\Gamma = A^2$ ,  $E = B^2$ . praeterea  $A : B = Z : H = H : \Theta = \Theta : K$  et  $Z = A \times \Gamma = A^3$ ,  $K = B \times E = B^3$ .

Καὶ ἐπεὶ οἱ  $E, Z$  ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ἐπεὶ ἐκάτερος τῶν  $E, Z$  ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν  $H, K$  πεποίηκεν, ἐκάτερον δὲ  
 5 τῶν  $H, K$  πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν  $A, \Xi$  πεποίηκεν, καὶ οἱ  $H, K$  ἄρα καὶ οἱ  $A, \Xi$  πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ἐπεὶ οἱ  $A, B, \Gamma, \Delta$  ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς, εἰσὶ δὲ καὶ οἱ  $A, M, N, \Xi$  ἐλάχιστοι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες  
 10 τοῖς  $A, B, \Gamma, \Delta$ , καὶ ἐστὶν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν  $A, B, \Gamma, \Delta$  τῷ πλήθει τῶν  $A, M, N, \Xi$ , ἕκαστος ἄρα τῶν  $A, B, \Gamma, \Delta$  ἐκάστῳ τῶν  $A, M, N, \Xi$  ἴσος ἐστίν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν  $A$  τῷ  $A$ , ὁ δὲ  $\Delta$  τῷ  $\Xi$ . καὶ εἰσιν οἱ  $A, \Xi$  πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. καὶ οἱ  $A, \Delta$   
 15 ἄρα πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ'.

Λόγων δοθέντων ὁποσωνοῦν ἐν ἐλάχιστοις ἀριθμοῖς ἀριθμοὺς εὐρεῖν ἐξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστους ἐν τοῖς δοθεῖσι λόγοις.

20 Ἐστῶσαν οἱ δοθέντες λόγοι ἐν ἐλάχιστοις ἀριθμοῖς ὅ τε τοῦ  $A$  πρὸς τὸν  $B$  καὶ ὁ τοῦ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$  καὶ ἔτι ὁ τοῦ  $E$  πρὸς τὸν  $Z$ . δεῖ δὴ ἀριθμοὺς εὐρεῖν ἐξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστους ἐν τε τῷ τοῦ  $A$  πρὸς τὸν  $B$  λόγῳ καὶ ἐν τῷ τοῦ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$   
 25 καὶ ἔτι ἐν τῷ τοῦ  $E$  πρὸς τὸν  $Z$ .

Εἰλήφθω γὰρ ὁ ὑπὸ τῶν  $B, \Gamma$  ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμὸς ὁ  $H$ . καὶ ὅσάκις μὲν ὁ  $B$  τὸν  $H$

1. καὶ ἐπεὶ — 3: ἑαυτὸν μὲν] οἱ ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ  $A, \Xi$  πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἐπεὶ γὰρ οἱ  $E, Z$  πρῶτοι ἐκάτερος δὲ αὐτῶν ἑαυτὸν Theon (BVφ). 1. εἰσιν P. 4.  $K$ ] oras. V. 5. τῶν  $A$ ] τὸν  $A$  P. 6. καί] om. BVφ. καὶ οἱ  $A, \Xi$  — 7:

[VII, 22]. et quoniam  $E \times E = H$ ,  $Z \times Z = K$  [prop. II coroll.] et  $E \times H = A$ ,  $Z \times K = \Xi$  [id.], et  $H$ ,  $K$  et  $A$ ,  $\Xi$  inter se primi sunt [VII, 27]. et quoniam  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$  minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent, et etiam  $A$ ,  $M$ ,  $N$ ,  $\Xi$  minimi sunt in eadem ratione ac  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$ , et multitudo numerorum  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$  multitudini numerorum  $A$ ,  $M$ ,  $N$ ,  $\Xi$  aequalis est, singuli  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$  singulis  $A$ ,  $M$ ,  $N$ ,  $\Xi$  aequales sunt. itaque  $A = A$ ,  $\Delta = \Xi$ . et  $A$ ,  $\Xi$  inter se primi sunt. ergo etiam  $A$ ,  $\Delta$  inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

## IV.

Datis quotlibet rationibus in numeris minimis numeros inuenire minimos deinceps proportionales<sup>1)</sup> in rationibus datis.

Sint datae rationes in numeris minimis  $A : B$ ,  $\Gamma : \Delta$ ,  $E : Z$ . oportet igitur numeros minimos inuenire deinceps proportionales in rationibus

$$A : B, \Gamma : \Delta, E : Z.$$

sumatur enim, quem minimum metiuntur  $B$ ,  $\Gamma$ , numerus  $H$  [VII, 34]. et quoties  $B$  numerum  $H$  me-

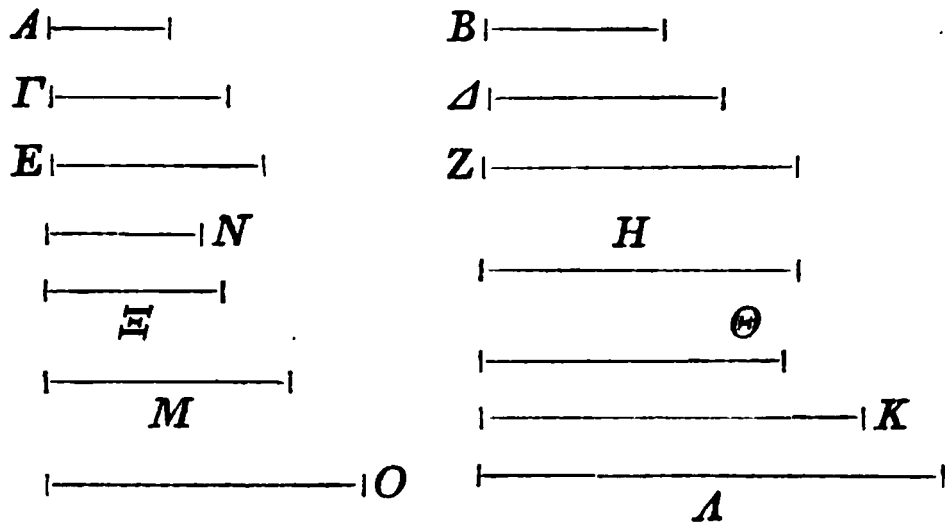
1) Uerba ἐξῆς ἀνάλογον hoc loco proprio sensu usurpata non sunt; neque enim rationes inter se aequales sunt. significat Euclides, terminum sequentem prioris rationis praecedentem esse posterioris. habet idem Campanus.

εἰσίν] πρώτοι καὶ οἱ  $A$ ,  $\Xi$  Theon (BVφ). 7. καὶ ἐπεὶ — 8: εἰσι] mg. m. 1 P. 7.  $\Delta$ ] om. B. 8. εἰσι] εἰσιν P; ὥσι Vφ. 9. ἐλάχιστοι] om. Vφ. 14. εἰσιν] P; ἐπεὶ Theon (BVφ). Post ἀλλήλους add. Theon: εἰσίν, ἴσος δὲ ὁ μὲν  $A$  τῷ  $A$  ὁ δὲ  $\Xi$  τῷ  $\Delta$  (BVφ). 18. ἀνάλογον] P; V mg. m. 1, del. m. rec.; om. Bφ. 19. δοθεῖσιν B. 21. τόν] corr. ex τό V. 22. δῆ] seq. ras. 2 litt. V. 23. ἀνάλογον] om. BVφ.

μετρεῖ, τοσαντάκισ καὶ ὁ  $A$  τὸν  $\Theta$  μετρεῖτω, ὁσάκισ  
 δὲ ὁ  $\Gamma$  τὸν  $H$  μετρεῖ, τοσαντάκισ καὶ ὁ  $\Delta$  τὸν  $K$   
 μετρεῖτω. ὁ δὲ  $E$  τὸν  $K$  ἤτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ.  
 μετρεῖτω πρότερον. καὶ ὁσάκισ ὁ  $E$  τὸν  $K$  μετρεῖ,  
 5 τοσαντάκισ καὶ ὁ  $Z$  τὸν  $A$  μετρεῖτω. καὶ ἐπεὶ ἰσά-  
 κισ ὁ  $A$  τὸν  $\Theta$  μετρεῖ καὶ ὁ  $B$  τὸν  $H$ , ἔστιν ἄρα  
 ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $\Theta$  πρὸς τὸν  $H$ . διὰ  
 τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ , οὕτως ὁ  $H$   
 πρὸς τὸν  $K$ , καὶ ἔτι ὡς ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $Z$ , οὕτως ὁ  
 10  $K$  πρὸς τὸν  $A$ . οἱ  $\Theta, H, K, A$  ἄρα ἐξῆς ἀνάλογόν  
 εἰσιν ἐν τε τῷ τοῦ  $A$  πρὸς τὸν  $B$  καὶ ἐν τῷ τοῦ  $\Gamma$   
 πρὸς τὸν  $\Delta$  καὶ ἔτι ἐν τῷ τοῦ  $E$  πρὸς τὸν  $Z$  λόγῳ.  
 λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐλάχιστοι. εἰ γὰρ μὴ εἰσιν οἱ  $\Theta,$   
 $H, K, A$  ἐξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοι ἐν τε τοῖς τοῦ  $A$   
 15 πρὸς τὸν  $B$  καὶ τοῦ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$  καὶ ἐν τῷ τοῦ  
 $E$  πρὸς τὸν  $Z$  λόγοις, ἔστωσαν οἱ  $N, \Xi, M, O$ . καὶ  
 ἐπεὶ ἔστιν ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $N$  πρὸς  
 τὸν  $\Xi$ , οἱ δὲ  $A, B$  ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι με-  
 τρουῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκισ ὅ τε  
 20 μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα,  
 τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἐπό-  
 μενος τὸν ἐπόμενον, ὁ  $B$  ἄρα τὸν  $\Xi$  μετρεῖ. διὰ

1.  $\Theta$ ] eras. V. 2. καί] om. Vφ. 9. ἔτι ὡς] in ras.  
 m. rec. P. 10.  $\Theta, H$ ] e corr. post ras. 2 litt. V;  $H, \Theta$  B.  
 ἀνάλογον] P; om. B Vφ. 11. τε] om. Vφ. 13.  $\Theta$ ] eras. V.  
 $\Theta, H$ ]  $H, \Theta$  B. 14. ἀνάλογον] P; mg. m. 1 V, del. m. rec.;  
 om. Bφ. τε] om. B Vφ. 15. καί] καὶ ἐν τῷ P. ἐν τῷ] ἔτι  
 τῷ B, ἔτι ἐν τῷ Vφ. 16. Post λόγοις add. Vφ: ἔσονται τινες  
 τῶν  $H, \Theta, K, A$  ἐξῆς (mg. V) ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἐν τε τοῖς  
 τοῦ  $A$  πρὸς τὸν  $B$  καὶ τοῦ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$  καὶ ἔτι (supra V)  
 τοῦ  $E$  πρὸς τὸν  $Z$  λόγοις; idem B mg. m. 2 om. ἐξῆς et ἔτι.  
 17. ὡς] supra m. 2 V.  $N$ ]  $H$  φ. 18. οἱ δὲ ἐλάχιστοι]  
 om. P. μετροῦσιν Vφ. 20. ἐλάττων τὸν ἐλάττονα Vφ. 21.  
 τε] om. P. 22. ἄρα] ἔτι φ.

titur, toties etiam  $A$  numerum  $\Theta$  metiatur, quoties autem  $\Gamma$  numerum  $H$  metitur, toties etiam  $\Delta$  numerum  $K$  metiatur.  $E$  igitur<sup>1)</sup> numerum  $K$  aut metitur



aut non metitur. prius metiatur. et quoties  $E$  numerum  $K$  metitur, toties etiam  $Z$  numerum  $A$  metiatur. et quoniam  $A$  numerum  $\Theta$  et  $B$  numerum  $H$  aequaliter metitur, erit  $A : B = \Theta : H$  [VII def. 20. VII, 13]. eadem de causa erit etiam  $\Gamma : \Delta = H : K$  et praeterea  $E : Z = K : A$ . itaque  $\Theta, H, K, A$  deinceps proportionales sunt in rationibus  $A : B, \Gamma : \Delta, E : Z$ . iam dico, eos etiam minimos esse. nam si  $\Theta, H, K, A$  non sunt minimi deinceps proportionales in rationibus  $A : B, \Gamma : \Delta, E : Z$ , minimi sint  $N, \Xi, M, O$ . et quoniam est  $A : B = N : \Xi$ , et  $A, B$  minimi sunt, minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem, h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem [VII, 20],  $B$  numerus numerum  $\Xi$  metitur. eadem

1) Uidetur enim pro  $\delta\epsilon$  lin. 3 scribendum esse  $\delta\eta$ ; cfr. p. 194, 23. 262, 11.

τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ  $\Gamma$  τὸν  $\Xi$  μετρεῖ· οἱ  $B, \Gamma$  ἄρα τὸν  $\Xi$  μετροῦσιν· καὶ ὁ ἐλάχιστος ἄρα ὑπὸ τῶν  $B, \Gamma$  μετρούμενος τὸν  $\Xi$  μετρήσει. ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ τῶν  $B, \Gamma$  μετρεῖται ὁ  $H$ · ὁ  $H$  ἄρα τὸν  $\Xi$  μετρεῖ ὁ μεί-  
 5 ζων τὸν ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἔσονται τινες τῶν  $\Theta, H, K, \Lambda$  ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἐξῆς ἔν τε τῷ τοῦ  $A$  πρὸς τὸν  $B$  καὶ τῷ τοῦ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$  καὶ ἔτι τῷ τοῦ  $E$  πρὸς τὸν  $Z$  λόγῳ.

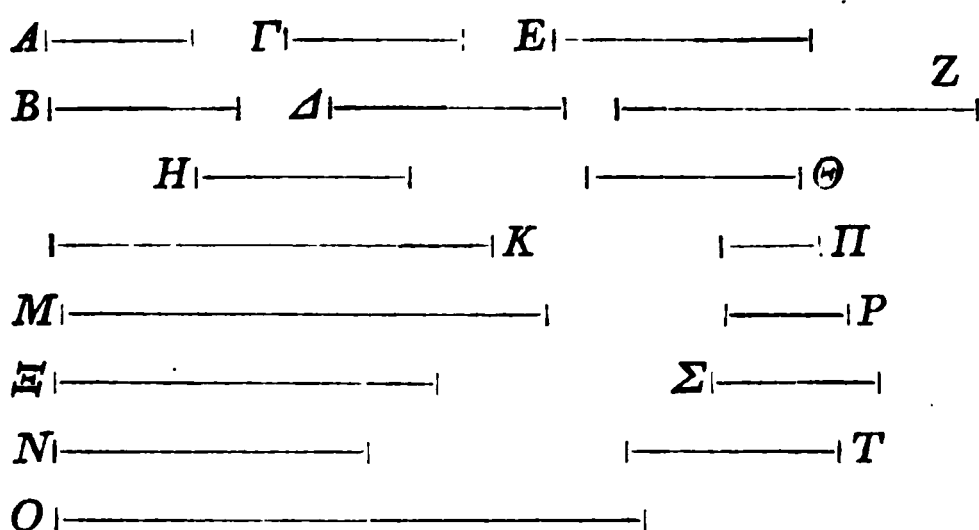
Μὴ μετρεῖτω δὴ ὁ  $E$  τὸν  $K$ . καὶ εἰλήφθω ὑπὸ  
 10 τῶν  $E, K$  ἐλάχιστος μετρούμενος ἀριθμὸς ὁ  $M$ . καὶ ὅσάκις μὲν ὁ  $K$  τὸν  $M$  μετρεῖ, τοσαντάκις καὶ ἑκάτερος τῶν  $\Theta, H$  ἑκάτερον τῶν  $N, \Xi$  μετρεῖτω, ὅσάκις δὲ ὁ  $E$  τὸν  $M$  μετρεῖ, τοσαντάκις καὶ ὁ  $Z$  τὸν  $O$  μετρεῖτω. ἐπεὶ ἰσάκις ὁ  $\Theta$  τὸν  $N$  μετρεῖ καὶ  
 15 ὁ  $H$  τὸν  $\Xi$ , ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $\Theta$  πρὸς τὸν  $H$ , οὕτως ὁ  $N$  πρὸς τὸν  $\Xi$ . ὡς δὲ ὁ  $\Theta$  πρὸς τὸν  $H$ , οὕτως ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ · καὶ ὡς ἄρα ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $N$  πρὸς τὸν  $\Xi$ . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ , οὕτως ὁ  $\Xi$  πρὸς τὸν  $M$ . πάλιν, ἐπεὶ  
 20 ἰσάκις ὁ  $E$  τὸν  $M$  μετρεῖ καὶ ὁ  $Z$  τὸν  $O$ , ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $Z$ , οὕτως ὁ  $M$  πρὸς τὸν  $O$ . οἱ  $N, \Xi, M, O$  ἄρα ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τοῖς τοῦ τε  $A$  πρὸς τὸν  $B$  καὶ τοῦ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$  καὶ ἔτι τοῦ  $E$  πρὸς τὸν  $Z$  λόγοις. λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἐλάχιστοι ἐν

1.  $B, \Gamma$ ]  $\Gamma, B$  BVφ. 2. μετροῦσι Vφ. ὑπό] ὁ ὑπό P.  
 4. μετρεῖται ὁ  $H$ . ὁ  $H$  ἄρα] del. m. 2 B, mg. μετρούμενός  
 ἐστὶν ὁ  $H$ . ὁ  $H$  ἄρα τὸν  $\Xi$  μετρεῖ. 6.  $\Theta, H$ ]  $H, \Theta$  Bφ et  
 in ras. V. 7. Post ἐξῆς in B insert. m. 1: ἀνάλογον. τε]  
 om. P. 8.  $\Delta$ ]  $\Delta$  λόγῳ Vφ. λόγῳ] om. Vφ. 11. μὲν]  
 m. 2 V.  $M$ ] μή φ. 12.  $\Theta, H$ ] corr. ex  $H, \Theta$  V;  
 $H, \Theta$  PBφ. 13.  $M$ ] μή φ. 14. ἐπεὶ] καὶ ἐπεὶ V m. 2, φ.  
 20. ἔστιν ἄρα — 21: τὸν  $O$ ] mg. φ. 22. ἀνάλογον] om.  
 BVφ. τοῦ] τῶν P. τε] om. Vφ. 23. ἔτι] om. BVφ.



de causa etiam  $\Gamma$  numerum  $\Xi$  metitur. itaque  $B$ ,  $\Gamma$  numerum  $\Xi$  metiuntur. quare etiam, quem minimum metiuntur  $B$ ,  $\Gamma$ , numerum  $\Xi$  metitur [VII, 35]. minimum autem  $B$ ,  $\Gamma$  metiuntur numerum  $H$ . itaque  $H$  numerum  $\Xi$  metitur, maior minorem; quod fieri non potest. itaque nulli numeri numeris  $\Theta$ ,  $H$ ,  $K$ ,  $\Delta$  minores deinceps in rationibus  $A : B$ ,  $\Gamma : \Delta$ ,  $E : Z$  erunt.

ne metiatur igitur  $E$  numerum  $K$ . et sumatur, quem minimum metiuntur  $E$ ,  $K$ , numerus  $M$  [VII, 34].



et quoties  $K$  numerum  $M$  metitur, toties uterque  $\Theta$ ,  $H$  utrumque  $N$ ,  $\Xi$  metiatur, quoties autem  $E$  numerum  $M$  metitur, toties etiam  $Z$  numerum  $O$  metiatur. quoniam  $\Theta$  numerum  $N$  et  $H$  numerum  $\Xi$  aequaliter metitur, erit  $\Theta : H = N : \Xi$  [VII def. 20. VII, 13]. uerum  $\Theta : H = A : B$ . quare etiam  $A : B = N : \Xi$ . eadem de causa etiam  $\Gamma : \Delta = \Xi : M$ . rursus quoniam  $E$  numerum  $M$  et  $Z$  numerum  $O$  aequaliter metitur, erit  $E : Z = M : O$  [VII def. 20. VII, 13]. itaque  $N$ ,  $\Xi$ ,  $M$ ,  $O$  deinceps proportionales sunt in rationibus

$$A : B, \Gamma : \Delta, E : Z.$$

24. ἐλάχιστοι εἰσιν  $\forall \varphi$ . Dein add.  $B \forall \varphi$ : εἰ γὰρ μὴ εἰσιν ἐλάχιστοι (om. B) οἱ  $N$ ,  $\Xi$ ,  $M$ ,  $O$  ἐξῆς (ἐλάχιστοι add. B).

τοῖς  $A B, \Gamma \Delta, E Z$  λόγοις. εἰ γὰρ μή, ἔσονται  
 τινες τῶν  $N, \Xi, M, O$  ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνά-  
 λογον ἐν τοῖς  $A B, \Gamma \Delta, E Z$  λόγοις. ἔστωσαν οἱ  
 $\Pi, P, \Sigma, T$ . καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ  $\Pi$  πρὸς τὸν  $P$ ,  
 5 οὕτως ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οἱ δὲ  $A, B$  ἐλάχιστοι, οἱ  
 δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας  
 αὐτοῖς ἰσάκεις ὃ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ  
 ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον, ὁ  $B$  ἄρα τὸν  $P$  μετρεῖ. διὰ  
 τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ  $\Gamma$  τὸν  $P$  μετρεῖ· οἱ  $B, \Gamma$  ἄρα τὸν  
 10  $P$  μετροῦσιν. καὶ ὁ ἐλάχιστος ἄρα ὑπὸ τῶν  $B, \Gamma$   
 μετρούμενος τὸν  $P$  μετρήσει. ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ τῶν  
 $B, \Gamma$  μετρούμενός ἐστὶν ὁ  $H$ . ὁ  $H$  ἄρα τὸν  $P$  μετρεῖ.  
 καὶ ἐστὶν ὡς ὁ  $H$  πρὸς τὸν  $P$ , οὕτως ὁ  $K$  πρὸς τὸν  
 $\Sigma$ . καὶ ὁ  $K$  ἄρα τὸν  $\Sigma$  μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ ὁ  $E$   
 15 τὸν  $\Sigma$ . οἱ  $E, K$  ἄρα τὸν  $\Sigma$  μετροῦσιν. καὶ ὁ ἐλά-  
 χιστος ἄρα ὑπὸ τῶν  $E, K$  μετρούμενος τὸν  $\Sigma$  με-  
 τρήσει. ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ τῶν  $E, K$  μετρούμενός  
 ἐστὶν ὁ  $M$ . ὁ  $M$  ἄρα τὸν  $\Sigma$  μετρεῖ ὁ μείζων τὸν  
 ἐλάσσονα· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἔσονται  
 20 τινες τῶν  $N, \Xi, M, O$  ἐλάσσονες ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνά-  
 λογον ἐν τε τοῖς τοῦ  $A$  πρὸς τὸν  $B$  καὶ τοῦ  $\Gamma$  πρὸς  
 τὸν  $\Delta$  καὶ ἔτι τοῦ  $E$  πρὸς τὸν  $Z$  λόγοις· οἱ  $N, \Xi,$   
 $M, O$  ἄρα ἐξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοί εἰσιν ἐν τοῖς  $A$   
 $B, \Gamma \Delta, E Z$  λόγοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1.  $\Delta, E, Z$ ] om. B. εἰ γὰρ μή] om. BVφ. 2.  $N$ ]  $H$  φ. ἀνάλογον] om. BVφ. 7. τε] om. BVφ. 10. με-  
 τροῦσι Vφ. 11. ἐλάχιστος δὲ ὑπὸ τῶν  $B, \Gamma$  μετρούμενος]  
 ὁ δὲ ἐλάχιστος Vφ. 12.  $H$ ] mutat. in  $\Theta$  m. 2, supra  $H$   
 m. 2 B.  $H$ ] item B. μετρήσει Vφ. 13.  $H$ ] uti supra B.  
 15. ἄρα] ἔτι φ. 18.  $\Sigma$ ] corr. ex E V. 20. ἀνάλογον]  
 om. BVφ. 21. τόν] om. B. 22. τόν] om. B. ἔτι] εἰ P.  
 τόν] om. B. 23. ἀνάλογον] om. BVφ. ἐν] om. P.

iam dico, eos etiam minimos esse in rationibus

$$A : B, \Gamma : \Delta, E : Z.$$

nam si minus, numeri numeris  $N, \Xi, M, O$  minores deinceps proportionales erunt in rationibus

$$A : B, \Gamma : \Delta, E : Z.$$

sint  $\Pi, P, \Sigma, T$ . et quoniam est  $\Pi : P = A : B$ , et  $A, B$  minimi sunt, minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur praecedens praecedentem et sequens sequentem [VII, 20],  $B$  numerus numerum  $P$  metitur. eadem de causa etiam  $\Gamma$  numerum  $P$  metitur. itaque  $B, \Gamma$  numerum  $P$  metiuntur. quare etiam quem minimum metiuntur  $B, \Gamma$ , numerum  $P$  metietur [VII, 35]. quem autem minimum metiuntur  $B, \Gamma$ , est  $H$ . itaque  $H$  numerum  $P$  metitur. et  $H : P = K : \Sigma$ .<sup>1)</sup> quare etiam  $K$  numerum  $\Sigma$  metitur [VII def. 20]. uerum etiam  $E$  numerum  $\Sigma$  metitur [VII, 20]. itaque  $E, K$  numerum  $\Sigma$  metiuntur. quare etiam quem minimum metiuntur  $E, K$ , numerum  $\Sigma$  metietur [VII, 35]. quem autem minimum metiuntur  $E, K$ , est  $M$ . itaque  $M$  numerum  $\Sigma$  metitur, maior minorem; quod fieri non potest. itaque nulli numeri numeris  $N, \Xi, M, O$  minores deinceps proportionales erunt in rationibus  $A : B, \Gamma : \Delta, E : Z$ . ergo  $N, \Xi, M, O$  minimi sunt deinceps proportionales in rationibus  $A : B, \Gamma : \Delta, E : Z$ ; quod erat demonstrandum.

---

1) Nam  $H : K = \Gamma : \Delta$  (p. 280, 8) =  $P : \Sigma$ . tum u. VII, 13.

ε'.

Οἱ ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσι τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Ἐστῶσαν ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ οἱ  $A, B$ , καὶ τοῦ μὲν  
 5  $A$  πλευραὶ ἔστῶσαν οἱ  $\Gamma, \Delta$  ἀριθμοί, τοῦ δὲ  $B$  οἱ  
 $E, Z$ . λέγω, ὅτι ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$  λόγον ἔχει τὸν  
 συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Λόγων γὰρ δοθέντων τοῦ τε ὃν ἔχει ὁ  $\Gamma$  πρὸς  
 τὸν  $E$  καὶ ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $Z$  εἰλήφθῶσαν ἀριθμοὶ  
 10 ἐξῆς ἐλάχιστοι ἐν τοῖς  $\Gamma E, \Delta Z$  λόγοις, οἱ  $H, \Theta, K$ ,  
 ὥστε εἶναι ὡς μὲν τὸν  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $E$ , οὕτως τὸν  
 $H$  πρὸς τὸν  $\Theta$ , ὡς δὲ τὸν  $\Delta$  πρὸς τὸν  $Z$ , οὕτως  
 τὸν  $\Theta$  πρὸς τὸν  $K$ . καὶ ὁ  $\Delta$  τὸν  $E$  πολλαπλασιάσας  
 τὸν  $\Lambda$  ποιείτω.

15 Καὶ ἐπεὶ ὁ  $\Delta$  τὸν μὲν  $\Gamma$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Lambda$   
 πεποίηκεν, τὸν δὲ  $E$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Lambda$  πεποίηκεν,  
 ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $E$ , οὕτως ὁ  $\Lambda$  πρὸς τὸν  
 $\Lambda$ . ὡς δὲ ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $E$ , οὕτως ὁ  $H$  πρὸς τὸν  $\Theta$ .  
 καὶ ὡς ἄρα ὁ  $H$  πρὸς τὸν  $\Theta$ , οὕτως ὁ  $\Lambda$  πρὸς τὸν  
 20  $\Lambda$ . πάλιν, ἐπεὶ ὁ  $E$  τὸν  $\Delta$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Lambda$   
 πεποίηκεν, ἀλλὰ μὴν καὶ τὸν  $Z$  πολλαπλασιάσας τὸν  
 $B$  πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $Z$ , οὕτως  
 ὁ  $\Lambda$  πρὸς τὸν  $B$ . ἀλλ' ὡς ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $Z$ , οὕτως  
 ὁ  $\Theta$  πρὸς τὸν  $K$ . καὶ ὡς ἄρα ὁ  $\Theta$  πρὸς τὸν  $K$ , οὐ-  
 25 τως ὁ  $\Lambda$  πρὸς τὸν  $B$ . ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ  $H$  πρὸς  
 τὸν  $\Theta$ , οὕτως ὁ  $\Lambda$  πρὸς τὸν  $\Lambda$ . δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν

4. μέν] om. P. 8. γάρ] αἰεί φ. 11. τὸν  $H$ ] ὁ  $H$  P.  
 12. τὸν  $\Delta$ ] ὁ  $\Delta$  P. 13. καὶ ὁ  $\Delta$  — 14: ποιείτω] om. Theon  
 (BVφ). eorum loco habent BVφ: οἱ ἄρα  $H, \Theta, K$  πρὸς  
 ἀλλήλους ἔχουσι τοὺς τῶν πλευρῶν λόγους. ἀλλ' ὁ τοῦ  $H$  πρὸς  
 τὸν  $K$  λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ τοῦ  $H$  πρὸς τὸν  $\Theta$  καὶ τοῦ τοῦ

## V.

Numeri plani inter se rationem habent ex lateribus compositam.

Sint plani numeri  $A$ ,  $B$ , et numeri  $A$  latera sint  $\Gamma$ ,  $\Delta$ , numeri  $B$  autem  $E$ ,  $Z$ . dico, esse

$$A : B = \Gamma : E \times \Delta : Z.$$

—————  $A$	nam datis rationibus
—————  $B$	$\Gamma : E$ et $\Delta : Z$ <sup>1)</sup>
————  $\Gamma$  —————  $\Delta$	sumantur numeri deinceps
———  $E$  —————  $Z$	minimi in rationibus $\Gamma : E$ et
—————  $H$	$\Delta : Z$ [prop. IV] $H$ , $\Theta$ , $K$ , ita
—————  $\Theta$	ut sit $\Gamma : E = H : \Theta$ et
———  $K$	$\Delta : Z = \Theta : K$ .
—————  $A$	et sit $\Delta \times E = A$ .

et quoniam  $\Delta \times \Gamma = A$  et  $\Delta \times E = A$ , erit  $\Gamma : E = A : A$  [VII, 17]. uerum  $\Gamma : E = H : \Theta$ . quare etiam  $H : \Theta = A : A$ . rursus quoniam  $E \times \Delta = A$  [VII, 16] et  $E \times Z = B$ , erit  $\Delta : Z = A : B$  [VII, 17]. uerum  $\Delta : Z = \Theta : K$ . quare etiam  $\Theta : K = A : B$ . demonstrauius autem, esse etiam  $H : \Theta = A : A$ . ergo

1) Si hae rationes minimis numeris propositae non sunt, per VII, 33 minimos numeros inueniemus, qui easdem rationes habent.

$\Theta$  πρὸς τὸν  $K$ . ὁ  $H$  ἄρα πρὸς τὸν  $K$  λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν. λέγω οὖν, ὅτι ἐστὶν ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$  (in ras.  $B$ ), οὕτως ὁ  $H$  πρὸς τὸν  $K$ ; punctis del. V. Dein add.  $B \vee \varphi$ : ὁ  $\Delta$  γάρ ( $B$ ,  $V$  m. 1; καὶ ὁ  $\Delta$   $V$  m. 2; καὶ ὁ  $\Delta$  πρὸς  $\varphi$ ) τὸν  $E$  πολλαπλασιάσας τὸν  $A$  ποιεῖτω. 15. καί] om.  $B \vee \varphi$ . ὁ  $\Delta$ ] δέ  $\varphi$ . 16. πεποίηκε  $V \varphi$ . 17.  $E$ ] postea insert. V. 20. ὁ] ὁ μὲν  $P$ . 22. οὕτως ὁ  $A$  — 23: πρὸς τὸν  $Z$ ] mg.  $\varphi$ .

ὡς ὁ  $H$  πρὸς τὸν  $K$ , [οὕτως] ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ . ὁ δὲ  $H$  πρὸς τὸν  $K$  λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν· καὶ ὁ  $A$  ἄρα πρὸς τὸν  $B$  λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

5'.

Ἐὰν ὅσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον, ὁ δὲ πρῶτος τὸν δεύτερον μὴ μετρῇ, οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει.

Ἐστωσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον οἱ  
10  $A, B, \Gamma, \Delta, E$ , ὁ δὲ  $A$  τὸν  $B$  μὴ μετρεῖτω· λέγω, ὅτι οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει.

Ὅτι μὲν οὖν οἱ  $A, B, \Gamma, \Delta, E$  ἐξῆς ἀλλήλους οὐ μετροῦσιν, φανερόν· οὐδὲ γὰρ ὁ  $A$  τὸν  $B$  μετρεῖ. λέγω δὴ, ὅτι οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει. εἰ  
15 γὰρ δυνατόν, μετρεῖτω ὁ  $A$  τὸν  $\Gamma$ . καὶ ὅσοι εἰσὶν οἱ  $A, B, \Gamma$ , τοσοῦτοι εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων τοῖς  $A, B, \Gamma$  οἱ  $Z, H, \Theta$ . καὶ ἐπεὶ οἱ  $Z, H, \Theta$  ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶ τοῖς  $A, B, \Gamma$ , καὶ ἐστὶν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν  $A, B, \Gamma$  τῷ  
20 πλῆθει τῶν  $Z, H, \Theta$ , δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ , οὕτως ὁ  $Z$  πρὸς τὸν  $\Theta$ . καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $Z$  πρὸς τὸν  $H$ , οὐ μετρεῖ δὲ ὁ  $A$  τὸν  $B$ , οὐ μετρεῖ ἄρα οὐδὲ ὁ  $Z$  τὸν

1. οὕτως] om. P.  $A$ ] in ras. P. τόν] om. P. 2. τὸν  $K$ ]  $K$  P. τόν] corr. ex τό φ. 8. μετρεῖσει φ, sed corr. 12.  $E$ ] om. φ. οὐ] m. rec. P. 13. μετροῦσι P m. 1, V φ; μετρήσουσι P m. rec. 14. εἰ γὰρ δυνατόν, μετρεῖτω ὁ  $A$  τὸν  $\Gamma$ ] λέγω γάρ, ὅτι οὐ μετρεῖ ὁ  $A$  τὸν  $\Gamma$  Theon (B V φ). 15. καὶ ὅσοι] ὅσοι γάρ Theon (B V φ). 18. εἰσὶν PB. 21.  $Z$ ]  $Z, H$  B.

ex aequo erit [VII, 14]  $H : K = A : B$ . uerum

$$H : K = \Gamma : E \times \Delta : Z.^1)$$

ergo etiam  $A : B = \Gamma : E \times \Delta : Z$ ; quod erat demonstrandum.

## VI.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et primus secundum non metitur, ne alius quidem ullus alium metietur.

Sint quotlibet numeri deinceps proportionales  $A$ ,

$A$  |—————|

$B$  |—————|

$\Gamma$  |—————|

$\Delta$  |—————|

$E$  |—————|

$Z$  |—————|

$H$  |—————|

$\Theta$  |—————|

$B$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$ ,  $E$ , et  $A$  numerum  $B$  ne metiatur. dico, ne alium quidem ullum alium mensurum esse.

iam hoc quidem manifestum est, numeros  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$ ,  $E$  deinceps inter se non metiri. nam  $A$  numerum  $B$  non metitur. dico, ne alium quidem ullum

alium mensurum esse. nam si fieri potest,  $A$  numerum  $\Gamma$  metiatur. et quot sunt  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ , tot sumantur minimi numeri eorum, qui eandem ac  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$  rationem habent  $Z$ ,  $H$ ,  $\Theta$  [VII, 33]. et quoniam  $Z$ ,  $H$ ,  $\Theta$  in eadem ratione sunt ac  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ , et multitudo numerorum  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$  aequalis est multitudini numerorum  $Z$ ,  $H$ ,  $\Theta$ , ex aequo erit  $A : \Gamma = Z : \Theta$  [VII, 14]. et quoniam est  $A : B = Z : H$ , et  $A$  numerum  $B$  non me-

1) Nam  $H : K = H : \Theta \times \Theta : K$  et  $H : \Theta = \Gamma : E$ ,  $\Theta : K = \Delta : Z$ .

Η· οὐκ ἄρα μονάς ἐστίν ὁ Ζ· ἡ γὰρ μονὰς πάντα ἀριθμὸν μετρεῖ. καὶ εἰσιν οἱ Ζ, Θ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους [οὐδὲ ὁ Ζ ἄρα τὸν Θ μετρεῖ]. καὶ ἐστίν ὡς ὁ Ζ πρὸς τὸν Θ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Γ· οὐδὲ ὁ Α  
 5 ἄρα τὸν Γ μετρεῖ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς οὐδένα μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ξ'.

Ἐὰν ὅσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ [ἐξῆς] ἀνάλογον, ὁ δὲ πρῶτος τὸν ἔσχατον μετρῇ, καὶ  
 10 τὸν δεύτερον μετρήσει.

Ἐστῶσαν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον οἱ Α, Β, Γ, Δ, ὁ δὲ Α τὸν Δ μετρεῖτω· λέγω, ὅτι καὶ ὁ Α τὸν Β μετρεῖ.

Εἰ γὰρ οὐ μετρεῖ ὁ Α τὸν Β, οὐδὲ ἄλλος οὐ-  
 15 δεὶς οὐδένα μετρήσει· μετρεῖ δὲ ὁ Α τὸν Δ. μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ Α τὸν Β· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

η'.

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι εἰς αὐ-  
 20 τοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας [αὐτοῖς] μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Δύο γὰρ ἀριθμῶν τῶν Α, Β μεταξὺ κατὰ τὸ  
 25 συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπιπτέτωσαν ἀριθμοὶ οἱ Γ, Δ,

2. μετρεῖ ἀριθμόν V φ. καὶ εἰσιν] om. φ. 3. οὐδὲ ὁ Ζ ἄρα τὸν Θ μετρεῖ] om. P. 6. μετρεῖ BV φ. 8. ἐξῆς] om. P. 9. ἔσχατον] in ras. V. 10. δεύτερον] in ras. V. 12. καί] om. φ. 14. οὐ] μή BV φ. 15. Post



titur, ne  $Z$  quidem numerum  $H$  metitur [VII def. 20]. itaque  $Z$  unitas non est; nam unitas omnem numerum metitur. et  $Z, \Theta$  inter se primi sunt [prop. III]. et est  $Z : \Theta = A : \Gamma$ . itaque [VII def. 20] ne  $A$  quidem numerum  $\Gamma$  metitur. similiter demonstrabimus, ne alium quidem ullum alium mensurum esse; quod erat demonstrandum.

## VII.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et primus ultimum metitur, etiam secundum metitur.

$A$  |——|                      Sint quotlibet numeri deinceps  
 $B$  |————|                      proportionales  $A, B, \Gamma, \Delta$ , et  $A$  nu-  
 $\Gamma$  |—————|                      merum  $\Delta$  metiatur. dico,  $A$  etiam  
 $\Delta$  |—————|                      numerum  $B$  metiri.

nam si  $A$  numerum  $B$  non metitur, ne alius quidem ullus alium metietur [prop. VI]. metitur autem  $A$  numerum  $\Delta$ . ergo  $A$  etiam numerum  $B$  metitur; quod erat demonstrandum.

## VIII.

Si inter duos numeros secundum proportionem continuam numeri aliquot interponuntur, quot inter eos secundum proportionem continuam interponuntur numeri, totidem etiam inter eos, qui eandem rationem habent, secundum proportionem continuam interponentur.

Nam inter duos numeros  $A, B$  secundum proportionem continuam numeri aliquot  $\Gamma, \Delta$  interponantur

---

μετρήσει add. V φ: ὅπερ ἄτοπον· ὑπόκειται γὰρ ὁ  $A$  τὸν  $\Delta$  μετρεῖν; idem B mg. m. 2.      22. αὐτοῖς] om. P.      25.  $\Gamma$ ] in ras. V.

καὶ πεποιήσθω ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $E$   
 πρὸς τὸν  $Z$ . λέγω, ὅτι ὅσοι εἰς τοὺς  $A, B$  μεταξὺ  
 κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί, το-  
 5 σοῦτοι καὶ εἰς τοὺς  $E, Z$  μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς  
 ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Ὅσοι γάρ εἰσι τῷ πλήθει οἱ  $A, B, \Gamma, \Delta$ , τοσοῦ-  
 τοι εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν  
 λόγον ἐχόντων τοῖς  $A, \Gamma, \Delta, B$  οἱ  $H, \Theta, K, \Lambda$ . οἱ  
 ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ  $H, \Lambda$  πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους  
 10 εἰσίν. καὶ ἐπεὶ οἱ  $A, \Gamma, \Delta, B$  τοῖς  $H, \Theta, K, \Lambda$  ἐν  
 τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν, καὶ ἐστὶν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν  
 $A, \Gamma, \Delta, B$  τῷ πλήθει τῶν  $H, \Theta, K, \Lambda$ , δι' ἴσου ἄρα  
 ἐστὶν ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $H$  πρὸς τὸν  $\Lambda$ .  
 ὡς δὲ ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $Z$ . καὶ  
 15 ὡς ἄρα ὁ  $H$  πρὸς τὸν  $\Lambda$ , οὕτως ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $Z$ .  
 οἱ δὲ  $H, \Lambda$  πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ  
 δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον  
 ἔχοντας ἰσάκεις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσ-  
 σων τὸν ἐλάσσονα, τουτέστιν ὅ τε ἡγούμενος τὸν  
 20 ἡγούμενον καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον. ἰσάκεις  
 ἄρα ὁ  $H$  τὸν  $E$  μετρεῖ καὶ ὁ  $\Lambda$  τὸν  $Z$ . ὁσάκεις δὲ  
 ὁ  $H$  τὸν  $E$  μετρεῖ, τοσαυτάκεις καὶ ἑκάτερος τῶν  $\Theta, K$   
 ἑκάτερον τῶν  $M, N$  μετρεῖτω· οἱ  $H, \Theta, K, \Lambda$  ἄρα  
 τοὺς  $E, M, N, Z$  ἰσάκεις μετροῦσιν. οἱ  $H, \Theta, K, \Lambda$   
 25 ἄρα τοῖς  $E, M, N, Z$  ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσίν. ἀλλὰ  
 οἱ  $H, \Theta, K, \Lambda$  τοῖς  $A, \Gamma, \Delta, B$  ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ

3. τό] τόν φ. 6. εἰσιν B. 7. οἱ ἐλάχιστοι V φ. 8.  
 $\Gamma, \Delta, B$ ]  $B, \Gamma, \Delta$  BV φ. οἱ] corr. ex τούς m. 1 V. 9.  
οἱ] om. P. 10. εἰσίν] εἰσί V φ. καὶ ἐπεὶ — 11: εἰσίν]  
om. φ. 10.  $\Gamma$ ] in ras. B, post ras. 1 litt. V. 11. εἰσί V.  
13. τὸν  $\Lambda$ ]  $\Lambda$  B. 18. ἔχοντας αὐτοῖς BV φ. 19. τε] om. P.

$A$  ——	$E$  ——	et fiat $A : B = E : Z$ . dico, quot inter $A, B$ secundum proportionem continuum interponan- tur numeri, totidem etiam inter $E, Z$ secun- dum proportionem con- tinuum interpositum iri.
——  $\Gamma$	$M$  ——	
——  $\Delta$	$N$  ——	
——  $B$	$Z$  ——	
$H$  ——		
$\Theta$  ——		
$K$  ——		
$\Lambda$  ——		

nam quot sunt numero  $A, B, \Gamma, \Delta$ , totidem sumantur numeri minimi eorum, qui eandem rationem habent ac  $A, \Gamma, \Delta, B$  [VII, 33]  $H, \Theta, K, \Lambda$ . itaque extremi eorum  $H, \Lambda$  inter se primi sunt [prop. III]. et quoniam  $A, \Gamma, \Delta, B$  et  $H, \Theta, K, \Lambda$  in eadem ratione sunt, et multitudo numerorum  $A, \Gamma, \Delta, B$  multitudini numerorum  $H, \Theta, K, \Lambda$  aequalis est, ex aequo erit [VII, 14]  $A : B = H : \Lambda$ . uerum  $A : B = E : Z$ . quare etiam  $H : \Lambda = E : Z$ . sed  $H, \Lambda$  primi sunt, primi autem etiam minimi [VII, 21], minimi autem numeri eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [VII, 20], h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque  $H$  numerum  $E$  et  $\Lambda$  numerum  $Z$  aequaliter metitur. iam quoties  $H$  numerum  $E$  metitur, toties uterque  $\Theta, K$  utrumque  $M, N$  metiatur. itaque  $H, \Theta, K, \Lambda$  numeros  $E, M, N, Z$  aequaliter metiuntur. itaque  $H, \Theta, K, \Lambda$  et  $E, M, N, Z$  in eadem ratione sunt [VII def. 20]. uerum  $H, \Theta, K, \Lambda$  et  $A, \Gamma, \Delta, B$

24. τοὺς] corr. ex τοῖς V.  
Z] mg. m. 1 V, om. φ.

Z] in ras. V.  
26. K] e corr. V.

ἰσάνεις — 25:

εἰσίν· καὶ οἱ  $A, \Gamma, \Delta, B$  ἄρα τοῖς  $E, M, N, Z$  ἐν τῷ  
 αὐτῷ λόγῳ εἰσίν. οἱ δὲ  $A, \Gamma, \Delta, B$  ἐξῆς ἀνάλογόν  
 εἰσιν· καὶ οἱ  $E, M, N, Z$  ἄρα ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν.  
 ὅσοι ἄρα εἰς τοὺς  $A, B$  μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνά-  
 5 λογὸν ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς  
 $E, Z$  μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν  
 ἀριθμοί· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

θ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους  
 10 ᾧσιν, καὶ εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς  
 ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι εἰς αὐ-  
 τοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμ-  
 πίπτουσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ ἑκατέρου αὐ-  
 τῶν καὶ μονάδος μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνά-  
 15 λογὸν ἐμπεσοῦνται.

Ἐστῶσαν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ  
 $A, B$ , καὶ εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνά-  
 λογὸν ἐμπίπτέτωσαν οἱ  $\Gamma, \Delta$ , καὶ ἐκκείσθω ἡ  $E$  μο-  
 νάς· λέγω, ὅτι ὅσοι εἰς τοὺς  $A, B$  μεταξὺ κατὰ τὸ  
 20 συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι  
 καὶ ἑκατέρου τῶν  $A, B$  καὶ τῆς μονάδος μεταξὺ κατὰ  
 τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Εἰλήφθωσαν γὰρ δύο μὲν ἀριθμοὶ ἐλάχιστοι ἐν  
 τῷ τῶν  $A, \Gamma, \Delta, B$  λόγῳ ὄντες οἱ  $Z, H$ , τρεῖς δὲ οἱ  
 25  $\Theta, K, \Lambda$ , καὶ αἰεὶ ἐξῆς ἐνὶ πλείους, ἕως ἂν ἴσον γένη-  
 ται τὸ πλῆθος αὐτῶν τῷ πλήθει τῶν  $A, \Gamma, \Delta, B$ .  
 εἰλήφθωσαν, καὶ ἔστωσαν οἱ  $M, N, \Xi, O$ . φανερόν

1. εἰσίν] om. P. καὶ οἱ — 2: λόγῳ εἰσίν] mg. m. 1 V,  
 om. φ. 3. εἰσιν] (prius) εἰσι V φ. 10. ᾧσι PV φ. 11.

in eadem ratione sunt. quare etiam  $A, \Gamma, \Delta, B$  et  $E, M, N, Z$  in eadem ratione sunt. uerum  $A, \Gamma, \Delta, B$  deinceps proportionales sunt. quare etiam  $E, M, N, Z$  deinceps proportionales sunt. ergo quot inter  $A, B$  secundum proportionem continuam interpositi sunt numeri, totidem etiam inter  $E, Z$  secundum proportionem continuam interpositi sunt numeri; quod erat demonstrandum.

## IX.

Si duo numeri inter se primi sunt et inter eos secundum proportionem continuam interponuntur numeri aliquot, quot inter eos secundum proportionem continuam interponuntur numeri, totidem etiam inter singulos et unitatem secundum proportionem continuam interponentur.

Sint duo numeri inter se primi  $A, B$ , et inter eos secundum proportionem continuam interponantur  $\Gamma, \Delta$ , et ponatur unitas  $E$ . dico, quot inter  $A, B$  secundum proportionem continuam interponantur numeri, totidem etiam inter singulos  $A, B$  et unitatem secundum proportionem continuam interpositum iri.

sumantur enim duo numeri minimi in ratione  $A, \Gamma, \Delta, B$  numerorum  $Z, H$ , tres autem  $\Theta, K, \Lambda$  et semper deinceps uno plures, donec fiat multitudo eorum multitudini numerorum  $A, \Gamma, \Delta, B$  aequalis [prop. II]. sumantur et sint  $M, N, \Xi, O$ . manifestum igitur

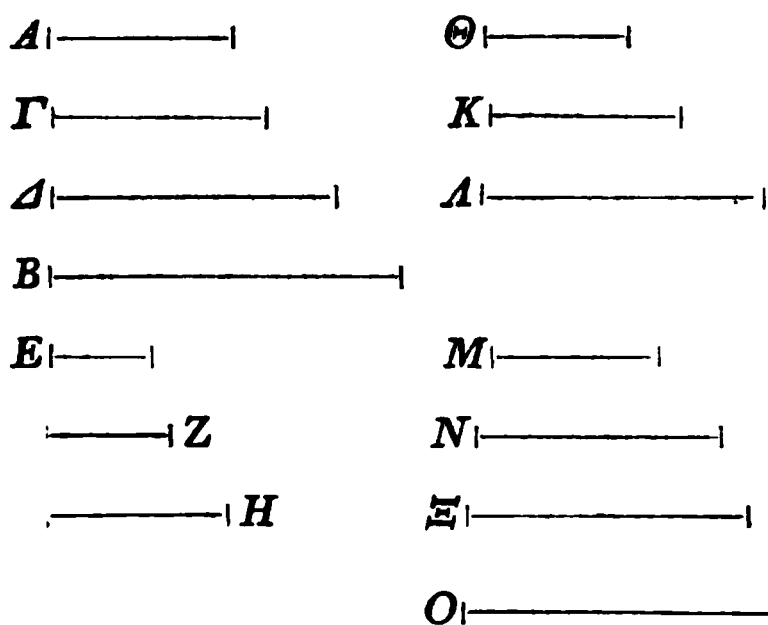
-σιν ἀριθμοὶ ὅσοι] in ras. m. 1 B.  
μεταξύ] ἐξῆς μεταξύ Theon (BVφ).

12. ἐμπίπτωσιν P. 14.  
24. τῶν] corr. ex τόν V.

δὴ, ὅτι ὁ μὲν  $Z$  ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν  $\Theta$  πε-  
 ποίηκεν, τὸν δὲ  $\Theta$  πολλαπλασιάσας τὸν  $M$  πεποίηκεν,  
 καὶ ὁ  $H$  ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν  $A$  πεποίηκεν,  
 τὸν δὲ  $A$  πολλαπλασιάσας τὸν  $O$  πεποίηκεν. καὶ ἐπεὶ  
 5 οἱ  $M, N, \Xi, O$  ἐλάχιστοι εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον  
 ἔχόντων τοῖς  $Z, H$ , εἰσὶ δὲ καὶ οἱ  $A, \Gamma, \Delta, B$  ἐλά-  
 χιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων τοῖς  $Z, H$ , καί  
 ἐστὶν ἴσον τὸ πλῆθος τῶν  $M, N, \Xi, O$  τῷ πλήθει  
 τῶν  $A, \Gamma, \Delta, B$ , ἕκαστος ἄρα τῶν  $M, N, \Xi, O$  ἐκάστῳ  
 10 τῶν  $A, \Gamma, \Delta, B$  ἴσος ἐστίν· ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν  $M$   
 τῷ  $A$ , ὁ δὲ  $O$  τῷ  $B$ . καὶ ἐπεὶ ὁ  $Z$  ἑαυτὸν πολλα-  
 πλασιάσας τὸν  $\Theta$  πεποίηκεν, ὁ  $Z$  ἄρα τὸν  $\Theta$  μετρεῖ  
 κατὰ τὰς ἐν τῷ  $Z$  μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ  $E$  μονὰς  
 τὸν  $Z$  κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἰσάκεις ἄρα ἡ  $E$   
 15 μονὰς τὸν  $Z$  ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ  $Z$  τὸν  $\Theta$ . ἔστιν  
 ἄρα ὡς ἡ  $E$  μονὰς πρὸς τὸν  $Z$  ἀριθμὸν, οὕτως ὁ  $Z$   
 πρὸς τὸν  $\Theta$ . πάλιν, ἐπεὶ ὁ  $Z$  τὸν  $\Theta$  πολλαπλασιά-  
 σας τὸν  $M$  πεποίηκεν, ὁ  $\Theta$  ἄρα τὸν  $M$  μετρεῖ κατὰ  
 τὰς ἐν τῷ  $Z$  μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ  $E$  μονὰς  
 20 τὸν  $Z$  ἀριθμὸν κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἰσάκεις  
 ἄρα ἡ  $E$  μονὰς τὸν  $Z$  ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ  $\Theta$  τὸν  
 $M$ . ἔστιν ἄρα ὡς ἡ  $E$  μονὰς πρὸς τὸν  $Z$  ἀριθμὸν,  
 οὕτως ὁ  $\Theta$  πρὸς τὸν  $M$ . ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἡ  $E$   
 μονὰς πρὸς τὸν  $Z$  ἀριθμὸν, οὕτως ὁ  $Z$  πρὸς τὸν  $\Theta$ .

1. πεποίηκε V φ. 2. πεποίηκε V φ. 3. πεποίηκε V φ.  
 4. πεποίηκε V φ. 5. εἰσιν P. 6.  $Z, H$ ]  $H, Z$  B V φ. εἰ-  
 σὶν B. 7. τὸν] corr. ex τῶν m. 1 P.  $Z, H$ ]  $H, Z$  B V φ;  
 $E, Z$  P. 10. ἴσος] (prius) corr. ex ἴσον m. rec. P. 12.  
 $Z$ ] eras. V. 13. τῷ  $Z$ ] αὐτῷ V φ, τῷ  $Z$  supra m. 2 V. 18.  
 ἄρα] ἔτι φ. 21.  $\Theta$ ] e corr. V; E P. 22. ὡς] supra m. 1 B.  
 24. πρὸς] (prius) supra m. 2 B.

est, esse  $Z \times Z = \Theta$ ,  $Z \times \Theta = M$ ,  $H \times H = A$ ,



$H \times A = O$  [prop.

II coroll.]. et quoni-

am  $M, N, \Xi, O$  mini-

mi sunt eorum, qui

eandem rationem ha-

bent ac  $Z, H$ , uerum

etiam  $A, \Gamma, \Delta, B$

minimi sunt eorum,

qui eandem ratio-

nem habent ac  $Z, H$

[prop. III], et mul-

titudo numerorum  $M, N, \Xi, O$  multitudini nume-

rorum  $A, \Gamma, \Delta, B$  aequalis est, singuli  $M, N, \Xi, O$

singulis  $A, \Gamma, \Delta, B$  aequales sunt. itaque  $M = A$ ,

$O = B$ . et quoniam  $Z \times Z = \Theta$ , numerus  $Z$  nume-

rum  $\Theta$  secundum unitates numeri  $Z$  metitur [VII def.

15]. uerum etiam unitas  $E$  numerum  $Z$  secundum

unitates ipsius metitur. itaque unitas  $E$  numerum  $Z$

et  $Z$  numerum  $\Theta$  aequaliter metitur. itaque

$$E : Z = Z : \Theta \text{ [VII def. 20].}$$

rursus quoniam  $Z \times \Theta = M$ , numerus  $\Theta$  numerum

$M$  secundum unitates numeri  $Z$  metitur [VII def. 15].

uerum etiam unitas  $E$  numerum  $Z$  secundum unitates

ipsius metitur. itaque  $E$  unitas numerum  $Z$  et  $\Theta$

numerum  $M$  aequaliter metitur. quare

$$E : Z = \Theta : M \text{ [VII def. 20].}$$

demonstrauimus autem, esse etiam  $E : Z = Z : \Theta$ .

καὶ ὥς ἄρα ἡ  $E$  μονὰς πρὸς τὸν  $Z$  ἀριθμόν, οὕτως  
ὁ  $Z$  πρὸς τὸν  $\Theta$  καὶ ὁ  $\Theta$  πρὸς τὸν  $M$ . ἴσος δὲ ὁ  
 $M$  τῷ  $A$ · ἔστιν ἄρα ὥς ἡ  $E$  μονὰς πρὸς τὸν  $Z$   
ἀριθμόν, οὕτως ὁ  $Z$  πρὸς τὸν  $\Theta$  καὶ ὁ  $\Theta$  πρὸς τὸν  
5  $A$ . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὥς ἡ  $E$  μονὰς πρὸς τὸν  
 $H$  ἀριθμόν, οὕτως ὁ  $H$  πρὸς τὸν  $A$  καὶ ὁ  $A$  πρὸς  
τὸν  $B$ . ὅσοι ἄρα εἰς τοὺς  $A, B$  μεταξὺ κατὰ τὸ συν-  
εχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ  
ἐκατέρου τῶν  $A, B$  καὶ μονάδος τῆς  $E$  μεταξὺ κατὰ  
10 τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί· ὅπερ  
ἔδει δεῖξαι.

ι'.

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν ἐκατέρου καὶ μονάδος  
μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν  
15 ἀριθμοί, ὅσοι ἐκατέρου αὐτῶν καὶ μονάδος με-  
ταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν  
ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ  
τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Δύο γὰρ ἀριθμῶν τῶν  $A, B$  καὶ μονάδος τῆς  $\Gamma$   
20 μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτέωσαν ἀριθ-  
μοὶ οἱ τε  $\Delta, E$  καὶ οἱ  $Z, H$ · λέγω, ὅτι ὅσοι ἐκατέ-  
ρου τῶν  $A, B$  καὶ μονάδος τῆς  $\Gamma$  μεταξὺ κατὰ τὸ  
συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι  
καὶ εἰς τοὺς  $A, B$  μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον  
25 ἐμπεσοῦνται.

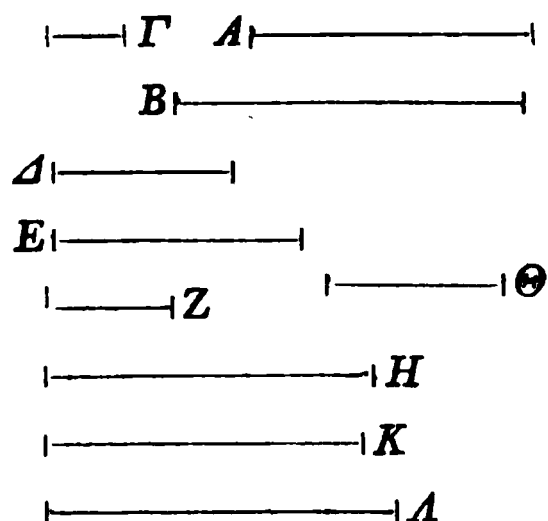
2. πρὸς τὸν  $M$  — 4: πρὸς τὸν  $A$ ] add. m. 2 B; sed πρὸς  
τὸν  $A$  lin. 4 etiam in textu sunt a m. 1. 2. ἴσος δὲ ὁ  $M$  τῷ  
 $A$ ] ὁ δὲ  $M$  (μή φ) τῷ  $A$  ἔστιν ἴσος BVφ; in V haec uerba  
et seq. ad πρὸς τὸν  $A$  lin. 4 in mg. sunt m. 2. 3. ἡ] corr.  
ex ὁ φ. 13. ἐκατέρου] om. Theon (BVφ). 15. ἐξῆς με-  
ταξύ Theon (BVφ). 16. τό] om. V. 18. ἀνάλογον] m.  
2 B, om. Vφ.



quare etiam  $E : Z = Z : \Theta = \Theta : M$ . uerum  $M = A$ . itaque erit  $E : Z = Z : \Theta = \Theta : A$ . eadem de causa etiam  $E : H = H : A = A : B$ . ergo quot inter  $A, B$  secundum proportionem continuam interpositi sunt numeri, totidem etiam inter singulos  $A, B$  et unitatem  $E$  secundum proportionem continuam interpositi sunt numeri; quod erat demonstrandum.

## X.

Si inter duos numeros<sup>1)</sup> et unitatem secundum proportionem continuam numeri aliquot interpositi sunt, quot inter singulos et unitatem secundum proportionem continuam interpositi sunt numeri, totidem etiam inter ipsos secundum proportionem continuam interponentur.



Nam inter duos numeros  $A, B$  et unitatem  $\Gamma$  secundum proportionem continuam interponentur numeri  $\Delta, E$  et  $Z, H$ . dico, quot inter singulos  $A, B$  et unitatem  $\Gamma$  secundum proportionem continuam interpositi sint numeri, totidem etiam inter  $A, B$  secundum pro-

portionem continuam interpositum iri.

1) Scripturam codicis P lin. 13 (ἐκατέρου) etiam Campanus habuisse uidetur; apud eum enim VIII, 10 ita legimus: si inter utrumque eorum et unitatem quotlibet numeri continua proportionalitate ceciderint, ambobus numeris totidem continua proportionalitate interesse necesse est.

Ὁ  $\Delta$  γὰρ τὸν  $Z$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Theta$  ποιεῖτω, ἑκάτερος δὲ τῶν  $\Delta$ ,  $Z$  τὸν  $\Theta$  πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν  $K$ ,  $A$  ποιεῖτω.

Καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὥς ἡ  $\Gamma$  μονὰς πρὸς τὸν  $\Delta$  ἀριθμόν, οὕτως ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $E$ , ἰσάκεις ἄρα ἡ  $\Gamma$  μονὰς τὸν  $\Delta$  ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ  $\Delta$  τὸν  $E$ . ἡ δὲ  $\Gamma$  μονὰς τὸν  $\Delta$  ἀριθμὸν μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ  $\Delta$  μονάδας· καὶ ὁ  $\Delta$  ἄρα ἀριθμὸς τὸν  $E$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ  $\Delta$  μονάδας· ὁ  $\Delta$  ἄρα ἐαυτὸν πολλαπλασιάσας  
 10 τὸν  $E$  πεποίηκεν. πάλιν, ἐπεὶ ἐστὶν ὥς ἡ  $\Gamma$  [μονὰς] πρὸς τὸν  $\Delta$  ἀριθμὸν, οὕτως ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $A$ , ἰσάκεις ἄρα ἡ  $\Gamma$  μονὰς τὸν  $\Delta$  ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ  $E$  τὸν  $A$ . ἡ δὲ  $\Gamma$  μονὰς τὸν  $\Delta$  ἀριθμὸν μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ  $\Delta$  μονάδας· καὶ ὁ  $E$  ἄρα τὸν  $A$  μετρεῖ κατὰ  
 15 τὰς ἐν τῷ  $\Delta$  μονάδας· ὁ  $\Delta$  ἄρα τὸν  $E$  πολλαπλασιάσας τὸν  $A$  πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ μὲν  $Z$  ἐαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν  $H$  πεποίηκεν, τὸν δὲ  $H$  πολλαπλασιάσας τὸν  $B$  πεποίηκεν. καὶ ἐπεὶ ὁ  $\Delta$  ἐαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν  $E$  πεποίηκεν, τὸν  
 20 δὲ  $Z$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Theta$  πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὥς ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $Z$ , οὕτως ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $\Theta$ . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὥς ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $Z$ , οὕτως ὁ  $\Theta$  πρὸς τὸν  $H$ . καὶ ὥς ἄρα ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $\Theta$ , οὕτως ὁ  $\Theta$  πρὸς τὸν  $H$ . πάλιν, ἐπεὶ ὁ  $\Delta$  ἑκάτερον τῶν  
 25  $E$ ,  $\Theta$  πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν  $A$ ,  $K$  πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὥς ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $\Theta$ , οὕτως ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $K$ . ἀλλ' ὥς ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $\Theta$ , οὕτως ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $Z$ · καὶ ὥς ἄρα ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $Z$ , οὕτως ὁ  $A$

4. ἐστὶν] supra m. 1 V. 8. καὶ ὁ  $\Delta$  ἄρα — 9: μονάδας] mg. m. 1 Pφ. 8. ἄρα] om. B. ἀριθμός] om. Vφ. 10. πεποίηκε Vφ. μονάς] om. P. 12.  $\Gamma$ ] e corr. V. 11.

sit enim  $\Delta \times Z = \Theta$ ,  $\Delta \times \Theta = K$ ,  $Z \times \Theta = A$ .  
et quoniam est  $\Gamma : \Delta = \Delta : E$ , unitas  $\Gamma$  numerum  $\Delta$   
et  $\Delta$  numerum  $E$  aequaliter metitur [VII def. 20].  
uerum unitas  $\Gamma$  numerum  $\Delta$  secundum unitates nu-  
meri  $\Delta$  metitur. quare etiam numerus  $\Delta$  numerum  
 $E$  metitur secundum unitates numeri  $\Delta$ . itaque  
 $\Delta \times \Delta = E$ . rursus quoniam est  $\Gamma : \Delta = E : A$ ,  
unitas  $\Gamma$  numerum  $\Delta$  et  $E$  numerum  $A$  aequaliter  
metitur. uerum unitas  $\Gamma$  numerum  $\Delta$  secundum uni-  
tates numeri  $\Delta$  metitur. quare etiam  $E$  numerum  
 $A$  secundum unitates numeri  $\Delta$  metitur. itaque  
 $\Delta \times E = A$ . eadem de causa etiam  $Z \times Z = H$   
et  $Z \times H = B$ . et quoniam  $\Delta \times \Delta = E$  et

$\Delta \times Z = \Theta$ , erit [VII, 17]  $\Delta : Z = E : \Theta$ .  
eadem de causa erit etiam  $\Delta : Z = \Theta : H$  [VII, 18].<sup>1)</sup>  
quare etiam  $E : \Theta = \Theta : H$ . rursus quoniam  
 $\Delta \times E = A$  et  $\Delta \times \Theta = K$ , erit  $E : \Theta = A : K$   
[VII, 17]. uerum  $E : \Theta = \Delta : Z$ . quare etiam  
 $\Delta : Z = A : K$ .

---

1) Cum habeamus  $\Delta \times Z = \Theta$  et  $Z \times Z = H$ , proprie  
citanda est VII, 18, non VII, 17, ut in praecedenti ratio-  
cinatione; sed cum  $\Delta \times Z = Z \times \Delta$  (VII, 16), adparet, Eu-  
clidem sine errore dicere posse lin. 21 sq.: *διὰ τὰ αὐτά*.

---

*ισάκεις* — 12: *τὸν A*] bis V (corr.), φ. 14. *καὶ ὁ E* — 15:  
*μονάδας*] mg. m. 1 P. 14. *A*] in ras. m. 1 B. 16. *πεποίηκε*  
V φ. 17. *πεποίηκε* V φ. 18. *πολλασιάσας* φ. 19. *πε-*  
*ποίηκε* V φ. 24. *τῶν E* — 25: *ἐκάτερον*] mg. m. 1 P.  
25. *τὸν A, H* φ. 27. *ἀλλά* P.

πρὸς τὸν  $K$ . πάλιν, ἐπεὶ ἐκάτερος τῶν  $\Delta$ ,  $Z$  τὸν  $\Theta$   
πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν  $K$ ,  $A$  πεποίηκεν, ἔστιν  
ἄρα ὡς ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $Z$ , οὕτως ὁ  $K$  πρὸς τὸν  $A$ .  
ἀλλ' ὡς ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $Z$ , οὕτως ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $K$ .  
5 καὶ ὡς ἄρα ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $K$ , οὕτως ὁ  $K$  πρὸς τὸν  
 $A$ . ἔτι ἐπεὶ ὁ  $Z$  ἐκάτερον τῶν  $\Theta$ ,  $H$  πολλαπλασιάσας  
ἐκάτερον τῶν  $A$ ,  $B$  πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $\Theta$   
πρὸς τὸν  $H$ , οὕτως ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ . ὡς δὲ ὁ  $\Theta$   
πρὸς τὸν  $H$ , οὕτως ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $Z$ . καὶ ὡς ἄρα  
10 ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $Z$ , οὕτως ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ . ἐδείχθη  
δὲ καὶ ὡς ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $Z$ , οὕτως ὁ τε  $A$  πρὸς τὸν  
 $K$  καὶ ὁ  $K$  πρὸς τὸν  $A$ . καὶ ὡς ἄρα ὁ  $A$  πρὸς τὸν  
 $K$ , οὕτως ὁ  $K$  πρὸς τὸν  $A$  καὶ ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ . οἱ  
 $A$ ,  $K$ ,  $A$ ,  $B$  ἄρα κατὰ τὸ συνεχὲς ἐξῆς εἰσιν ἀνάλογον.  
15 ὅσοι ἄρα ἐκατέρου τῶν  $A$ ,  $B$  καὶ τῆς  $\Gamma$  μονάδος με-  
ταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί,  
τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς  $A$ ,  $B$  μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς  
ἐμπεσοῦνται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ια'.

20 Δύο τετραγώνων ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνά-  
λογόν ἐστιν ἀριθμός, καὶ ὁ τετράγωνος πρὸς  
τὸν τετράγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ  
ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευράν.

Ἐστωσαν τετράγωνοι ἀριθμοὶ οἱ  $A$ ,  $B$ , καὶ τοῦ  
25 μὲν  $A$  πλευρὰ ἔστω ὁ  $\Gamma$ , τοῦ δὲ  $B$  ὁ  $\Delta$ . λέγω, ὅτι  
τῶν  $A$ ,  $B$  εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός, καὶ ὁ  
 $A$  πρὸς τὸν  $B$  διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ  $\Gamma$  πρὸς  
τὸν  $\Delta$ .

1. καὶ πάλιν, delete καὶ P.  $\Delta$ ,  $Z$ ]  $Z$ ,  $\Delta$  B. 3.  $Z$ ] in  
ras. φ. 10. ἐδείχθη δέ] mg. φ. 12. καὶ ὡς ἄρα — 13:

rursus quoniam  $\Delta \times \Theta = K$  et  $Z \times \Theta = A$ , erit  $\Delta : Z = K : A$  [VII, 18]. uerum  $\Delta : Z = A : K$ . quare etiam  $A : K = K : A$ . praeterea quoniam  $Z \times \Theta = A$  et  $Z \times H = B$ , erit [VII, 17]  $\Theta : H = A : B$ . uerum  $\Theta : H = \Delta : Z$ . quare etiam  $\Delta : Z = A : B$ . demonstrauius autem, esse etiam

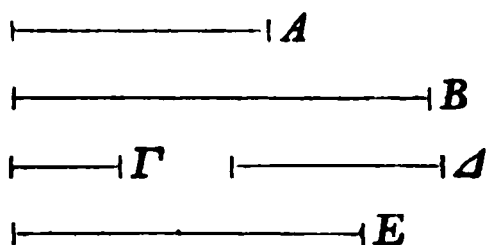
$$\Delta : Z = A : K = K : A.$$

itaque erit  $A : K = K : A = A : B$ . itaque  $A, K, A, B$  deinceps in continua proportionem sunt. quot igitur inter singulos  $A, B$  et  $\Gamma$  unitatem secundum proportionem continuam interponuntur numeri, totidem etiam inter  $A, B$  deinceps interponentur; quod erat demonstrandum.

### XI.

Inter duos numeros quadratos unus medius est proportionalis numerus, et quadratus ad quadratum duplicatam rationem habet quam latus ad latus.

Sint numeri quadrati  $A, B$ , et numeri  $A$  latus sit  $\Gamma$ , numeri autem  $B$  latus  $\Delta$ . dico, inter  $A, B$



unum medium esse proportionalem numerum, et esse  $A : B = \Gamma^2 : \Delta^2$ .

$\pi\rho\acute{o}s\ \tau\acute{o}n\ A]$  om. BV  $\varphi$ . 15.  $\Gamma]$  in ras.  $\varphi$ . 17. Ante  $\kappa\alpha\iota$  ras. 1 litt. V. 26.  $\tau\acute{o}n]$  corr. ex  $\tau\acute{o}n$  V.

Ὁ  $\Gamma$  γὰρ τὸν  $\Delta$  πολλαπλασιάσας τὸν  $E$  ποιεῖτω.  
καὶ ἐπεὶ τετράγωνός ἐστιν ὁ  $A$ , πλευρὰ δὲ αὐτοῦ  
ἐστιν ὁ  $\Gamma$ , ὁ  $\Gamma$  ἄρα ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν  $A$   
πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ  $\Delta$  ἑαυτὸν πολλα-  
5 πλασιάσας τὸν  $B$  πεποίηκεν. ἐπεὶ οὖν ὁ  $\Gamma$  ἑκάτερον  
τῶν  $\Gamma, \Delta$  πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν  $A, E$  πε-  
ποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ , οὕτως ὁ  
 $A$  πρὸς τὸν  $E$ . διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ  $\Gamma$  πρὸς  
τὸν  $\Delta$ , οὕτως ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $B$ . καὶ ὡς ἄρα ὁ  $A$   
10 πρὸς τὸν  $E$ , οὕτως ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $B$ . τῶν  $A, B$  ἄρα  
εἰς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός.

Λέγω δὴ, ὅτι καὶ ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$  διπλασίονα  
λόγον ἔχει ἥπερ ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ . ἐπεὶ γὰρ τρεῖς  
ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν οἱ  $A, E, B$ , ὁ  $A$  ἄρα πρὸς  
15 τὸν  $B$  διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ  $A$  πρὸς τὸν  
 $E$ . ὡς δὲ ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $E$ , οὕτως ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  
 $\Delta$ . ὁ  $A$  ἄρα πρὸς τὸν  $B$  διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ  
ἢ  $\Gamma$  πλευρὰ πρὸς τὴν  $\Delta$ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιβ'.

20 Δύο κύβων ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογόν  
εἰσιν ἀριθμοί, καὶ ὁ κύβος πρὸς τὸν κύβον  
τριπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ἢ πλευρὰ πρὸς  
τὴν πλευράν.

Ἐστωσαν κύβοι ἀριθμοὶ οἱ  $A, B$  καὶ τοῦ μὲν  $A$   
25 πλευρὰ ἔστω ὁ  $\Gamma$ , τοῦ δὲ  $B$  ὁ  $\Delta$ . λέγω, ὅτι τῶν  $A,$   
 $B$  δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοί, καὶ ὁ  $A$  πρὸς  
τὸν  $B$  τριπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ .

1. γάρ] m. 2 B, post ras. 1 litt. V. 4. πεποίηκε V φ.  
8. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καί] P; πάλιν ἐπεὶ ὁ  $\Gamma$  τὸν  $\Delta$  πολλαπλα-  
σιάσας τὸν  $E$  πεποίηκεν, ὁ δὲ  $\Delta$  ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν

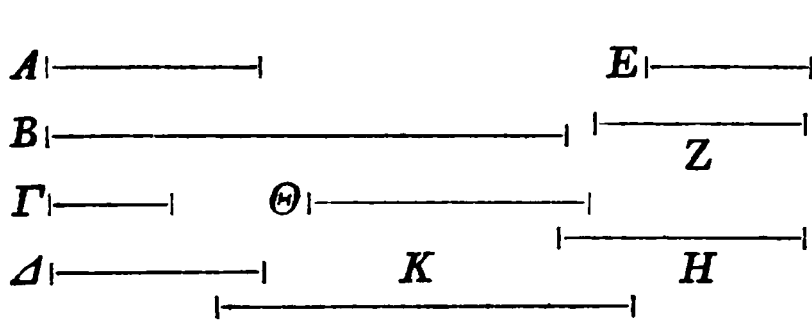
sit enim  $\Gamma \times \Delta = E$ . et quoniam quadratus est  $A$  et latus eius  $\Gamma$ , erit  $\Gamma \times \Gamma = A$ . eadem de causa etiam  $\Delta \times \Delta = B$ . iam quoniam  $\Gamma \times \Gamma = A$  et  $\Gamma \times \Delta = E$ , erit  $\Gamma : \Delta = A : E$  [VII, 17]. eadem de causa<sup>1)</sup> erit etiam  $\Gamma : \Delta = E : B$ . quare etiam  $A : E = E : B$ . ergo inter  $A, B$  unus medius est proportionalis numerus.

Iam dico, esse etiam  $A : B = \Gamma^2 : \Delta^2$ . nam quoniam tres numeri proportionales sunt  $A, E, B$ , erit  $A : B = A^2 : E^2$  [V def. 9]. uerum  $A : E = \Gamma : \Delta$ . itaque  $A : B = \Gamma^2 : \Delta^2$ ; quod erat demonstrandum.

## XII.

Inter duos cubos numeros duo medii proportionales sunt numeri, et cubus ad cubum triplicatam rationem habet quam latus ad latus.

Sint cubi numeri  $A, B$ , et latus numeri  $A$  sit  $\Gamma$ , numeri  $B$  autem  $\Delta$ . dico, inter  $A, B$  duos medios proportionales esse numeros, et esse  $A : B = \Gamma^3 : \Delta^3$ .



1) Nam  $\Gamma \times \Delta = E$  et  $\Delta \times \Delta = B$ . itaque proportio illa proprie per VII, 18 (non VII, 17) efficitur. sed cfr. p. 300, 21 sq. et p. 301 not. uerba lin. 8 interpolata etiam ipsa orationis forma (ἕνα καὶ τὸν αὐτόν) redarguuntur.

$B$  πεποίηκεν (πεποίηκε  $V\varphi$ ), δύο δὲ ἀριθμοὶ οἱ  $\Gamma, \Delta$  ἕνα καὶ τὸν αὐτόν τὸν  $\Delta$  πολλαπλασιάσαντες τοὺς  $E, B$  πεποίηκασιν. ἔστιν ἄρα Theon ( $BV\varphi$ ). 9. Post  $B$  add. Theon: ἀλλ' ὡς ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ , οὕτως ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $E$  ( $BV\varphi$ ). 10. τῶν] τοῦ in ras. comp. V. 11. ἀριθμὸς ὁ  $E$  Theon ( $BV\varphi$ ). 18.  $\Delta$  πλευράν  $V\varphi$ . 20. μέσους  $P$ , corr. m. rec.

Ὁ γὰρ Γ ἐαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Ε ποιείτω, τὸν δὲ Δ πολλαπλασιάσας τὸν Ζ ποιείτω, ὁ δὲ Δ ἐαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Η ποιείτω, ἐκάτερος δὲ τῶν Γ, Δ τὸν Ζ πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν Θ, Κ ποιείτω.

5 Καὶ ἐπεὶ κύβος ἐστὶν ὁ Α, πλευρὰ δὲ αὐτοῦ ὁ Γ, καὶ ὁ Γ ἐαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποίηκεν, ὁ Γ ἄρα ἐαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν Ε πεποίηκεν, τὸν δὲ Ε πολλαπλασιάσας τὸν Α πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ Δ ἐαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας  
10 τὸν Η πεποίηκεν, τὸν δὲ Η πολλαπλασιάσας τὸν Β πεποίηκεν. καὶ ἐπεὶ ὁ Γ ἐκάτερον τῶν Γ, Δ πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν Ε, Ζ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Ζ  
15 πρὸς τὸν Η. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Γ ἐκάτερον τῶν Ε, Ζ πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν Α, Θ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Θ. ὡς δὲ ὁ Ε πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν  
20 Θ. πάλιν, ἐπεὶ ἐκάτερος τῶν Γ, Δ τὸν Ζ πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν Θ, Κ πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Θ πρὸς τὸν Κ. πάλιν, ἐπεὶ ὁ Δ ἐκάτερον τῶν Ζ, Η πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν Κ, Β πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ Ζ πρὸς  
25 τὸν Η, οὕτως ὁ Κ πρὸς τὸν Β. ὡς δὲ ὁ Ζ πρὸς τὸν Η, οὕτως ὁ Γ πρὸς τὸν Δ· καὶ ὡς ἄρα ὁ Γ πρὸς τὸν Δ, οὕτως ὁ Α πρὸς τὸν Θ καὶ ὁ Θ πρὸς τὸν Κ καὶ ὁ Κ πρὸς τὸν Β. τῶν Α, Β ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν οἱ Θ, Κ.

4. Ζ] eras. V. 6. πεποίηκε V φ. 7. πεποίηκε V φ. 8. πεποίηκε V φ. 10. πεποίηκε V φ. 11. πεποίηκε V φ. 17.



sit enim  $\Gamma \times \Gamma = E$ ,  $\Gamma \times \Delta = Z$ ,  $\Delta \times \Delta = H$ ,  
 $\Gamma \times Z = \Theta$ ,  $\Delta \times Z = K$ . et quoniam  $A$  cubus est,  
latus autem eius  $\Gamma$  et  $\Gamma \times \Gamma = E$ , erit  $\Gamma \times \Gamma = E$   
et  $\Gamma \times E = A$ . eadem de causa erit etiam  $\Delta \times \Delta = H$   
et  $\Delta \times H = B$ . et quoniam  $\Gamma \times \Gamma = E$  et  $\Gamma \times \Delta = Z$ ,  
erit  $\Gamma : \Delta = E : Z$  [VII, 17]. eadem de causa erit  
etiam  $\Gamma : \Delta = Z : H$  [VII, 18].<sup>1)</sup> rursus quoniam  
 $\Gamma \times E = A$  et  $\Gamma \times Z = \Theta$ , erit  $E : Z = A : \Theta$   
[VII, 17]. uerum  $E : Z = \Gamma : \Delta$ . quare etiam  
 $\Gamma : \Delta = A : \Theta$ . rursus quoniam  $\Gamma \times Z = \Theta$  et  
 $\Delta \times Z = K$ , erit [VII, 18]  $\Gamma : \Delta = \Theta : K$ . rursus  
quoniam  $\Delta \times Z = K$  et  $\Delta \times H = B$ , erit  
 $Z : H = K : B$  [VII, 17].

uerum  $Z : H = \Gamma : \Delta$ . quare etiam

$$\Gamma : \Delta = A : \Theta = \Theta : K = K : B.^2)$$

ergo inter  $A, B$  duo medii proportionales sunt  $\Theta, K$ .

1) Nam  $\Gamma \times \Delta = Z$  et  $\Delta \times \Delta = H$ ; u. p. 305 not.

2) Euclides hic paullo breuior est, quam solet. sed recepto supplemento codicum deteriorum lin. 27 falsa illa efficitur forma orationis, quam p. 302, 12—13 cum P sustulimus. cui ut mederetur, Augustus lin. 28 post prius  $K$  interposuit: ὥς ἄρα ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $\Theta$  οὕτως ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $K$  (!); ego malui codd. PB sequi.

οὕτως — 18: πρὸς τὸν  $Z$ ] m. 2 B. 20. ἐπεὶ] om. P. 25. B]  $H \varphi$ . 27. Post  $\Delta$  add.  $V \varphi$ : οὕτως ὁ  $K$  πρὸς τὸν  $B$ . ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ ; idem B mg. m. 2. ὁ  $\Gamma$  τε] τε ὁ B. 28. τῶν] corr. ex τόν V. 29. οἱ] ἀριθμοὶ οἱ B.

Λέγω δὴ, ὅτι καὶ ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$  τριπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ . ἐπεὶ γὰρ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν οἱ  $A, \Theta, K, B$ , ὁ  $A$  ἄρα πρὸς τὸν  $B$  τριπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ  $A$  πρὸς  
 5 τὸν  $\Theta$ . ὥς δὲ ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $\Theta$ , οὕτως ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ . καὶ ὁ  $A$  [ἄρα] πρὸς τὸν  $B$  τριπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιγ'.

Ἐὰν ὧσιν ὅσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνά-  
 10 λογον, καὶ πολλαπλασιάσας ἕκαστος ἑαυτὸν ποιῇ τινα, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν ἀνάλογον ἔσονται. καὶ ἐὰν οἱ ἐξ ἀρχῆς τοὺς γενομένους πολλαπλασιάσαντες ποιῶσί τινας, καὶ αὐτοὶ ἀνάλογον ἔσονται [καὶ αἰὲν περὶ τοὺς ἄκρους  
 15 τοῦτο συμβαίνει].

Ἔστωσαν ὅποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον, οἱ  $A, B, \Gamma$ , ὥς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $B$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ , καὶ οἱ  $A, B, \Gamma$  ἑαυτοὺς μὲν πολλαπλασιάσαντες τοὺς  $\Delta, E, Z$  ποιείτωσαν, τοὺς δὲ  $\Delta, E, Z$  πολλα-  
 20 πλασιάσαντες τοὺς  $H, \Theta, K$  ποιείτωσαν. λέγω, ὅτι οἱ τε  $\Delta, E, Z$  καὶ οἱ  $H, \Theta, K$  ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν.

Ὁ μὲν γὰρ  $A$  τὸν  $B$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Delta$  ποιείτω, ἑκάτερος δὲ τῶν  $A, B$  τὸν  $\Delta$  πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν  $M, N$  ποιείτω. καὶ πάλιν ὁ μὲν  $B$  τὸν  
 25  $\Gamma$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Xi$  ποιείτω, ἑκάτερος δὲ τῶν  $B, \Gamma$  τὸν  $\Xi$  πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν  $O, \Pi$  ποιείτω.

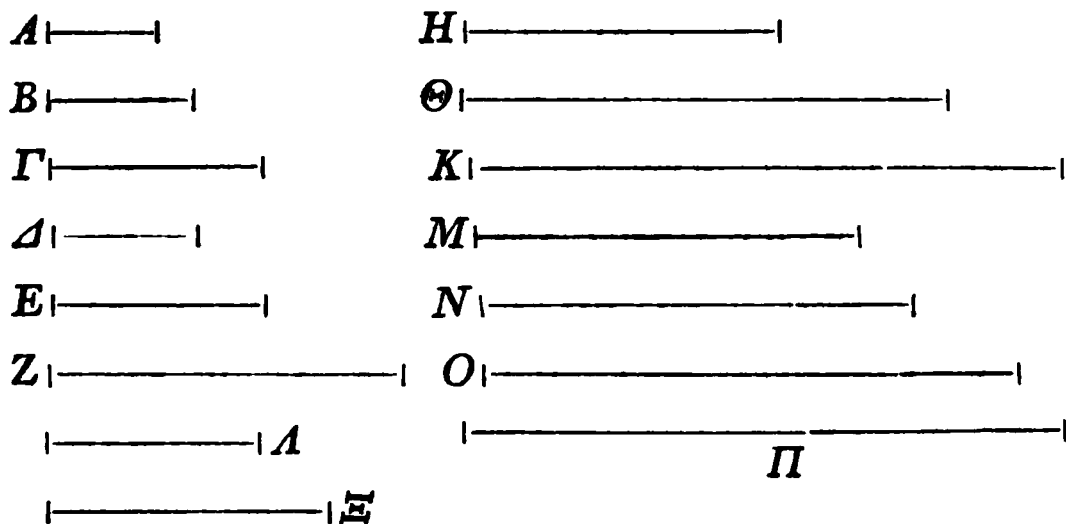
1. τριπλασίονα] τρ- e corr. V. 5. ὥς δὲ ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $\Theta$ ] mg. φ. 6. ἄρα] om. P, m. 2 B. 11. ποιεῖ Vφ. τινας Vφ. 12. γινομένους V. 13. ποιῶσιν B. 22. τὸν  $\Delta$  — 23: πολλαπλασιάσας ἐ-] mg. φ. 26. τῶν] τόν P. O] in ras. m. 1 B.

Iam dico, esse etiam  $A : B = \Gamma^3 : \Delta^3$ . nam quoniam quattuor numeri proportionales sunt  $A, \Theta, K, B$ , erit  $A : B = A^3 : \Theta^3$  [V def. 10]. uerum  $A : \Theta = \Gamma : \Delta$ . ergo  $A : B = \Gamma^3 : \Delta^3$ ; quod erat demonstrandum.

## XIII.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et singuli se ipsos multiplicantes numeros aliquos effecerint, numeri ex iis producti proportionales erunt; et si numeri ab initio sumpti numeros productos multiplicantes numeros aliquos effecerint, hi et ipsi proportionales erunt.<sup>1)</sup>

Sint quotlibet numeri deinceps proportionales  $A, B, \Gamma$ , ita ut sit  $A : B = B : \Gamma$ , et sit  $A \times A = \Delta$ ,  $B \times B = E$ ,  $\Gamma \times \Gamma = Z$ ,  $A \times \Delta = H$ ,  $B \times E = \Theta$ ,  $\Gamma \times Z = K$ . dico, et numeros  $\Delta, E, Z$  et  $H, \Theta, K$  deinceps proportionales esse.



nam sit  $A \times B = \Lambda$ ,  $A \times \Lambda = M$ ,  $B \times \Lambda = N$ ,  
et rursus sit  $B \times \Gamma = \Xi$ ,  $B \times \Xi = O$ ,  $\Gamma \times \Xi = \Pi$ .

1) Uerba sequentia καὶ ἀεὶ lin. 14 — συμβαίνει lin. 15 subditina uidentur; cfr. ad VII, 27. habet ea Campanus VIII, 12.

Ὁμοίως δὴ τοῖς ἐπάνω δείξομεν, ὅτι οἱ  $\Delta$ ,  $\Lambda$ ,  $E$   
καὶ οἱ  $H$ ,  $M$ ,  $N$ ,  $\Theta$  ἐξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἐν τῷ τοῦ  $A$   
πρὸς τὸν  $B$  λόγῳ, καὶ ἔτι οἱ  $E$ ,  $\Xi$ ,  $Z$  καὶ οἱ  $\Theta$ ,  $O$ ,  $\Pi$ ,  
 $K$  ἐξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἐν τῷ τοῦ  $B$  πρὸς τὸν  $\Gamma$   
5 λόγῳ. καὶ ἐστὶν ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $B$   
πρὸς τὸν  $\Gamma$ . καὶ οἱ  $\Delta$ ,  $\Lambda$ ,  $E$  ἄρα τοῖς  $E$ ,  $\Xi$ ,  $Z$  ἐν τῷ  
αὐτῷ λόγῳ εἰσὶ καὶ ἔτι οἱ  $H$ ,  $M$ ,  $N$ ,  $\Theta$  τοῖς  $\Theta$ ,  $O$ ,  $\Pi$ ,  
 $K$ . καὶ ἐστὶν ἴσον τὸ μὲν τῶν  $\Delta$ ,  $\Lambda$ ,  $E$  πλῆθος τῷ  
τῶν  $E$ ,  $\Xi$ ,  $Z$  πλήθει, τὸ δὲ τῶν  $H$ ,  $M$ ,  $N$ ,  $\Theta$  τῷ τῶν  
10  $\Theta$ ,  $O$ ,  $\Pi$ ,  $K$ . δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς μὲν ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  
 $E$ , οὕτως ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $Z$ , ὡς δὲ ὁ  $H$  πρὸς τὸν  $\Theta$ ,  
οὕτως ὁ  $\Theta$  πρὸς τὸν  $K$ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιδ'.

Ἐὰν τετράγωνος τετράγωνον μετρῇ, καὶ ἡ  
15 πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει· καὶ ἐὰν ἡ πλευ-  
ρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ τετράγωνος τὸν  
τετράγωνον μετρήσει.

Ἐστῶσαν τετράγωνοι ἀριθμοὶ οἱ  $A$ ,  $B$ , πλευραὶ  
δὲ αὐτῶν ἑστῶσαν οἱ  $\Gamma$ ,  $\Delta$ , ὁ δὲ  $A$  τὸν  $B$  μετρεῖτω·  
20 λέγω, ὅτι καὶ ὁ  $\Gamma$  τὸν  $\Delta$  μετρεῖ.

Ὁ  $\Gamma$  γὰρ τὸν  $\Delta$  πολλαπλασιάσας τὸν  $E$  ποιεῖτω·  
οἱ  $A$ ,  $E$ ,  $B$  ἄρα ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῷ τοῦ  $\Gamma$   
πρὸς τὸν  $\Delta$  λόγῳ. καὶ ἐπεὶ οἱ  $A$ ,  $E$ ,  $B$  ἐξῆς ἀνάλο-

1.  $\Lambda$ ,  $E$ ] e corr. V. 2.  $N$ ] e corr. V; supra m. 2 B,  
id. mg. m. 2: καὶ οἱ  $H$ ,  $M$ ,  $N$ ,  $\Theta$ . 3.  $B$ ]  $Z$  φ. λόγῳ] corr.  
ex λόγον φ. 5. καὶ ἐστὶν — 6: τὸν  $\Gamma$ ] mg. φ. 7. εἰσὶν  
PB. 8. τῶν] om. P.  $\Lambda$ ,  $E$ ] e corr. V. 10. καὶ δι'  
ἴσου P. μὲν ὁ] ὁ μὲν BV φ. 14. Post τετράγωνος add.  
ἀριθμός supra m. 1 B φ, m. 2 V. Supra τετράγωνον add.  
ἀριθμόν B m. 2. 18. πλευρά φ. 23. λόγῳ] corr. ex λό-  
γον φ.

iam eodem modo, quo supra<sup>1)</sup>, demonstrabimus, numeros  $\Delta$ ,  $\Lambda$ ,  $E$  et  $H$ ,  $M$ ,  $N$ ,  $\Theta$  deinceps proportionales esse in ratione  $A : B$ , et praeterea  $E$ ,  $\Xi$ ,  $Z$  et  $\Theta$ ,  $O$ ,  $\Pi$ ,  $K$  deinceps proportionales esse in ratione  $B : \Gamma$ . et  $A : B = B : \Gamma$ . quare etiam  $\Delta$ ,  $\Lambda$ ,  $E$  et  $E$ ,  $\Xi$ ,  $Z$  in eadem ratione sunt et praeterea  $H$ ,  $M$ ,  $N$ ,  $\Theta$  et  $\Theta$ ,  $O$ ,  $\Pi$ ,  $K$ . et multitudo numerorum  $\Delta$ ,  $\Lambda$ ,  $E$  multitudini numerorum  $E$ ,  $\Xi$ ,  $Z$  aequalis est et multitudo numerorum  $H$ ,  $M$ ,  $N$ ,  $\Theta$  multitudini numerorum  $\Theta$ ,  $O$ ,  $\Pi$ ,  $K$ . ex aequo igitur erit  $\Delta : E = E : Z$  et  $H : \Theta = \Theta : K$  [VII, 14]; quod erat demonstrandum.

## XIV.

Si numerus quadratus quadratum numerum metitur, etiam latus latus metietur; et si latus latus metitur, etiam quadratus quadratum metietur.

Sint numeri quadrati  $A$ ,  $B$ , latera autem eorum  
 $A$  |—————| sint  $\Gamma$ ,  $\Delta$ , et  $A$  numerum  $B$  me-  
 $B$  |—————| tiatur. dico, etiam  $\Gamma$  numerum  
 $\Gamma$  |————|  $\Delta$  |—————|  $\Delta$  metiri.  
 $E$  |—————| sit enim  $\Gamma \times \Delta = E$ ; itaque  
 $A$ ,  $E$ ,  $B$  deinceps proportionales sunt in ratione  $\Gamma : \Delta$   
 [prop. XI]. et quoniam  $A$ ,  $E$ ,  $B$  deinceps proportionales

---

1) Uelut in prop. 12, scilicet per VII, 17—18. cum enim  $A \times A = \Delta$  et  $A \times B = \Lambda$ , erit  $A : B = \Delta : \Lambda$ . cum  $A \times B = \Lambda$  et  $B \times B = E$ , erit  $A : B = \Lambda : E$ . itaque  $A : B = \Delta : \Lambda = \Lambda : E$ . et cum  $A \times \Delta = H$ ,  $A \times \Lambda = M$ , erit  $\Delta : \Lambda = H : M$ ; cum  $A \times \Delta = M$ ,  $B \times \Lambda = N$ , erit  $A : B = M : N = H : M$ . cum  $B \times \Lambda = N$ ,  $B \times E = \Theta$ , erit  $\Lambda : E = N : \Theta = A : B = H : M = M : N$  cett.

γόν εἰσιν, καὶ μετρεῖ ὁ  $A$  τὸν  $B$ , μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ  $A$  τὸν  $E$ . καὶ ἐστὶν ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $E$ , οὕτως ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ . μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ  $\Gamma$  τὸν  $\Delta$ .

Πάλιν δὴ ὁ  $\Gamma$  τὸν  $\Delta$  μετρεῖται· λέγω, ὅτι καὶ ὁ  
5  $A$  τὸν  $B$  μετρεῖ.

Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δείξο-  
μεν, ὅτι οἱ  $A$ ,  $E$ ,  $B$  ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῷ τοῦ  
 $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$  λόγῳ. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ  $\Gamma$  πρὸς  
τὸν  $\Delta$ , οὕτως ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $E$ , μετρεῖ δὲ ὁ  $\Gamma$  τὸν  
10  $\Delta$ , μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ  $A$  τὸν  $E$ . καὶ εἰσιν οἱ  $A$ ,  $E$ ,  
 $B$  ἐξῆς ἀνάλογον· μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ  $A$  τὸν  $B$ .

Ἐὰν ἄρα τετράγωνος τετράγωνον μετρῇ, καὶ ἡ  
πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει· καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ τὴν  
πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον  
15 μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιε'.

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν μετρῇ,  
καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει· καὶ ἐὰν  
ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ κύβος τὸν  
20 κύβον μετρήσει.

Κύβος γὰρ ἀριθμὸς ὁ  $A$  κύβον τὸν  $B$  μετρεῖται,  
καὶ τοῦ μὲν  $A$  πλευρὰ ἔστω ὁ  $\Gamma$ , τοῦ δὲ  $B$  ὁ  $\Delta$ .  
λέγω, ὅτι ὁ  $\Gamma$  τὸν  $\Delta$  μετρεῖ.

Ὁ  $\Gamma$ . γὰρ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν  $E$  ποιεῖται,  
25 ὁ δὲ  $\Delta$  ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν  $H$  ποιεῖται, καὶ  
ἔτι ὁ  $\Gamma$  τὸν  $\Delta$  πολλαπλασιάσας τὸν  $Z$  [ποιεῖται], ἐκά-

1. εἰσι V φ. 2. E] seq. ras. 1 litt. V. 3. μετρεῖ — τὸν  
 $\Delta$ ] om. P. 4. πάλιν δὴ] ἀλλὰ δὴ μετρεῖται BV φ. ὁ]  
καὶ ὁ V φ. μετρεῖται] om. BV φ. 9. μετρεῖ — 10: τὸν  
E] om. P. 10. ἄρα] post ras. 2 litt. B. 12. Supra τετρά-  
γωνος et τετράγωνον in B scr. comp. ἀριθμός et ἀριθμόν.

sunt, et  $A$  numerum  $B$  metitur,  $A$  etiam numerum  $E$  metitur [prop. VII]. est autem  $A : E = \Gamma : \Delta$ . ergo etiam  $\Gamma$  numerum  $\Delta$  metitur [VII def. 20].

Rursus  $\Gamma$  numerum  $\Delta$  metiatur. dico, etiam  $A$  numerum  $B$  metiri.

nam iisdem comparatis similiter demonstrabimus, numeros  $A, E, B$  deinceps proportionales esse in ratione  $\Gamma : \Delta$ . et quoniam est  $\Gamma : \Delta = A : E$ , et  $\Gamma$  numerum  $\Delta$  metitur, etiam  $A$  numerum  $E$  metitur [VII def. 20]. et  $A, E, B$  deinceps proportionales sunt. quare etiam  $A$  numerum  $B$  metitur.<sup>1)</sup>

Ergo si numerus quadratus quadratum numerum metitur, etiam latus latus metietur; et si latus latus metitur, etiam quadratus quadratum metietur.

## XV.

Si cubus numerus cubum numerum metitur, etiam

$A$   ———	latus latus metietur; et si latus
$B$   —————	latus metitur, etiam cubus cu-
$\Gamma$   ———   $H$   ———	bum metietur.
$\Theta$   —————	
$\Delta$   —————	

$E$   ———	Nam cubus numerus $A$ cu-
$H$   —————	bum $B$ metiatur, et numeri $A$
$Z$   —————	latus sit $\Gamma$ , numeri $B$ autem $\Delta$ .
	dico, $\Gamma$ numerum $\Delta$ metiri.

sit enim  $\Gamma \times \Gamma = E$ ,  $\Delta \times \Delta = H$ ,  $\Gamma \times \Delta = Z$ ,

1) Nam  $E$  numerum  $B$  metitur (VII def. 20) et  $A$  numerum  $E$ .

15. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. PB. 21. μετρησείω φ. 22.  $\Gamma$ ]  $\Delta$  φ.  
 23. ὁ  $\Gamma$ ] καὶ ὁ  $\Gamma$  V φ. μετρήσει BV φ. 25. ὁ δὲ  $\Delta$  ἐαν-  
 τόν] καὶ ἔτι ὁ  $\Gamma$  τὸν  $\Delta$  BV φ. H] Z BV φ. καὶ ἔτι ὁ  
 $\Gamma$  τὸν  $\Delta$ ] ὁ δὲ  $\Delta$  ἐαντόν BV φ. 26. Z] H BV φ. ποιεῖτω]  
 om. P.

τερος δὲ τῶν  $\Gamma$ ,  $\Delta$  τὸν  $Z$  πολλαπλασιάσας ἐκάτερον  
 τῶν  $\Theta$ ,  $K$  ποιεῖτω. φανερόν δὴ, ὅτι οἱ  $E$ ,  $Z$ ,  $H$  καὶ  
 οἱ  $A$ ,  $\Theta$ ,  $K$ ,  $B$  ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῷ τοῦ  $\Gamma$  πρὸς  
 τὸν  $\Delta$  λόγῳ. καὶ ἐπεὶ οἱ  $A$ ,  $\Theta$ ,  $K$ ,  $B$  ἐξῆς ἀνάλογόν  
 5 εἰσιν, καὶ μετρεῖ ὁ  $A$  τὸν  $B$ , μετρεῖ ἄρα καὶ τὸν  $\Theta$ .  
 καὶ ἐστὶν ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $\Theta$ , οὕτως ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  
 $\Delta$ . μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ  $\Gamma$  τὸν  $\Delta$ .

Ἀλλὰ δὴ μετρεῖτω ὁ  $\Gamma$  τὸν  $\Delta$ . λέγω, ὅτι καὶ ὁ  
 $A$  τὸν  $B$  μετρήσει.

10 Τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων ὁμοίως δὴ  
 δείξομεν, ὅτι οἱ  $A$ ,  $\Theta$ ,  $K$ ,  $B$  ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν ἐν  
 τῷ τοῦ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$  λόγῳ. καὶ ἐπεὶ ὁ  $\Gamma$  τὸν  $\Delta$   
 μετρεῖ, καὶ ἐστὶν ὡς ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ , οὕτως ὁ  $A$   
 πρὸς τὸν  $\Theta$ , καὶ ὁ  $A$  ἄρα τὸν  $\Theta$  μετρεῖ. ὥστε καὶ  
 15 τὸν  $B$  μετρεῖ ὁ  $A$ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

### ις'.

Ἐὰν τετράγωνος ἀριθμὸς τετράγωνον ἀριθ-  
 μὸν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν  
 μετρήσει· καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μὴ με-  
 20 τρῇ, οὐδὲ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον με-  
 τρήσει.

Ἐστῶσαν τετράγωνοι ἀριθμοὶ οἱ  $A$ ,  $B$ , πλευραὶ  
 δὲ αὐτῶν ἔστῶσαν οἱ  $\Gamma$ ,  $\Delta$ , καὶ μὴ μετρεῖτω ὁ  $A$  τὸν  
 $B$ . λέγω, ὅτι οὐδὲ ὁ  $\Gamma$  τὸν  $\Delta$  μετρεῖ.

25 Εἰ γὰρ μετρεῖ ὁ  $\Gamma$  τὸν  $\Delta$ , μετρήσει καὶ ὁ  $A$  τὸν  
 $B$ . οὐ μετρεῖ δὲ ὁ  $A$  τὸν  $B$ . οὐδὲ ἄρα ὁ  $\Gamma$  τὸν  $\Delta$   
 μετρήσει.

3. οἱ] om. V φ. 5. εἰσι V φ. 6.  $\Theta$ ] om. φ. 7.  
 μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ  $\Gamma$  τὸν  $\Delta$ ] mg. m. 1 P. 9. μετρεῖσει φ.  
 10. αὐτόν φ. 11. δὴ] om. B. 12. τόν] om. P. καί] m.



$\Gamma \times Z = \Theta$ ,  $\Delta \times Z = K$ . manifestum igitur, numeros  $E, Z, H$  et  $A, \Theta, K, B$  deinceps proportionales esse in ratione  $\Gamma : \Delta$  [prop. XII]. et quoniam  $A, \Theta, K, B$  deinceps proportionales sunt, et  $A$  numerum  $B$  metitur, etiam numerum  $\Theta$  metitur [prop. VII]. uerum  $A : \Theta = \Gamma : \Delta$ . ergo etiam  $\Gamma$  numerum  $\Delta$  metitur.

Rursus metiatur  $\Gamma$  numerum  $\Delta$ . dico, etiam  $A$  numerum  $B$  metiri. nam iisdem comparatis similiter demonstrabimus, numeros  $A, \Theta, K, B$  deinceps proportionales esse in ratione  $\Gamma : \Delta$ . et quoniam  $\Gamma$  numerum  $\Delta$  metitur, et  $\Gamma : \Delta = A : \Theta$ , etiam  $A$  numerum  $\Theta$  metitur [VII def. 20]. quare etiam numerum  $B$ <sup>1)</sup> metitur  $A$ ; quod erat demonstrandum.

## XVI.

Si numerus quadratus quadratum numerum non metitur, ne latus quidem latus metietur; et si latus latus non metitur, ne quadratus quidem quadratum metietur.

$A$  |—————|      Sint numeri quadrati  $A, B$ , latera  
 $B$  |—————|      autem eorum sint  $\Gamma, \Delta$ , et  $A$  nume-  
 $\Gamma$  |—————|      rum  $B$  ne metiatur. dico, ne  $\Gamma$  qui-  
 $\Delta$  |—————|      dem numerum  $\Delta$  metiri.

nam si  $\Gamma$  numerum  $\Delta$  metitur, etiam  $A$  numerum  $B$  metietur [prop. XIV]. at  $A$  numerum  $B$  non metitur. ergo ne  $\Gamma$  quidem numerum  $\Delta$  metietur.

1) Cfr. p. 313 not.

2 B, om. V  $\varphi$ .      19. μή] supra V.      22. ἀριθμοί] m. 2 B,  
om. V  $\varphi$ .      23. μή] supra V.      24. λέγω δέ P. οὐδ' V.  
μετρήσει V  $\varphi$ .      μετρεῖ — 25: τὸν  $\Delta$ ] mg. m. 1 P.      26. οὐδ' B.

Μὴ μετρεῖτω [δὴ] πάλιν ὁ Γ τὸν Δ· λέγω, ὅτι οὐδὲ ὁ Α τὸν Β μετρήσει.

Εἰ γὰρ μετρεῖ ὁ Α τὸν Β, μετρήσει καὶ ὁ Γ τὸν Δ. οὐ μετρεῖ δὲ ὁ Γ τὸν Δ· οὐδ' ἄρα ο Α τὸν Β  
5 μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιξ'.

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν μὴ με-  
τρῇ, οὐδὲ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει·  
καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ὁ  
10 κύβος τὸν κύβον μετρήσει.

Κύβος γὰρ ἀριθμὸς ὁ Α κύβον ἀριθμὸν τὸν Β  
μὴ μετρεῖτω, καὶ τοῦ μὲν Α πλευρὰ ἔστω ὁ Γ, τοῦ  
δὲ Β ὁ Δ· λέγω, ὅτι ὁ Γ τὸν Δ οὐ μετρήσει.

Εἰ γὰρ μετρεῖ ὁ Γ τὸν Δ, καὶ ὁ Α τὸν Β με-  
15 τρήσει. οὐ μετρεῖ δὲ ὁ Α τὸν Β· οὐδ' ἄρα ὁ Γ  
τὸν Δ μετρεῖ.

Ἀλλὰ δὴ μὴ μετρεῖτω ὁ Γ τὸν Δ· λέγω, ὅτι οὐδὲ ὁ Α τὸν Β μετρήσει.

Εἰ γὰρ ὁ Α τὸν Β μετρεῖ, καὶ ὁ Γ τὸν Δ με-  
20 τρήσει. οὐ μετρεῖ δὲ ὁ Γ τὸν Δ· οὐδ' ἄρα ὁ Α τὸν  
Β μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιη'.

Δύο ὁμοίων ἐπιπέδων ἀριθμῶν εἰς μέσος  
ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός· καὶ ὁ ἐπίπεδος πρὸς  
25 τὸν ἐπίπεδον διπλασίονα λόγον ἔχει ἢ περ ἡ  
ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

1. δὴ] om. P. 3. εἰ γὰρ μετρεῖ ὁ Α τὸν Β] mg. m. 1 P.  
μετρήσει] om. P. 4. Δ] eras. V. οὐ μετρεῖ δὲ ὁ Γ τὸν  
Δ] m. 2 B. 5. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. B. 9. μετρῇ] -ῇ

Rursus  $\Gamma$  numerum  $\Delta$  ne metiatur. dico, ne  $A$  quidem numerum  $B$  metiri.

nam si  $A$  numerum  $B$  metitur, etiam  $\Gamma$  numerum  $\Delta$  metietur [prop. XIV]. at  $\Gamma$  numerum  $\Delta$  non metitur. ergo ne  $A$  quidem numerum  $B$  metietur; quod erat demonstrandum.

## XVII.

Si cubus numerus cubum numerum non metitur, ne latus quidem latus metietur; et si latus latus non metitur, ne cubus quidem cubum metietur.

Nam cubus numerus  $A$  cubum  
 $\text{—————}|A$   $B$   
 $\text{—————}|$  numerum  $B$  ne metiatur, et nu-  
 $\text{———}| \Gamma$  meri  $A$  latus sit  $\Gamma$ , numeri  $B$  autem  
 $\text{—————}| \Delta$   $\Delta$ . dico,  $\Gamma$  numerum  $\Delta$  non metiri.

nam si  $\Gamma$  numerum  $\Delta$  metitur, etiam  $A$  numerum  $B$  metietur [prop. XV]. at  $A$  numerum  $B$  non metitur. ergo ne  $\Gamma$  quidem numerum  $\Delta$  metitur.

Uerum  $\Gamma$  numerum  $\Delta$  ne metiatur. dico, ne  $A$  quidem numerum  $B$  metiri.

nam si  $A$  numerum  $B$  metitur, etiam  $\Gamma$  numerum  $\Delta$  metietur [prop. XV]. at  $\Gamma$  numerum  $\Delta$  non metitur. ergo ne  $A$  quidem numerum  $B$  metietur; quod erat demonstrandum.

## XVIII.

Inter duos similes numeros planos unus medius est proportionalis numerus; et planus ad planum

in ras.  $\varphi$ . 13.  $\delta$ ] (prius) corr. ex τοῦ V. 14. μετρεῖ] με-  
 τρήσει V  $\varphi$ . 15. οὐδέ V  $\varphi$ . 20.  $\delta$   $A$ ] supra, m. 2 V. 21.  
 ὅπερ εἶδει δεῖξαι] om. B V  $\varphi$ .

Ἔστωσαν δύο ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ οἱ  $A, B$ , καὶ τοῦ μὲν  $A$  πλευραὶ ἔστωσαν οἱ  $\Gamma, \Delta$  ἀριθμοί, τοῦ δὲ  $B$  οἱ  $E, Z$ . καὶ ἐπεὶ ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν οἱ ἀνάλογον ἔχοντες τὰς πλευράς, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ , οὕτως ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $Z$ . λέγω οὖν, ὅτι τῶν  $A, B$  εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός, καὶ ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$  διπλασίονα λόγον ἔχει ἢπερ ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $E$  ἢ ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $Z$ , τουτέστιν ἢπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον [πλευράν].

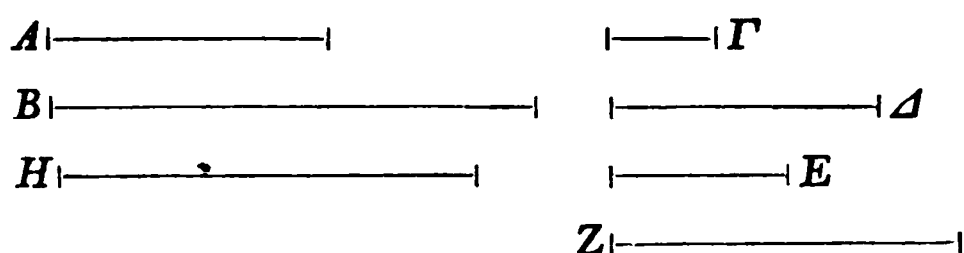
Καὶ ἐπεὶ ἐστιν ὡς ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ , οὕτως ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $Z$ , ἐναλλάξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $E$ , ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $Z$ . καὶ ἐπεὶ ἐπίπεδός ἐστιν ὁ  $A$ , πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ  $\Gamma, \Delta$ , ὁ  $\Delta$  ἄρα τὸν  $\Gamma$  πολλαπλασιάσας τὸν  $A$  πεποίηκεν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ  $E$  τὸν  $Z$  πολλαπλασιάσας τὸν  $B$  πεποίηκεν. ὁ  $\Delta$  δὴ τὸν  $E$  πολλαπλασιάσας τὸν  $H$  ποιείτω. καὶ ἐπεὶ ὁ  $\Delta$  τὸν μὲν  $\Gamma$  πολλαπλασιάσας τὸν  $A$  πεποίηκεν, τὸν δὲ  $E$  πολλαπλασιάσας τὸν  $H$  πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $E$ , οὕτως ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $H$ . ἀλλ' ὡς ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $E$ , [οὕτως] ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $Z$ . καὶ ὡς ἄρα ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $Z$ , οὕτως ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $H$ . πάλιν, ἐπεὶ ὁ  $E$  τὸν μὲν  $\Delta$  πολλαπλασιάσας τὸν  $H$  πεποίηκεν, τὸν δὲ  $Z$  πολλαπλασιάσας τὸν  $B$  πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $Z$ , οὕτως ὁ  $H$  πρὸς τὸν  $B$ . ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $Z$ , οὕτως ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $H$ . καὶ ὡς ἄρα ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $H$ , οὕτως ὁ  $H$  πρὸς τὸν  $B$ . οἱ  $A, H, B$  ἄρα ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν. τῶν  $A, B$  ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός.

1. ἀριθμοί] om. V φ. 9. πλευράν] om. P. 11. Γ] in ras. φ. 13. πολυπλασιάσας P. 14. πεποίηκε V φ. 15. Z]

duplicatam rationem habet quam latera correspondentia.

Sint duo numeri plani similes  $A$ ,  $B$ , et latera numeri  $A$  sint  $\Gamma$ ,  $\Delta$ , numeri  $B$  autem  $E$ ,  $Z$ . et quoniam similes plani numeri ii sunt, qui latera proportionalia habent [VII def. 21], erit  $\Gamma : \Delta = E : Z$ . dico, inter  $A$ ,  $B$  unum medium esse proportionalem numerum, et esse  $A : B = \Gamma^2 : E^2 = \Delta^2 : Z^2$ .

iam quoniam est  $\Gamma : \Delta = E : Z$ , permutando erit  $\Gamma : E = \Delta : Z$  [VII, 13]. et quoniam  $A$  planus est,



latera autem eius  $\Gamma$ ,  $\Delta$ , erit  $\Delta \times \Gamma = A$ . eadem de causa erit etiam  $E \times Z = B$ . iam sit  $\Delta \times E = H$ . et quoniam  $\Delta \times \Gamma = A$  et  $\Delta \times E = H$ , erit  $\Gamma : E = A : H$  [VII, 17]. uerum  $\Gamma : E = \Delta : Z$ . quare etiam  $\Delta : Z = A : H$ . rursus quoniam

$E \times \Delta = H$  et  $E \times Z = B$ , erit  $\Delta : Z = H : B$  [VII, 17]. demonstrauius autem, esse etiam

$$\Delta : Z = A : H.$$

quare etiam  $A : H = H : B$ . itaque  $A$ ,  $H$ ,  $B$  deinceps proportionales sunt. ergo inter  $A$ ,  $B$  unus medius proportionalis est numerus.

in ras.  $\varphi$ . πολυπλασιάσας P. 16. πολυπλασιάσας P. 17. μέν] supra m. 2 V. πολυπλασιάσας P. πεποίηκε V  $\varphi$ . 18. πολυπλασιάσας P. 19. ἀλ'  $\varphi$ . 20. οὕτως] om. P. Z] seq. οὕτως ὁ  $A$  P, del. m. 1. καὶ ὡς ἄρα ὁ  $\Delta$  πρὸς] in ras.  $\varphi$ . 22. μέν] om. P. πολυπλασιάσας P. 23. πεποίηκε V  $\varphi$ . πολυπλασιάσας P. 24. Z] in ras.  $\varphi$ . 28. εἰσι V  $\varphi$ .

Λέγω δὴ, ὅτι καὶ ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$  διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν, τουτέστιν ἥπερ ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $E$  ἢ ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $Z$ . ἐπεὶ γὰρ οἱ  $A, H, B$  ἐξῆς ἀνά-  
 5 λογόν εἰσιν, ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$  διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ πρὸς τὸν  $H$ . καὶ ἐστὶν ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $H$ , οὕτως ὁ τε  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $E$  καὶ ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $Z$ . καὶ ὁ  $A$  ἄρα πρὸς τὸν  $B$  διπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $E$  ἢ ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $Z$ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

10

ιθ'.

Δύο ὁμοίων στερεῶν ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί· καὶ ὁ στερεὸς πρὸς τὸν ὅμοιον στερεὸν τριπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμό-  
 15 λογον πλευράν.

Ἐστωσαν δύο ὅμοιοι στερεοὶ οἱ  $A, B$ , καὶ τοῦ μὲν  $A$  πλευραὶ ἔστωσαν οἱ  $\Gamma, \Delta, E$ , τοῦ δὲ  $B$  οἱ  $Z, H, \Theta$ . καὶ ἐπεὶ ὅμοιοι στερεοὶ εἰσιν οἱ ἀνάλογον ἔχοντες τὰς πλευράς, ἐστὶν ἄρα ὡς μὲν ὁ  $\Gamma$  πρὸς  
 20 τὸν  $\Delta$ , οὕτως ὁ  $Z$  πρὸς τὸν  $H$ , ὡς δὲ ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $E$ , οὕτως ὁ  $H$  πρὸς τὸν  $\Theta$ . λέγω, ὅτι τῶν  $A, B$  δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, καὶ ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$  τριπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $Z$  καὶ ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $H$  καὶ ἔτι ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $\Theta$ .  
 25 Ὁ  $\Gamma$  γὰρ τὸν  $\Delta$  πολλαπλασιάσας τὸν  $K$  ποιεῖτω, ὁ δὲ  $Z$  τὸν  $H$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Lambda$  ποιεῖτω. καὶ

4. τόν] τήν P. 6. τόν] (alt.) corr. ex τό m. 2 P. 8. ἄρα διπλασίονα λόγον ἔχει πρὸς τὸν  $B$  Vφ. ὁ  $\Gamma$ ] ὁ τε  $\Gamma$  PBVφ; corr. ed. Basil. 11. μέσοι] ὅμοιοι V (corr. m. rec.), φ. 16. οἱ] ἀριθμοὶ οἱ φ, Vm. 2. 17. μέν] om. B, supra m.

Iam dico, esse etiam  $A : B = \Gamma^2 : E^2 = \Delta^2 : Z^2$ .  
nam quoniam  $A, H, B$  deinceps proportionales sunt,  
erit [V def. 9]  $A : B = A^2 : H^2$ .

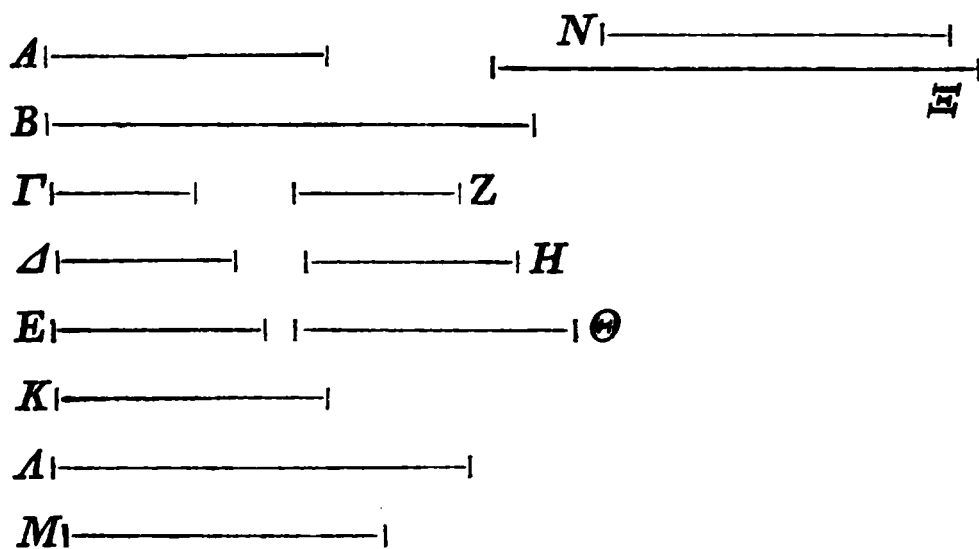
et  $A : H = \Gamma : E = \Delta : Z$ .

quare etiam  $A : B = \Gamma^2 : E^2 = \Delta^2 : Z^2$ ; quod erat  
demonstrandum.

## XIX.

Inter duos similes numeros solidos duo medii  
proportionales numeri interponuntur; et solidus ad  
solidum similem triplicatam rationem habet quam  
latera correspondentia.

Sint duo solidi similes  $A, B$  et numeri  $A$  latera  
sint  $\Gamma, \Delta, E$ , numeri  $B$  autem  $Z, H, \Theta$ . et quoniam



similes solidi ii sunt, qui latera proportionalia habent  
[VII def. 21], erit  $\Gamma : \Delta = Z : H$ ,  $\Delta : E = H : \Theta$ .  
dico, inter  $A, B$  duos medios proportionales numeros  
interponi, et esse  $A : B = \Gamma^3 : Z^3 = \Delta^3 : H^3 = E^3 : \Theta^3$ .

sit enim  $\Gamma \times \Delta = K$ ,  $Z \times H = A$ . et quoniam

2 V. 18. ἀριθμοὶ οἱ V φ. 19. μὲν ὁ] ὁ μὲν V φ, ὁ B.  
24. καὶ] (prius) om. B, mg. ἦ. ἔτι] ἔστι φ.

ἐπεὶ οἱ  $\Gamma, \Delta$  τοῖς  $Z, H$  ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν, καὶ  
ἐκ μὲν τῶν  $\Gamma, \Delta$  ἐστὶν ὁ  $K$ , ἐκ δὲ τῶν  $Z, H$  ὁ  $A$ ,  
οἱ  $K, A$  [ἄρα] ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί· τῶν  $K,$   
 $A$  ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν ἀριθμός. ἔστω ὁ  
5  $M$ . ὁ  $M$  ἄρα ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν  $\Delta, Z$ , ὡς ἐν τῷ πρὸ  
τούτου θεωρήματι ἐδείχθη. καὶ ἐπεὶ ὁ  $\Delta$  τὸν μὲν  
 $\Gamma$  πολλαπλασιάσας τὸν  $K$  πεποίηκεν, τὸν δὲ  $Z$  πολ-  
λαπλασιάσας τὸν  $M$  πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $\Gamma$   
πρὸς τὸν  $Z$ , οὕτως ὁ  $K$  πρὸς τὸν  $M$ . ἀλλ' ὡς ὁ  $K$   
10 πρὸς τὸν  $M$ , ὁ  $M$  πρὸς τὸν  $A$ . οἱ  $K, M, A$  ἄρα  
ἐξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἐν τῷ τοῦ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $Z$  λό-  
γῳ. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ , οὕτως ὁ  
 $Z$  πρὸς τὸν  $H$ , ἐναλλάξ ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  
 $Z$ , οὕτως ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $H$ . διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ  
15 ὡς ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $H$ , οὕτως ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $\Theta$ . οἱ  
 $K, M, A$  ἄρα ἐξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἐν τε τῷ τοῦ  $\Gamma$   
πρὸς τὸν  $Z$  λόγῳ καὶ τῷ τοῦ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $H$  καὶ  
ἔτι τῷ τοῦ  $E$  πρὸς τὸν  $\Theta$ . ἕκαστος δὲ τῶν  $E, \Theta$   
τὸν  $M$  πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν  $N, \Xi$  ποιεῖτω.  
20 καὶ ἐπεὶ στερεός ἐστὶν ὁ  $A$ , πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν  
οἱ  $\Gamma, \Delta, E$ , ὁ  $E$  ἄρα τὸν ἐκ τῶν  $\Gamma, \Delta$  πολλαπλα-  
σιάσας τὸν  $A$  πεποίηκεν. ὁ δὲ ἐκ τῶν  $\Gamma, \Delta$  ἐστὶν ὁ  
 $K$ . ὁ  $E$  ἄρα τὸν  $K$  πολλαπλασιάσας τὸν  $A$  πεποίηκεν.  
διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ ὁ  $\Theta$  τὸν  $A$  πολλαπλασιάσας τὸν  
25  $B$  πεποίηκεν. καὶ ἐπεὶ ὁ  $E$  τὸν  $K$  πολλαπλασιάσας  
τὸν  $A$  πεποίηκεν, ἀλλὰ μὴν καὶ τὸν  $M$  πολλαπλα-  
σιάσας τὸν  $N$  πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $K$  πρὸς  
τὸν  $M$ , οὕτως ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $N$ . ὡς δὲ ὁ  $K$  πρὸς  
τὸν  $M$ , οὕτως ὁ τε  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $Z$  καὶ ὁ  $\Delta$  πρὸς  
30 τὸν  $H$  καὶ ἔτι ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $\Theta$ . καὶ ὡς ἄρα ὁ

1. οἱ] corr. ex ὁ m. 2 P. εἰσί V φ. 3. ἄρα] om. P.



$\Gamma$ ,  $\Delta$  et  $Z$ ,  $H$  in eadem ratione sunt, et  $\Gamma \times \Delta = K$ ,  $Z \times H = A$ , numeri  $K$ ,  $A$  similes plani sunt [VII def. 21]. itaque inter  $K$ ,  $A$  unus medius est proportionalis numerus [prop. XVIII]. sit  $M$ . itaque  $M = \Delta \times Z$ , ut in propositione praecedenti demonstratum est [p. 318, 15; 26]. et quoniam

$\Delta \times \Gamma = K$  et  $\Delta \times Z = M$ , erit  $\Gamma : Z = K : M$  [VII, 17]. uerum  $K : M = M : A$ . itaque  $K$ ,  $M$ ,  $A$  deinceps proportionales sunt in ratione  $\Gamma : Z$ . et quoniam est  $\Gamma : \Delta = Z : H$ , permutando erit

$$\Gamma : Z = \Delta : H \text{ [VII, 13].}$$

eadem de causa erit etiam  $\Delta : H = E : \Theta$ . itaque  $K$ ,  $M$ ,  $A$  deinceps proportionales sunt in rationibus  $\Gamma : Z$ ,  $\Delta : H$ ,  $E : \Theta$ . iam sit  $E \times M = N$  et  $\Theta \times M = \Xi$ . et quoniam  $A$  solidus est, et latera eius sunt  $\Gamma$ ,  $\Delta$ ,  $E$ , erit  $E \times \Gamma \times \Delta = A$ . uerum  $\Gamma \times \Delta = K$ . itaque  $E \times K = A$ . eadem de causa etiam  $\Theta \times \Delta = B$ . et quoniam  $E \times K = A$ , et  $E \times M = N$ , erit  $K : M = A : N$  [VII, 17]. uerum

$$K : M = \Gamma : Z = \Delta : H = E : \Theta.$$

6. Post  $\epsilon\delta\epsilon\lambda\chi\theta\eta$  add.  $\forall \varphi$ :  $\epsilon\sigma\tau\iota\nu \acute{\alpha}\rho\alpha$  ( $\epsilon\tau\iota \varphi$ )  $\acute{\omega}\varsigma \delta \ K \ \pi\rho\acute{o}\varsigma \ \tau\acute{o}\nu \ M$ ,  $\delta \ M \ \pi\rho\acute{o}\varsigma \ \tau\acute{o}\nu \ A$ ; idem B mg. m. 2. 7.  $\pi\epsilon\pi\acute{o}\iota\eta\kappa\epsilon \ \forall \varphi$ .  
 9.  $\acute{\alpha}\lambda\lambda' \ \acute{\omega}\varsigma \delta \ K \ \pi\rho\acute{o}\varsigma \ \tau\acute{o}\nu \ M$ ] mg.  $\varphi$ . 10.  $\delta$ ]  $\acute{o}\upsilon\tau\omega\varsigma \delta \ \forall \varphi$ .  
 11.  $\epsilon\lambda\iota\sigma\iota\nu$ ] om. P, supra m. 1 V. 14.  $\delta\iota\alpha \ \tau\acute{\alpha} \ \alpha\upsilon\tau\acute{\alpha} \ \delta\eta \ \kappa\alpha\iota$ ] P;  $\pi\acute{\alpha}\lambda\iota\nu \ \epsilon\pi\epsilon\iota \ \epsilon\sigma\tau\iota\nu \ \acute{\omega}\varsigma \delta \ \Delta \ \pi\rho\acute{o}\varsigma \ \tau\acute{o}\nu \ E$ ,  $\acute{o}\upsilon\tau\omega\varsigma \delta \ H \ \pi\rho\acute{o}\varsigma \ \tau\acute{o}\nu \ \Theta$ ,  $\epsilon\nu\alpha\lambda\lambda\acute{\alpha}\xi \ \acute{\alpha}\rho\alpha \ \epsilon\sigma\tau\iota\nu$  Theon (BV $\varphi$ ). 16.  $K$ ,  $A$ ,  $M \ \forall \varphi$ .  $\acute{\alpha}\rho\alpha$ ]  $\epsilon\tau\iota \varphi$ .  $\acute{\alpha}\nu\acute{\alpha}\lambda\omicron\gamma\acute{o}\nu \ \epsilon\lambda\iota\sigma\iota\nu \ \forall \varphi$ . 17.  $\lambda\acute{o}\gamma\varphi$ ] om. V $\varphi$ .  $\tau\tilde{\omega}$ ] om. V $\varphi$ . 21.  $\Gamma$ ] (prius) eras. V. 22.  $\Delta$ ] seq. in P:  $\pi\omicron\lambda\lambda\alpha\pi\lambda\alpha\sigma\iota\acute{\alpha}\sigma\alpha\varsigma$ , sed delet. 23.  $\pi\epsilon\pi\acute{o}\iota\eta\kappa\epsilon \ \forall \varphi$ . 24. Post  $\pi\omicron\lambda\lambda\alpha\pi\lambda\alpha\sigma\iota\acute{\alpha}\sigma\alpha\varsigma$  add. Theon:  $\tau\acute{o}\nu \ \epsilon\kappa \ \tau\acute{\omega}\nu \ Z, H$  (BV $\varphi$ ). 25.  $\pi\epsilon\pi\acute{o}\iota\eta\kappa\epsilon \ \forall \varphi$ . 30.  $\epsilon\tau\iota$ ] corr. ex  $\acute{o}\tau\iota$  m. 1 P;  $\epsilon\sigma\tau\iota\nu \varphi$ , mg.  $\epsilon\tau\iota$ .  $\kappa\alpha\iota \ \acute{\omega}\varsigma$ ]  $\acute{\omega}\varsigma \ BV\varphi$ .

- $\Gamma$  πρὸς τὸν  $Z$  καὶ ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $H$  καὶ ὁ  $E$  πρὸς τὸν  
 $\Theta$ , οὕτως ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $N$ . πάλιν, ἐπεὶ ἐκάτερος  
 τῶν  $E$ ,  $\Theta$  τὸν  $M$  πολλαπλασιάσας ἐκάτερον τῶν  $N$ ,  
 $\Xi$  πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ο  $E$  πρὸς τὸν  $\Theta$ , οὕτως  
 5 ὁ  $N$  πρὸς τὸν  $\Xi$ . ἀλλ' ὡς ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $\Theta$ , οὕτως  
 ὁ τε  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $Z$  καὶ ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $H$  καὶ ὡς  
 ἄρα ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $Z$  καὶ ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $H$  καὶ ὁ  
 $E$  πρὸς τὸν  $\Theta$ , οὕτως ὁ τε  $A$  πρὸς τὸν  $N$  καὶ ὁ  
 $N$  πρὸς τὸν  $\Xi$ . πάλιν, ἐπεὶ ὁ  $\Theta$  τὸν  $M$  πολλαπλα-  
 10 σιάσας τὸν  $\Xi$  πεποίηκεν, ἀλλὰ μὴν καὶ τὸν  $\Delta$  πολ-  
 λαπλασιάσας τὸν  $B$  πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $M$   
 πρὸς τὸν  $\Delta$ , οὕτως ὁ  $\Xi$  πρὸς τὸν  $B$ . ἀλλ' ὡς ὁ  
 $M$  πρὸς τὸν  $\Delta$ , οὕτως ὁ τε  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $Z$  καὶ ὁ  $\Delta$   
 πρὸς τὸν  $H$  καὶ ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $\Theta$ . καὶ ὡς ἄρα ὁ  $\Gamma$   
 15 πρὸς τὸν  $Z$  καὶ ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $H$  καὶ ὁ  $E$  πρὸς τὸν  
 $\Theta$ , οὕτως οὐ μόνον ὁ  $\Xi$  πρὸς τὸν  $B$ , ἀλλὰ καὶ ὁ  
 $A$  πρὸς τὸν  $N$  καὶ ὁ  $N$  πρὸς τὸν  $\Xi$ . οἱ  $A$ ,  $N$ ,  $\Xi$ ,  
 $B$  ἄρα ἐξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἐν τοῖς εἰρημένοις τῶν  
 πλευρῶν λόγοις.
- 20 Λέγω, ὅτι καὶ ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$  τριπλασίονα λό-  
 γον ἔχει ἥπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλο-  
 γον πλευράν, τουτέστιν ἥπερ ὁ  $\Gamma$  ἀριθμὸς πρὸς τὸν  
 $Z$  ἢ ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $H$  καὶ ἔτι ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $\Theta$ . ἐπεὶ  
 γὰρ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν οἱ  $A$ ,  $N$ ,  
 25  $\Xi$ ,  $B$ , ὁ  $A$  ἄρα πρὸς τὸν  $B$  τριπλασίονα λόγον ἔχει  
 ἥπερ ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $N$ . ἀλλ' ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $N$ ,  
 οὕτως ἐδείχθη ὁ τε  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $Z$  καὶ ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  
 $H$  καὶ ἔτι ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $\Theta$ . καὶ ὁ  $A$  ἄρα πρὸς τὸν

2.  $N$ ] corr. ex  $K$   $V$ . 6. Post  $H$  add.  $P$ : καὶ ὁ  $E$  πρὸς  
 τὸν  $\Theta$ . καὶ ὡς — 8: τὸν  $\Theta$ ] del.  $P$  et  $m$ . 1 et  $m$ . 2. 8.  
 τε] om.  $P$ . 9.  $\Xi$ ]  $Z$   $\varphi$ . 14.  $\Theta$ . καὶ ὡς ἄρα ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν]

quare etiam erit  $\Gamma : Z = \Delta : H = E : \Theta = A : N$ .  
 rursus quoniam est  $E \times M = N$  et  $\Theta \times M = \Xi$ ,  
 erit  $E : \Theta = N : \Xi$  [VII, 18]. uerum

$$E : \Theta = \Gamma : Z = \Delta : H.$$

quare etiam  $\Gamma : Z = \Delta : H = E : \Theta = A : N = N : \Xi$ .  
 rursus quoniam est  $\Theta \times M = \Xi$  et  $\Theta \times A = B$ ,  
 erit  $M : A = \Xi : B$  [VII, 17]. uerum

$$M : A = \Gamma : Z = \Delta : H = E : \Theta.$$

quare etiam

$$\Gamma : Z = \Delta : H = E : \Theta = \Xi : B = A : N = N : \Xi.$$

itaque  $A, N, \Xi, B$  deinceps proportionales sunt in  
 rationibus laterum, quas indicauimus.

Dico, esse etiam

$$A : B = \Gamma^3 : Z^3 = \Delta^3 : H^3 = E^3 : \Theta^3.$$

nam quoniam quattuor numeri deinceps proportionales  
 sunt,  $A, N, \Xi, B$ , erit  $A : B = A^3 : N^3$  [V def. 10].  
 uerum  $A : N = \Gamma : Z = \Delta : H = E : \Theta$ , ut demon-

mg.  $\varphi$ . 16.  $\Xi$ ] Z  $\varphi$ . 17.  $\Xi$ ] corr. ex Z  $\varphi$ . 22.  $\pi\lambda\epsilon$ -  
 $\varphi\alpha\nu$   $\varphi$ . 28.  $\alpha\varphi\alpha$ ] om.  $\varphi$ ,  $\pi\rho\acute{o}s$  V.

*B* τριπλασίονα λόγον ἔχει ἥπερ ἡ ομόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν, τουτέστιν ἥπερ ὁ *Γ* ἀριθμὸς πρὸς τὸν *Z* καὶ ὁ *Δ* πρὸς τὸν *H* καὶ ἔτι ὁ *E* πρὸς τὸν *Θ*. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

κ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτῃ ἀριθμός, ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἔσονται οἱ ἀριθμοί.

Δύο γὰρ ἀριθμῶν τῶν *A*, *B* εἷς μέσος ἀνάλογον  
10 ἐμπίπτέτω ἀριθμὸς ὁ *Γ*. λέγω, ὅτι οἱ *A*, *B* ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί.

Εἰλήφθωσαν [γὰρ] ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων τοῖς *A*, *Γ* οἱ *Δ*, *E*. ἰσάκεις ἄρα ὁ *Δ* τὸν *A* μετρεῖ καὶ ὁ *E* τὸν *Γ*. ὁσάκεις δὴ ὁ *Δ*  
15 τὸν *A* μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ *Z*. ὁ *Z* ἄρα τὸν *Δ* πολλαπλασιάσας τὸν *A* πεποίηκεν. ὥστε ο *A* ἐπίπεδός ἐστιν, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ *Δ*, *Z*. πάλιν, ἐπεὶ οἱ *Δ*, *E* ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων τοῖς *Γ*, *B*, ἰσάκεις ἄρα ὁ *Δ* τὸν *Γ*  
20 μετρεῖ καὶ ὁ *E* τὸν *B*. ὁσάκεις δὴ ὁ *E* τὸν *B* μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ *H*. ὁ *E* ἄρα τὸν *B* μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ *H* μονάδας. ὁ *H* ἄρα τὸν *E* πολλαπλασιάσας τὸν *B* πεποίηκεν. ὁ *B* ἄρα

1. πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον] mg. φ. 6. ἐμπίπτει V, corr. m. 1. 9. μέσον B. ἀνάλογον] om. BVφ. In B supra scr. m. 2: εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτέτω ὁ *Γ* ἀριθμός, ὡς ὁ *A* πρὸς τὸν *Γ*, ὁ *Γ* πρὸς τὸν *B*. 12. γὰρ] om. P. 13. *A*, *Γ*] *A*, *Γ*, *B* Bφ, et V delete B. Post *E* in Vφ add. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ *Δ* πρὸς τὸν *E*, ὁ *A* πρὸς τὸν *Γ*. ὡς δὲ ὁ *A* πρὸς τὸν *Γ*, ὁ *Γ* πρὸς τὸν *B* (Θ φ). καὶ ὡς ἄρα ὁ *Δ* πρὸς τὸν *E*, ὁ *Γ* πρὸς τὸν *B*; idem B mg. m. 2 (δὴ pro δέ). 16. πε-

strauimus. quare etiam

$$A : B = \Gamma^3 : Z^3 = \Delta^3 : H^3 = E^3 : \Theta^3;$$

quod erat demonstrandum.

## XX.

Si inter duos numeros unus medius proportionalis interponitur numerus, numeri plani similes erunt.

Nam inter duos numeros  $A, B$  unus medius proportionalis interponatur numerus  $\Gamma$ . dico,  $A, B$  esse similes numeros planos.

sumantur  $\Delta, E$  minimi numeri eorum, qui eandem rationem habent ac  $A, \Gamma$  [VII, 33]. itaque  $\Delta$

numerum  $A$  et  $E$  numerum  $\Gamma$  aequaliter metitur [VII, 20].

iam quoties  $\Delta$  numerum  $A$

metitur, tot unitates sint in

$Z$ . itaque  $Z \times \Delta = A$  [VII

def. 15]. quare  $A$  planus est,

latera autem eius  $\Delta, Z$ . rur-

sus quoniam  $\Delta, E$  minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent ac  $\Gamma, B$ <sup>1)</sup>,  $\Delta$  numerum  $\Gamma$  et  $E$  nume-

rum  $B$  aequaliter metitur [VII, 20]. iam quoties  $E$

numerum  $B$  metitur, tot unitates sint in  $H$ . itaque

$E$  numerum  $B$  metitur secundum unitates numeri  $H$ .

itaque  $H \times E = B$  [VII def. 15]. itaque  $B$  planus

1) Nam  $A : \Gamma = \Gamma : B$ .

ποίηκε V-φ. Seq. in V φ: τὸν δὲ E πολλαπλασιάζας τὸν Γ πεποίηκεν; idem B m. 2. 17. ἐστὶ V φ. 18. εἰσιν P. 19. Γ, B] B, Γ φ. 20. δὴ] δέ P, et B (corr. m. 1). 21. ἔστωσαν] bis φ, sed corr. ὁ E] e corr. V, καὶ ὁ E P.

ἐπίπεδός ἐστι, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν οἱ  $E, H$ . οἱ  $A, B$  ἄρα ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί. λέγω δὴ, ὅτι καὶ ὅμοιοι. ἐπεὶ γὰρ ὁ  $Z$  τὸν μὲν  $\Delta$  πολλαπλασιάσας τὸν  $A$  πεποίηκεν, τὸν δὲ  $E$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  πε-  
 5 ποποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $E$ , οὕτως ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ , τουτέστιν ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $B$ . πάλιν, ἐπεὶ ὁ  $E$  ἐκότερον τῶν  $Z, H$  πολλαπλασιάσας τοὺς  $\Gamma, B$  πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $Z$  πρὸς τὸν  $H$ , οὕτως ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $B$ . ὡς δὲ ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως  
 10 ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $E$ . καὶ ὡς ἄρα ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $E$ , οὕτως ὁ  $Z$  πρὸς τὸν  $H$ . καὶ ἐναλλάξ ὡς ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $Z$ , οὕτως ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $H$ . οἱ  $A, B$  ἄρα ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοί εἰσιν· αἱ γὰρ πλευραὶ αὐτῶν ἀνάλογόν εἰσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

15

κα'.

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅμοιοι στερεοί εἰσιν οἱ ἀριθμοί.

Δύο γὰρ ἀριθμῶν τῶν  $A, B$  δύο μέσοι ἀνάλογον  
 20 ἐμπιπτέτωσαν ἀριθμοὶ οἱ  $\Gamma, \Delta$ . λέγω, ὅτι οἱ  $A, B$  ὅμοιοι στερεοί εἰσιν.

Εἰλήφθωσαν γὰρ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς  $A, \Gamma, \Delta$  τρεῖς οἱ  $E, Z, H$ . οἱ ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ  $E, H$  πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους  
 25 εἰσίν. καὶ ἐπεὶ τῶν  $E, H$  εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτωκεν ἀριθμὸς ὁ  $Z$ , οἱ  $E, H$  ἄρα ἀριθμοὶ ὅμοιοι

1. ἐπίπεδος] in ras. φ. 3. ἐπεὶ γὰρ — 4:  $\Gamma$  πεποίηκεν] del. B; ἐπεὶ γὰρ ἐκότερον (ex ἐκότερος V) τῶν  $\Delta, E$  ὁ  $Z$  ( $\Delta, E$  ὁ  $Z$  in ras. V) πολλαπλασιάσας ἐκότερον τῶν  $A, \Gamma$  (in ras. V) πεποίηκεν V φ; ἐπεὶ γὰρ ἐκότερος τῶν  $Z, H$  τὸν  $E$  πολλαπλασιάσας ἐκότερον τῶν  $\Gamma, B$  πεποίηκεν mg. B. In P mg. m. 1

est, et latera eius sunt  $E, H$ . ergo  $A, B$  plani sunt numeri.

Iam dico, eos etiam similes esse. nam quoniam est  $Z \times \Delta = A$  et  $Z \times E = \Gamma^1$ ), erit

$$\Delta : E = A : \Gamma = \Gamma : B.$$

rursus quoniam  $E \times Z = \Gamma$ ,  $E \times H = B$ , erit  $Z : H = \Gamma : B$  [VII, 17]. uerum  $\Gamma : B = \Delta : E$ . quare etiam  $\Delta : E = Z : H$ . et permutando  $\Delta : Z = E : H$  [VII, 13]. ergo  $A, B$  similes sunt numeri plani; latera enim eorum proportionalia sunt [VII def. 21]; quod erat demonstrandum.

### XXI.

Si inter duos numeros duo medii proportionales numeri interponuntur, numeri similes sunt solidi.

Nam inter duos numeros  $A, B$  duo medii proportionales interponantur numeri  $\Gamma, \Delta$ . dico, numeros  $A, B$  similes esse solidos.

sumantur enim  $E, Z, H$  numeri minimi eorum, qui in eadem ratione sunt ac  $A, \Gamma, \Delta$  [prop. II]. itaque extremi eorum  $E, H$  inter se primi sunt [prop. III]. et quoniam inter  $E, H$  unus medius proportionalis interponitur numerus  $Z$ , numeri  $E, H$  similes plani

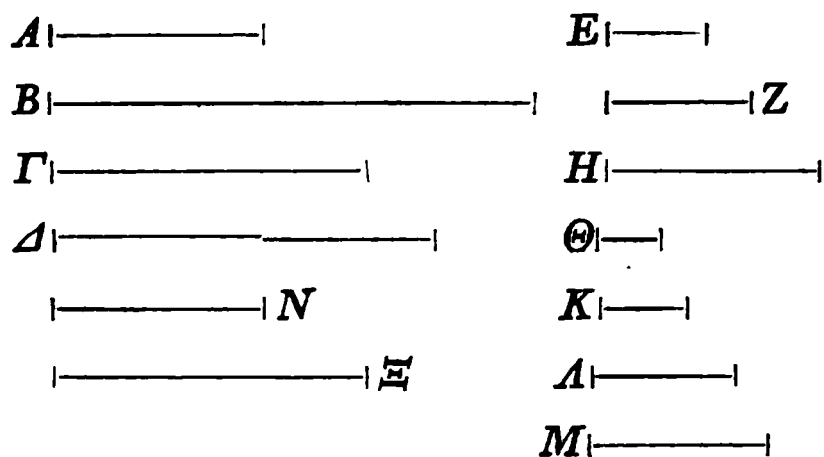
---

1) Nam  $\Delta : A = 1 : Z = E : \Gamma$ .

---

add.  $\sim$   $\iota\sigma\acute{\alpha}\kappa\iota\varsigma$  ἄρα ὁ  $\Delta$  τὸν  $A$  μετρεῖ καὶ ὁ  $E$  τὸν  $\Gamma$  (signo  $\sim$  nullum in textu respondit). 5. ὡς] om. P. 7. ἐκάτερον τῶν  $Z, H$  ὁ  $E$   $V\varphi$ .  $Z, H$  πολλαπλασιάσας τοὺς] om. B. τοὺς] ἐκάτερον τῶν  $V\varphi$ . 10. καὶ ὡς —  $E$ ] mg.  $\varphi$ . ἄρα] om. P. 11. καὶ ἐναλλάξ — 12: τὸν  $H$ ] om. Theon ( $BV\varphi$ ). 13. εἰσιν ἀριθμοί P. 16. ἐμπίπτουσιν  $\varphi$ , sed corr. 17. ἀριθμοί, ὅμοιοι] bis  $\varphi$ . οἱ] om. P. 20.  $\Gamma, \Delta$ ]  $\Delta, \Gamma$   $\varphi$ . λέγω γὰρ  $V$ , delete γὰρ. 23.  $\Delta$ ]  $\Delta, B$   $V\varphi$ . 25. εἰσὶ  $V\varphi$ . ἀνάλογος P. 26. ὁ  $Z$ ] om.  $\varphi$ .

ἐπίπεδοί εἰσιν. ἔστωσαν οὖν τοῦ μὲν  $E$  πλευραὶ οἱ  $\Theta$ ,  $K$ , τοῦ δὲ  $H$  οἱ  $A$ ,  $M$ . φανερόν ἄρα ἐστὶν ἐκ τοῦ πρὸ τούτου, ὅτι οἱ  $E$ ,  $Z$ ,  $H$  ἐξῆς εἰσιν ἀνάλογον ἐν



τε τῷ τοῦ  $\Theta$  πρὸς τὸν  $A$  λόγῳ καὶ τῷ τοῦ  $K$  πρὸς  
 5 τὸν  $M$ . καὶ ἐπεὶ οἱ  $E$ ,  $Z$ ,  $H$  ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν  
 αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς  $A$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$ , καὶ ἐστὶν ἴσον  
 τὸ πλῆθος τῶν  $E$ ,  $Z$ ,  $H$  τῷ πλήθει τῶν  $A$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$ , δι'  
 ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $H$ , οὕτως ὁ  $A$  πρὸς  
 τὸν  $\Delta$ . οἱ δὲ  $E$ ,  $H$  πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλά-  
 10 χιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λό-  
 γον ἔχοντας αὐτοῖς ἰσάκεις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα  
 καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα, τουτέστιν ὅ τε ἡγού-  
 μενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον·  
 ἰσάκεις ἄρα ὁ  $E$  τὸν  $A$  μετρεῖ καὶ ὁ  $H$  τὸν  $\Delta$ . ὁσά-  
 15 κεις δὴ ὁ  $E$  τὸν  $A$  μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν  
 ἐν τῷ  $N$ . ὁ  $N$  ἄρα τὸν  $E$  πολλαπλασιάσας τὸν  $A$   
 πεποίηκεν. ὁ δὲ  $E$  ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν  $\Theta$ ,  $K$ . ὁ  $N$  ἄρα  
 τὸν ἐκ τῶν  $\Theta$ ,  $K$  πολλαπλασιάσας τὸν  $A$  πεποίηκεν.  
 στερεὸς ἄρα ἐστὶν ὁ  $A$ , πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν οἱ  
 20  $\Theta$ ,  $K$ ,  $N$ . πάλιν, ἐπεὶ οἱ  $E$ ,  $Z$ ,  $H$  ἐλάχιστοί εἰσι τῶν  
 τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς  $\Gamma$ ,  $\Delta$ ,  $B$ , ἰσάκεις ἄρα  
 ὁ  $E$  τὸν  $\Gamma$  μετρεῖ καὶ ὁ  $H$  τὸν  $B$ . ὁσάκεις δὴ ὁ  $E$

2. τοῦ πρό] om. B V φ.

3. ἀνάλογόν εἰσιν V φ.

4.



sunt [prop. XX]. sint  $\Theta$ ,  $K$  latera numeri  $E$ , et  $A$ ,  $M$  latera numeri  $H$ . itaque ex praecedenti propositione manifestum est, numeros  $E$ ,  $Z$ ,  $H$  deinceps proportionales esse in ratione  $\Theta : A$  et  $K : M$ .<sup>1)</sup> et quoniam  $E$ ,  $Z$ ,  $H$  minimi<sup>2)</sup> sunt eorum, qui eandem rationem habent ac  $A$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$ , et multitudo numerorum  $E$ ,  $Z$ ,  $H$  aequalis est multitudini numerorum  $A$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$ , ex aequo erit  $E : H = A : \Delta$  [VII, 14]. sed  $E$ ,  $H$  primi sunt, primi autem etiam minimi [VII, 21], minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur, maior maiorem et minor minorem [VII, 20], h. e. praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque  $E$  numerum  $A$  et  $H$  numerum  $\Delta$  aequaliter metitur. iam quoties  $E$  numerum  $A$  metitur, tot unitates sint in  $N$ . itaque  $N \times E = A$  [VII def. 15]. uerum  $E = \Theta \times K$ . itaque

$$N \times \Theta \times K = A.$$

ergo  $A$  solidus est, latera autem eius  $\Theta$ ,  $K$ ,  $N$ . rursus quoniam  $E$ ,  $Z$ ,  $H$  minimi sunt eorum, qui eandem rationem habent ac  $\Gamma$ ,  $\Delta$ ,  $B$ <sup>3)</sup>,  $E$  numerum  $\Gamma$  et  $H$  numerum  $B$  aequaliter metitur [VII, 20]. iam quoties

1) Nam in prop. 20 demonstratum est

$$A : \Gamma = \Gamma : B = \Delta : E = Z : H.$$

2) Hoc solum utitur, quod numeri  $E$ ,  $Z$ ,  $H$  et  $A$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$  proportionales sunt.

3) Nam  $A : \Gamma = \Gamma : \Delta = \Delta : B = E : Z = Z : H$ , et  $E$ ,  $Z$ ,  $H$  minimi sunt in ratione  $A : \Gamma$  et  $\Gamma : \Delta$ .

$\tauόν$ ] om. B. 5.  $\tauόν$ ] om. B.  $εἶσιν$  P. 6.  $καί ἐστιν$  — 7:  $A$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$ ] om. Theon (BV  $\varphi$ ). 15.  $δῆ$ ]  $δέ$  V  $\varphi$ . 18.  $πεποίηκε$  V  $\varphi$ . 20.  $N$ ] in ras. V. 22.  $H$ ] in ras.  $\varphi$ .  $δῆ$ ]  $δέ$  BV  $\varphi$ .

τὸν  $\Gamma$  μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ  $\Xi$ .  
 ὁ  $H$  ἄρα τὸν  $B$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ  $\Xi$  μονάδας·  
 ὁ  $\Xi$  ἄρα τὸν  $H$  πολλαπλασιάσας τὸν  $B$  πεποίηκεν.  
 ὁ δὲ  $H$  ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν  $A, M$ . ὁ  $\Xi$  ἄρα τὸν ἐκ τῶν  
 5  $A, M$  πολλαπλασιάσας τὸν  $B$  πεποίηκεν. στερεὸς ἄρα  
 ἐστὶν ὁ  $B$ , πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν οἱ  $A, M, \Xi$ . οἱ  
 $A, B$  ἄρα στερεοὶ εἰσιν.

Λέγω [δή], ὅτι καὶ ὅμοιοι. ἐπεὶ γὰρ οἱ  $N, \Xi$  τὸν  
 $E$  πολλαπλασιάσαντες τοὺς  $A, \Gamma$  πεποιήκασιν, ἐστὶν  
 10 ἄρα ὡς ὁ  $N$  πρὸς τὸν  $\Xi$ , ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ , τουτέστιν  
 ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $Z$ . ἀλλ' ὡς ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $Z$ , ο  $\Theta$   
 πρὸς τὸν  $A$  καὶ ὁ  $K$  πρὸς τὸν  $M$ . καὶ ὡς ἄρα ὁ  $\Theta$   
 πρὸς τὸν  $A$ , οὕτως ο  $K$  πρὸς τὸν  $M$  καὶ ο  $N$  πρὸς  
 τὸν  $\Xi$ . καὶ εἰσιν οἱ μὲν  $\Theta, K, N$  πλευραὶ τοῦ  $A$ , οἱ  
 15 δὲ  $\Xi, A, M$  πλευραὶ τοῦ  $B$ . οἱ  $A, B$  ἄρα ἀριθμοὶ  
 ὅμοιοι στερεοὶ εἰσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κβ'.

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον ᾧσιν, ο  
 δὲ πρῶτος τετράγωνος ᾗ, καὶ ο τρίτος τετρά-  
 20 γωνος ἔσται.

Ἐστῶσαν τρεῖς ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον οἱ  $A, B$ ,  
 $\Gamma$ , ο δὲ πρῶτος ὁ  $A$  τετράγωνος ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ  
 ὁ τρίτος ὁ  $\Gamma$  τετράγωνός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ τῶν  $A, \Gamma$  εἷς μέσος ἀνάλογόν ἐστιν  
 25 ἀριθμὸς ὁ  $B$ , οἱ  $A, \Gamma$  ἄρα ὅμοιοι ἐπίπεδοι εἰσιν.  
 τετράγωνος δὲ ὁ  $A$ · τετράγωνος ἄρα καὶ ὁ  $\Gamma$ . ὅπερ  
 ἔδει δεῖξαι.

2. ὁ] καὶ ὁ P. κατά] insert. postea V. 4. τόν] corr.  
 ex τῶν V. 5. πεποίηκε V φ. Seq. in V φ: τὸν δὲ E πολλα-  
 πλασιάσας τὸν  $\Gamma$  πεποίηκε; idem B m. 2. 7. εἰσι V φ. 8.

$E$  numerum  $\Gamma$  metitur, tot unitates sint in  $\Xi$ . itaque  $H$  numerum  $B$  metitur secundum unitates numeri  $\Xi$ .<sup>1)</sup> itaque  $\Xi \times H = B$ . uerum  $H = A \times M$ . itaque  $\Xi \times A \times M = B$ . ergo  $B$  solidus est, latera autem eius sunt  $A, M, \Xi$ . ergo  $A, B$  solidi sunt.

Dico, eos etiam similes esse. nam quoniam

$$N \times E = A \text{ et } \Xi \times E = \Gamma^2), \text{ erit}$$

$$N : \Xi = A : \Gamma [\text{VII}, 18] = E : Z.$$

uerum  $E : Z = \Theta : A = K : M$ . quare etiam

$$\Theta : A = K : M = N : \Xi.$$

et  $\Theta, K, N$  latera sunt numeri  $A$ , et  $\Xi, A, M$ <sup>3)</sup> latera numeri  $B$ . ergo  $A, B$  similes sunt numeri solidi [VII def. 21]; quod erat demonstrandum.

## XXII.

Si tres numeri deinceps proportionales sunt, et primus quadratus est, etiam tertius quadratus erit.

Sint tres numeri deinceps proportionales  $A, B, \Gamma$ , et primus  $A$  quadratus sit. dico, etiam tertium  $\Gamma$  quadratum esse.

nam quoniam inter  $A, \Gamma$  unus medius est proportionalis numerus  $B$ ,  $A$  et  $\Gamma$  similes plani sunt [prop. XX]. uerum  $A$  quadratus est. ergo etiam  $\Gamma$  quadratus est [VII def. 21]; quod erat demonstrandum.

1) Nam  $E : \Gamma = 1 : \Xi = H : B$ .

2) Nam  $E : \Gamma = 1 : \Xi$ .

3) Debit dici  $A, M, \Xi$ . sed respicit ad. p. 332, 4.

$\delta\eta'$ ] om. P.  $N]$  e corr. V. 10.  $\Xi]$  corr. ex Z  $\varphi$ . 19.

$\kappa\alpha\iota\ \acute{o}]$   $\acute{o}$  insert. m. 2 P. 24.  $\acute{\alpha}\nu\acute{\alpha}\lambda\omicron\gamma\omicron\varsigma$  V, sed corr. m. 1.

25.  $\epsilon\lambda\omicron\iota$  V  $\varphi$ . 26.  $\Gamma]$  in ras. P.

κγ'.

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον ᾧσιν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ᾗ, καὶ ὁ τέταρτος κύβος ἔσται.

5 Ἐστωσαν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον οἱ  $A, B, \Gamma, \Delta$ , ὁ δὲ  $A$  κύβος ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ ὁ  $\Delta$  κύβος ἐστίν.

Ἐπεὶ γὰρ τῶν  $A, \Delta$  δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοὶ οἱ  $B, \Gamma$ , οἱ  $A, \Delta$  ἄρα ὅμοιοί εἰσι στερεοὶ  
10 ἀριθμοί. κύβος δὲ ὁ  $A$ · κύβος ἄρα καὶ ὁ  $\Delta$ · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κδ'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχω-  
σιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον  
15 ἀριθμόν, ὁ δὲ πρῶτος τετράγωνος ᾗ, καὶ ὁ δεύτερος τετράγωνος ἔσται.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ  $A, B$  πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχέτωσαν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς ὁ  $\Gamma$  πρὸς τετράγω-  
νον ἀριθμόν τὸν  $\Delta$ , ὁ δὲ  $A$  τετράγωνος ἔστω· λέγω,  
20 ὅτι καὶ ὁ  $B$  τετράγωνός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ οἱ  $\Gamma, \Delta$  τετράγωνοί εἰσιν, οἱ  $\Gamma, \Delta$  ἄρα ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν. τῶν  $\Gamma, \Delta$  ἄρα εἷς μέσος ἀνά-  
λογον ἐμπίπτει ἀριθμός. καὶ ἐστὶν ὡς ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  
 $\Delta$ , ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ · καὶ τῶν  $A, B$  ἄρα εἷς μέσος  
25 ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός. καὶ ἐστὶν ὁ  $A$  τετρά-  
γωνος· καὶ ὁ  $B$  ἄρα τετράγωνός ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

7. ἔσται BVφ. 9.  $B, \Gamma]$   $\Gamma, B$  φ. εἰσιν P. 14. τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς] mg. φ. τετράγωνος φ, sed corr.  
15. ἀριθμός φ, sed corr. ἢ τετράγωνος BVφ. 16. δεύτερος] λοιπός P. 22. εἰσι Vφ. 23. καί] καὶ ἐπεὶ P. τόν] om. B. 24. τόν] om. B. 25. ὁ] ὡς ὁ P.

## XXIII.

Si quattuor numeri deinceps proportionales sunt, et primus cubus est, etiam quartus cubus erit.

Sint quattuor numeri deinceps proportionales  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$ , et  $A$  cubus sit. dico, etiam  $\Delta$  cubum esse.

nam quoniam inter  $A$ ,  $\Delta$  duo  
 ————|  $A$   
 ————|  $B$   
 ————|  $\Gamma$   
 ————|  $\Delta$   
 medii proportionales sunt numeri  $B$ ,  
 $\Gamma$ ,  $A$  et  $\Delta$  similes sunt solidi numeri  
 [prop. XXI]. uerum  $A$  cubus est.  
 ergo etiam  $\Delta$  cubus est [VII def. 21];  
 quod erat demonstrandum.

## XXIV.

Si duo numeri inter se rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum, et primus quadratus est, etiam secundus quadratus erit.

Duo enim numeri  $A$ ,  $B$  inter se rationem habent, quam quadratus numerus  $\Gamma$  ad quadratum numerum  $\Delta$ , et  $A$  quadratus sit. dico, etiam  $B$  quadratum esse.

nam quoniam  $\Gamma$ ,  $\Delta$  quadrati sunt,  $\Gamma$ ,  $\Delta$  similes  
 sunt plani. itaque inter  $\Gamma$ ,  $\Delta$  unus  
 ————|  $A$   
 ————|  $B$   
 ————|  $\Gamma$   
 ————|  $\Delta$   
 medius proportionalis interponitur  
 numerus [prop. XVIII]. est autem  
 $\Gamma : \Delta = A : B$ . quare etiam inter  
 $A$ ,  $B$  unus medius proportionalis  
 interponitur numerus [prop. VIII]. et  $A$  quadratus  
 est. ergo etiam  $B$  quadratus est [prop. XXII]; quod  
 erat demonstrandum.

κε'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχω-  
 σιν, ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν,  
 ὁ δὲ πρῶτος κύβος ᾗ, καὶ ὁ δεύτερος κύβος  
 5 ἔσται.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ  $A, B$  πρὸς ἀλλήλους λόγον  
 ἔχέτωσαν, ὃν κύβος ἀριθμὸς ὁ  $\Gamma$  πρὸς κύβον ἀριθ-  
 μὸν τὸν  $\Delta$ , κύβος δὲ ἔστω ὁ  $A$ . λέγω [δή], ὅτι καὶ  
 ὁ  $B$  κύβος ἐστίν.

10 Ἐπεὶ γὰρ οἱ  $\Gamma, \Delta$  κύβοι εἰσίν, οἱ  $\Gamma, \Delta$  ὅμοιοι  
 στερεοὶ εἰσιν· τῶν  $\Gamma, \Delta$  ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογον  
 ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. ὅσοι δὲ εἰς τοὺς  $\Gamma, \Delta$  μεταξὺ  
 κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν, τοσοῦτοι καὶ  
 εἰς τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς· ὥστε καὶ  
 15 τῶν  $A, B$  δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθ-  
 μοί. ἐμπιπτέτωσαν οἱ  $E, Z$ . ἐπεὶ οὖν τέσσαρες ἀριθ-  
 μοὶ οἱ  $A, E, Z, B$  ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, καὶ ἐστι  
 κύβος ὁ  $A$ , κύβος ἄρα καὶ ὁ  $B$ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κς'.

20 Οἱ ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους  
 λόγον ἔχουσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς  
 τετράγωνον ἀριθμόν.

Ἔστωσαν ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ οἱ  $A, B$ . λέγω,  
 ὅτι ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$  λόγον ἔχει, ὃν τετράγωνος ἀριθ-  
 25 μὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν.

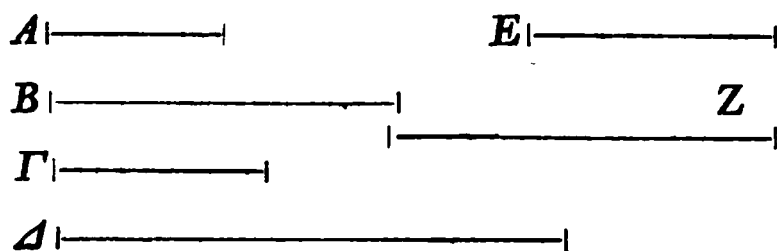
3. πρὸς κύβον ἀριθμόν] bis φ, sed corr. 8. δῆ] om. P.  
 10. ὅμοιοι] ἄρα ὅμοιοι BVφ. 11. εἰσί Vφ. 12. δέ] δῆ?  
 13. ἐμπίπτουσι PVφ. 15. τῶν] τόν φ. 17. εἰσιν] εἰσι Vφ.  
 ἐστι] ἐστιν P. 24.  $A$ ] seq. ras. 1 litt. V. ἀριθμός om. Vφ.

## XXV.

Si duo numeri inter se rationem habent, quam cubus numerus ad cubum numerum, et primus cubus est, etiam secundus cubus erit.

Duo enim numeri  $A$ ,  $B$  inter se rationem habeant, quam cubus numerus  $\Gamma$  ad cubum numerum  $\Delta$ , et cubus sit  $A$ . dico, etiam  $B$  cubum esse.

nam quoniam  $\Gamma$ ,  $\Delta$  cubi sunt,  $\Gamma$ ,  $\Delta$  similes solidi sunt. itaque inter  $\Gamma$ ,  $\Delta$  duo medii proportionales interponuntur numeri [prop. XIX]. iam quot inter  $\Gamma$ ,  $\Delta$  secundum proportionem continuam interponun-



tur numeri, totidem etiam inter eos, qui eandem rationem habent, interponuntur [prop. VIII]. quare etiam inter  $A$ ,  $B$  duo medii proportionales interponuntur numeri. interponantur  $E$ ,  $Z$ . iam quoniam quattuor numeri  $A$ ,  $E$ ,  $Z$ ,  $B$  deinceps proportionales sunt, et cubus est  $A$ , etiam  $B$  cubus est [prop. XXIII]; quod erat demonstrandum.

## XXVI.

Similes numeri plani inter se eam rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

Sint similes numeri plani  $A$ ,  $B$ . dico,  $A$  ad  $B$  eam rationem habere, quam quadratus numerus habeat ad quadratum numerum.

Ἐπεὶ γὰρ οἱ  $A, B$  ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν, τῶν  $A, B$  ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός. ἐμ-  
πιπτέτω καὶ ἔστω ὁ  $\Gamma$ , καὶ εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι  
ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων τοῖς  $A, \Gamma, B$   
οἱ  $\Delta, E, Z$ . οἱ ἄρα ἄκροι αὐτῶν οἱ  $\Delta, Z$  τετράγω-  
νοί εἰσιν. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $Z$ , οὕτως  
ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , καὶ εἰσιν οἱ  $\Delta, Z$  τετράγωνοι, ὁ  
 $A$  ἄρα πρὸς τὸν  $B$  λόγον ἔχει, ὃν τετράγωνος ἀριθ-  
μὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

10

κζ'.

Οἱ ὅμοιοι στερεοὶ ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους  
λόγον ἔχουσιν, ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον  
ἀριθμόν.

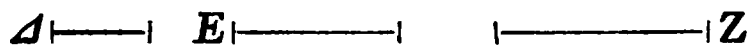
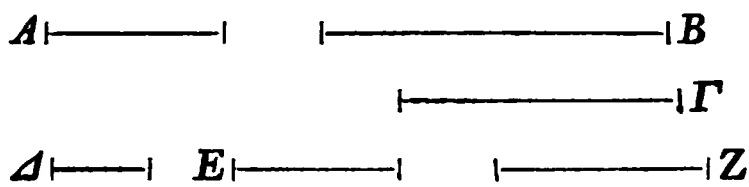
Ἐστωσαν ὅμοιοι στερεοὶ ἀριθμοὶ οἱ  $A, B$ . λέγω,  
ὅτι ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$  λόγον ἔχει, ὃν κύβος ἀριθμὸς  
πρὸς κύβον ἀριθμόν.

Ἐπεὶ γὰρ οἱ  $A, B$  ὅμοιοι στερεοί εἰσιν, τῶν  $A, B$   
ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. ἐμ-  
πιπτέτωσαν οἱ  $\Gamma, \Delta$ , καὶ εἰλήφθωσαν ἐλάχιστοι ἀριθ-  
μοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων τοῖς  $A, \Gamma, \Delta, B$   
ἴσοι αὐτοῖς τὸ πλῆθος οἱ  $E, Z, H, \Theta$ . οἱ ἄρα ἄκροι  
αὐτῶν οἱ  $E, \Theta$  κύβοι εἰσίν. καὶ ἐστὶν ὡς ὁ  $E$  πρὸς  
τὸν  $\Theta$ , οὕτως ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ . καὶ ὁ  $A$  ἄρα πρὸς  
τὸν  $B$  λόγον ἔχει, ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθ-  
μόν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1. εἰσι V φ. 4. τοῖς] corr. ex toi m. 2 P.  $\Gamma, B]$   
B,  $\Gamma$  P. 6. εἰσι V φ. 11. οἱ] om. P. 17. εἰσι V φ.  
18. μέσοι] -οι e corr. m. 1 P. 19. ἀριθμοί] om. B. 20.  
B] Z φ. 22. εἰσί V φ. 23. καὶ ὁ  $A$  ἄρα πρὸς τὸν  $B]$   
mg. φ. 25. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. B. In fine Εὐκλείδου  
στοιχείων η' P.



nam quoniam  $A, B$  similes plani sunt, inter  $A, B$  unus medius proportionalis interponitur numerus [prop. XVIII]. interponatur, et sit  $\Gamma$ , et sumantur numeri  $\Delta, E, Z$  minimi eorum, qui eandem rationem habent ac  $A, \Gamma, B$  [prop. II]. itaque extremi eorum  $\Delta, Z$  quadrati sunt [prop. II coroll.]. et quoniam est  $\Delta : Z = A : B$ , et  $\Delta, Z$  quadrati sunt,  $A$  ad  $B$  rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum; quod erat demonstrandum.

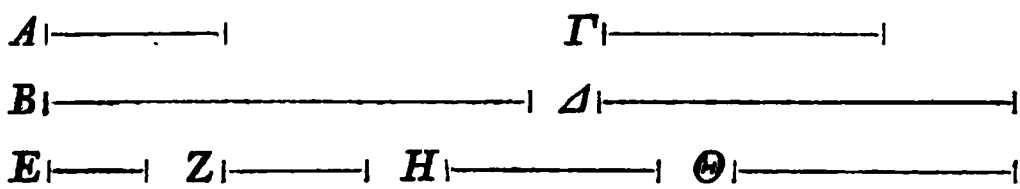


## XXVII.

Similes numeri solidi inter se rationem habent, quam cubus numerus ad cubum numerum.

Sint similes numeri solidi  $A, B$ . dico,  $A$  ad  $B$  eam rationem habere, quam cubus numerus habeat ad cubum numerum.

nam quoniam  $A, B$  similes sunt solidi, inter  $A, B$  duo medii proportionales interponuntur numeri



[prop. XIX]. interponantur  $\Gamma, \Delta$ , et sumantur minimi numeri eorum, qui eandem rationem habent ac  $A, \Gamma, \Delta, B$  iis aequales multitudine  $E, Z, H, \Theta$  [prop. II]. itaque extremi eorum  $E, \Theta$  cubi sunt [prop. II coroll.]. et  $E : \Theta = A : B$ . ergo  $A$  ad  $B$  eam rationem habet, quam cubus numerus ad cubum numerum; quod erat demonstrandum.

θ'.

α'.

Ἐὰν δύο ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος τετράγωνος ἔσται.

5 Ἐστῶσαν δύο ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ οἱ  $A$ ,  $B$ , καὶ ὁ  $A$  τὸν  $B$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  ποιεῖτω· λέγω, ὅτι ὁ  $\Gamma$  τετράγωνός ἐστιν.

Ὁ γὰρ  $A$  ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν  $\Delta$  ποιεῖτω. ὁ  $\Delta$  ἄρα τετράγωνός ἐστιν. ἐπεὶ οὖν ὁ  $A$  ἑαυτὸν  
10 μὲν πολλαπλασιάσας τὸν  $\Delta$  πεποίηκεν, τὸν δὲ  $B$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ . καὶ ἐπεὶ οἱ  $A$ ,  $B$  ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί, τῶν  $A$ ,  $B$  ἄρα εἰς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός. ἔαν δὲ δύο ἀριθ-  
15 μῶν μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι εἰς αὐτοὺς ἐμπίπτουσι, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας· ὥστε καὶ τῶν  $\Delta$ ,  $\Gamma$  εἰς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει ἀριθμός. καὶ ἐστὶ τετράγωνος ὁ  $\Delta$ · τετράγωνος ἄρα καὶ ὁ  $\Gamma$ · ὅπερ ἔδει  
20 δεῖξαι.

θ'] corr. ex η' V. Post titulum, ante prop. I in textu scholium habent Vφ, u. app. 9. ἐπεὶ οὖν] καὶ ἐπεὶ Vφ. 10. μὲν] om. B. Δ] in ras. P. πεποίηκε Vφ. 11. Γ] in ras. P. 14. δέ] supra m. 2 V. μεταξὺ ἀριθμῶν Vφ. 16. ἀριθμοί, ὅσοι εἰς αὐτοὺς ἐμπίπτουσι] mg. m. 2 B. 17.

## IX.

### I.

Si duo similes numeri plani inter se multiplicantes numerum aliquem effecerint, numerus ex iis productus quadratus erit.

$A$  —————  $B$  —————  $\Gamma$  —————  $\Delta$  —————	<p style="text-align: right;">Sint duo similes numeri          plani <math>A, B</math>, et sit  <math>A \times B = \Gamma</math>.          dico, numerum <math>\Gamma</math> quadratum          esse.</p>
---	---

sit enim  $A \times A = \Delta$ .  $\Delta$  igitur quadratus est. iam quoniam  $A \times A = \Delta$  et  $A \times B = \Gamma$ , erit  $A : B = \Delta : \Gamma$  [VII, 17]. et quoniam  $A, B$  similes sunt numeri plani, inter  $A, B$  unus medius proportionalis interponitur numerus [VIII, 18]. sin inter duos numeros secundum proportionem continuam numeri aliquot interponuntur, quot inter eos interponuntur, totidem etiam inter eos interponuntur, qui eandem rationem habent [VIII, 8]. quare etiam inter  $\Delta, \Gamma$  unus medius proportionalis interponitur numerus. et quadratus est  $\Delta$ . ergo etiam  $\Gamma$  quadratus est [VIII, 22]; quod erat demonstrandum.

$\epsilon\chi\omicron\nu\tau\alpha\varsigma$   $\alpha\upsilon\tau\omicron\iota\varsigma$   $\varphi$ ,  $\alpha\upsilon\tau\omicron\iota\varsigma$  mg. m. 2 V.    18.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$  P.    19.  
 $\delta$   $\Delta$   $\tau\epsilon\tau\rho\acute{\alpha}\gamma\omega\nu\omicron\varsigma$ ] mg. m. 1 P.     $\acute{\omicron}\pi\epsilon\rho$   $\acute{\epsilon}\delta\epsilon\iota$   $\delta\epsilon\iota\chi\alpha\iota$ ] m. 2 V,  
 om. B.

β'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσι τετράγωνον, ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί.

5 Ἐστῶσαν δύο ἀριθμοὶ οἱ  $A, B$ , καὶ ὁ  $A$  τὸν  $B$  πολλαπλασιάσας τετράγωνον τὸν  $\Gamma$  ποιείτω· λέγω, ὅτι οἱ  $A, B$  ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν ἀριθμοί.

Ὁ γὰρ  $A$  ἐαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν  $\Delta$  ποιείτω· ὁ  $\Delta$  ἄρα τετράγωνός ἐστιν. καὶ ἐπεὶ ὁ  $A$  ἐαυτὸν μὲν  
10 πολλαπλασιάσας τὸν  $\Delta$  πεποίηκεν, τὸν δὲ  $B$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ . καὶ ἐπεὶ ὁ  $\Delta$  τετράγωνός ἐστιν, ἀλλὰ καὶ ὁ  $\Gamma$ , οἱ  $\Delta, \Gamma$  ἄρα ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν. τῶν  $\Delta, \Gamma$  ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει.  
15 καὶ ἐστιν ὡς ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ , οὕτως ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ . καὶ τῶν  $A, B$  ἄρα εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτει. ἔαν δὲ δύο ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτῃ, ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν [οἱ] ἀριθμοί· οἱ ἄρα  $A, B$  ὅμοιοί εἰσιν ἐπίπεδοι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

γ'.

20

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς ἐαυτὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος κύβος ἔσται.

Κύβος γὰρ ἀριθμὸς ὁ  $A$  ἐαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν  $B$  ποιείτω· λέγω, ὅτι ὁ  $B$  κύβος ἐστίν.

25 Εἰλήφθω γὰρ τοῦ  $A$  πλευρὰ ὁ  $\Gamma$ , καὶ ὁ  $\Gamma$  ἐαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν  $\Delta$  ποιείτω. φανερόν δὴ ἐστιν,

3. εἰσι V φ. 4. ἀριθμοί] om. BV φ. 5. ἔστῶσαν — 6: ποιείτω] δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ  $A, B$  πολλαπλασιάσαντες (m. 2 B) ἀλλήλους τετράγωνον τὸν  $\Gamma$  ποιείτωσαν Theon (BV φ). 9. ἔστι V φ.  $A$ ] supra m. 1 V. μὲν] om. φ. 10. πεποίηκε V φ.

## II.

Si duo numeri inter se multiplicantes quadratum effecerint, similes erunt numeri plani.

Sint duo numeri  $A$ ,  $B$ , et  $A$  numerum  $B$  multiplicans numerum  $\Gamma$  quadratum efficiat. dico,  $A$ ,  $B$  similes esse numeros planos.

nam sit  $A \times A = \Delta$ . itaque  $\Delta$  quadratus est. et quoniam  $A \times A = \Delta$  et  $A \times B = \Gamma$ , erit  
 $\begin{array}{c} \text{—————}|A \\ \text{—————}|B \\ \Gamma\text{—————}| \\ \Delta\text{—————}| \end{array} \quad A : B = \Delta : \Gamma$  [VII, 17]. et quoniam  $\Delta$  quadratus est, uerum etiam  $\Gamma$ , numeri  $\Delta$ ,  $\Gamma$  similes plani sunt. itaque inter  $\Delta$ ,  $\Gamma$  unus medius proportionalis interponitur [VIII, 18]. est autem  $\Delta : \Gamma = A : B$ . quare etiam inter  $A$ ,  $B$  unus medius proportionalis interponitur [VIII, 8]. sin inter duos numeros unus medius proportionalis interponitur, similes plani sunt numeri [VIII, 20]. ergo  $A$ ,  $B$  similes plani sunt; quod erat demonstrandum.

## III.

Si cubus numerus se ipsum multiplicans numerum aliquem effecerit, numerus productus cubus erit.

Cubus enim numerus  $A$  se ipsum multiplicans  $B$  numerum efficiat. dico,  $B$  numerum cubum esse.

sumatur enim  $\Gamma$  latus numeri  $A$ , et sit  $\Gamma \times \Gamma = \Delta$ .

12. τόν] om. B. οὕτως ὁ B. τόν] om. B. 14. εἰσι V φ. Post ἐμπλῖνται in V φ: ἀριθμός; idem B m. 2. 16. τῶν] corr. ex τόν φ. ἀνάλογος V, sed corr. 17. εἰάν δέ — ἐμπλῖνται] mg. m. 2 B, addito ἀριθμός ante εἰάν. ἐμπλῖνται B; et V φ, sed corr. m. 1. 18. οἱ] (prius) om. P. 19. ἐπλῖνται] om. P. 26. Δ] corr. ex B m. 1 P.

ὅτι ὁ  $\Gamma$  τὸν  $\Delta$  πολλαπλασιάσας τὸν  $A$  πεποίηκεν. καὶ  
ἐπεὶ ὁ  $\Gamma$  ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν  $\Delta$  πεποίηκεν, ὁ  
 $\Gamma$  ἄρα τὸν  $\Delta$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας.  
ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ μονὰς τὸν  $\Gamma$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν  
5 αὐτῷ μονάδας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν  $\Gamma$ , ὁ  
 $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ . πάλιν, ἐπεὶ ὁ  $\Gamma$  τὸν  $\Delta$  πολλαπλα-  
σιάσας τὸν  $A$  πεποίηκεν, ὁ  $\Delta$  ἄρα τὸν  $A$  μετρεῖ κατὰ  
τὰς ἐν τῷ  $\Gamma$  μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ μονὰς τὸν  $\Gamma$   
κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς  
10 πρὸς τὸν  $\Gamma$ , ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $A$ . ἀλλ' ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν  
 $\Gamma$ , ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ · καὶ ὡς ἄρα ἡ μονὰς πρὸς τὸν  
 $\Gamma$ , οὕτως ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$  καὶ ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $A$ . τῆς  
ἄρα μονάδος καὶ τοῦ  $A$  ἀριθμοῦ δύο μέσοι ἀνάλογον  
κατὰ τὸ συνεχὲς ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοὶ οἱ  $\Gamma$ ,  $\Delta$ . πάλ-  
15 λιν, ἐπεὶ ὁ  $A$  ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν  $B$  πεποίη-  
κεν, ὁ  $A$  ἄρα τὸν  $B$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονά-  
δας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ μονὰς τὸν  $A$  κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ  
μονάδας· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν  $A$ , ὁ  $A$   
πρὸς τὸν  $B$ . τῆς δὲ μονάδος καὶ τοῦ  $A$  δύο μέσοι  
20 ἀνάλογον ἐμπεπτώκασιν ἀριθμοί· καὶ τῶν  $A$ ,  $B$  ἄρα  
δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται ἀριθμοί. ἐὰν δὲ δύο  
ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν, ὁ δὲ πρῶ-  
τος κύβος ἦ, καὶ ὁ δεύτερος κύβος ἔσται. καὶ ἔστιν  
ὁ  $A$  κύβος· καὶ ὁ  $B$  ἄρα κύβος ἐστίν· ὅπερ ἔδει  
25 δεῖξαι.

δ'.

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν πολ-

1. πεποίηκε V φ. 2. πεποίηκε V φ. ὁ  $\Gamma$ ] postea in-  
sert. B. 5. τόν] om. B. οὕτως ὁ B. 6. τόν] (prius) om. B.  
7.  $\Delta$ ] seq. ras. 1 litt. φ. 13. καὶ τοῦ] bis φ, sed corr. 18.  
οὕτως ὁ B. 19. τόν] om. B. 20. ἀνάλογον φ. ἀριθμοὶ ἐμ-

manifestum igitur, esse  $\Gamma \times \Delta = A$ . et quoniam  
 $\Gamma \times \Gamma = \Delta$ ,  $\Gamma$  numerum  $\Delta$  se-  
 cundum unitates suas metitur [VII  
 def. 15]. uerum etiam unitas nu-  
 merum  $\Gamma$  secundum unitates ipsius  
 metitur. itaque [VII def. 20]  $1 : \Gamma = \Gamma : \Delta$ . rursus  
 quoniam  $\Gamma \times \Delta = A$ ,  $\Delta$  numerum  $A$  secundum uni-  
 tates numeri  $\Gamma$  metitur. uerum etiam unitas nume-  
 rum  $\Gamma$  secundum unitates ipsius metitur. erit igitur

$$1 : \Gamma = \Delta : A. \text{ uerum } 1 : \Gamma = \Gamma : \Delta.$$

itaque  $1 : \Gamma = \Gamma : \Delta = \Delta : A$ . itaque inter unitatem  
 et numerum  $A$  duo medii proportionales interponun-  
 tur numeri  $\Gamma$ ,  $\Delta$  secundum proportionem continuam.  
 rursus quoniam est  $A \times A = B$ ,  $A$  numerum  $B$   
 secundum unitates suas metitur. uerum etiam unitas  
 numerum  $A$  secundum unitates ipsius metitur. erit  
 igitur  $1 : A = A : B$ . sed inter unitatem et  $A$  duo  
 medii proportionales interponuntur numeri. itaque  
 etiam inter  $A$ ,  $B$  duo medii proportionales inter-  
 ponentur numeri [VIII, 8].<sup>1)</sup> sin inter duos numeros  
 duo medii proportionales interponuntur, et primus  
 cubus est, etiam secundus cubus erit [VIII, 23]. et  
 $A$  cubus est. ergo etiam  $B$  cubus est; quod erat  
 demonstrandum.

#### IV.

Si cubus numerus cubum numerum multiplicans

1) VIII, 8 de duobus numeris proportionalibus demon-  
 stratur; sed demonstratio eadem tum quoque ualet, si alter  
 unitas est.

πεπτώκασιν P. τῶν] corr. ex τόν V. 22. ἐμπέπτωσιν]  
 e corr. V. 23. δεύτερος] τέταρτος Theon (B V φ).

λαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος κύβος ἔσται.

Κύβος γὰρ ἀριθμός ὁ  $A$  κύβον ἀριθμὸν τὸν  $B$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  ποιεῖτω· λέγω, ὅτι ὁ  $\Gamma$  κύβος  
5 ἔστίν.

Ὁ γὰρ  $A$  ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν  $\Delta$  ποιεῖτω· ὁ  $\Delta$  ἄρα κύβος ἔστίν. καὶ ἐπεὶ ὁ  $A$  ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν  $\Delta$  πεποίηκεν, τὸν δὲ  $B$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $A$  πρὸς  
10 τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ . καὶ ἐπεὶ οἱ  $A, B$  κύβοι εἰσίν, ὅμοιοι στερεοὶ εἰσιν οἱ  $A, B$ . τῶν  $A, B$  ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί· ὥστε καὶ τῶν  $\Delta, \Gamma$  δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται ἀριθμοί. καὶ ἔστι κύβος ὁ  $\Delta$ · κύβος ἄρα καὶ ὁ  $\Gamma$ · ὅπερ  
15 ἔδει δεῖξαι.

ε'.

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς ἀριθμὸν τινα πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ ὁ πολλαπλασιασθεὶς κύβος ἔσται.

20 Κύβος γὰρ ἀριθμός ὁ  $A$  ἀριθμὸν τινα τὸν  $B$  πολλαπλασιάσας κύβον τὸν  $\Gamma$  ποιεῖτω· λέγω, ὅτι ὁ  $B$  κύβος ἔστίν.

Ὁ γὰρ  $A$  ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν  $\Delta$  ποιεῖτω· κύβος ἄρα ἔστίν ὁ  $\Delta$ . καὶ ἐπεὶ ὁ  $A$  ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν  $\Delta$  πεποίηκεν, τὸν δὲ  $B$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ . καὶ ἐπεὶ οἱ  $\Delta, \Gamma$  κύβοι εἰσίν, ὅμοιοι στερεοὶ εἰσιν. τῶν  $\Delta, \Gamma$  ἄρα δύο μέσοι ἀνά-

6. γὰρ  $A$ ]  $A$  γάρ  $BV\varphi$ . 7.  $\Delta$ ] seq. ras. 1 litt.  $\varphi$ . ἔστι  $V\varphi$ . 8. πεποίηκε  $V\varphi$ . 10. τόν] bis om.  $B$ . 11. εἰσι  $V\varphi$ . οἱ  $A, B$ ] om.  $BV\varphi$ . 13. τῶν] e corr.  $V$ . 14.



numerum aliquem effecerit, numerus productus cubus erit.

$\overline{\quad\quad\quad}A$       Cubus enim numerus  $A$  cubum  
 $\overline{\quad\quad\quad}B$        $\Gamma$  numerum  $B$  multiplicans efficiat  $\Gamma$ .  
 $\overline{\quad\quad\quad}A$       dico,  $\Gamma$  cubum esse.

sit enim  $A \times A = \Delta$ .  $\Delta$  igitur cubus est [prop. III]. et quoniam  $A \times A = \Delta$  et  $A \times B = \Gamma$ , erit  $A : B = \Delta : \Gamma$  [VII, 17]. et quoniam  $A, B$  cubi sunt,  $A, B$  similes sunt solidi. itaque inter  $A, B$  duo medii proportionales interponuntur numeri [VIII, 19]. quare etiam inter  $\Delta, \Gamma$  duo medii proportionales interponuntur numeri [VIII, 8]. et cubus est  $\Delta$ . ergo etiam  $\Gamma$  cubus est [VIII, 23]; quod erat demonstrandum.

V.

Si cubus numerus numerum aliquem multiplicans cubum effecerit, etiam numerus multiplicatus cubus erit.

$\overline{\quad\quad\quad}A$       Cubus enim numerus  $A$  nu-  
 $\overline{\quad\quad\quad}B$       merum aliquem  $B$  multiplicans  
 $\overline{\quad\quad\quad}A$       cubum  $\Gamma$  efficiat. dico, etiam  $B$  cubum esse.

nam sit  $A \times A = \Delta$ . itaque  $\Delta$  cubus est [prop. III]. et quoniam  $A \times A = \Delta$  et  $A \times B = \Gamma$ , erit  $A : B = \Delta : \Gamma$  [VII, 17]. et quoniam  $\Delta, \Gamma$  cubi sunt, similes sunt solidi. itaque inter  $\Delta, \Gamma$  duo medii proportionales interponuntur numeri [VIII, 19]. est

ἔστιν P. Prop. 5 in V φ bis scribitur, secundo loco ( $V_2 \varphi_2$ )  
 sine numero. τὸ εἰς ἐγράφη κατὰ λήθην τοῦ γραφέως  
 V mg. 21. B] supra  $V_2$ . 23.  $\Delta$ ] in ras.  $V_2$ . 24. μέν]  
 om. φ. 25. πεποίηκε V φ  $V_2 \varphi_2$ . 27. οὕτως ὁ V.  $\Delta$ ,  
 $\Gamma$ ] eras. V. 28. ὅμοιοι οἱ φ. εἰσι V φ  $V_2 \varphi_2$ .  $\Delta, \Gamma$ ]  
 eras. V.

λογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. καὶ ἐστὶν ὡς ἰ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ , οὕτως ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ . καὶ τῶν  $A$ ,  $B$  ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί. καὶ ἐστὶ κύβος ὁ  $A$ . κύβος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ  $B$ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

ς'.

Ἐὰν ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ αὐτὸς κύβος ἔσται.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ  $A$  ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον τὸν  $B$  ποιεῖτω· λέγω, ὅτι καὶ ὁ  $A$  κύβος ἐστίν.

- 10 Ὁ γὰρ  $A$  τὸν  $B$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  ποιεῖτω. ἐπεὶ οὖν ὁ  $A$  ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν  $B$  πεποίηκεν, τὸν δὲ  $B$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  πεποίηκεν, ὁ  $\Gamma$  ἄρα κύβος ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ὁ  $A$  ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν  $B$  πεποίηκεν, ὁ  $A$  ἄρα τὸν  $B$  μετρεῖ
- 15 κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. μετρεῖ δὲ καὶ ἡ μονὰς τὸν  $A$  κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν  $A$ , οὕτως ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ . καὶ ἐπεὶ ὁ  $A$  τὸν  $B$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  πεποίηκεν, ὁ  $B$  ἄρα τὸν  $\Gamma$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ  $A$  μονάδας. μετρεῖ δὲ
- 20 καὶ ἡ μονὰς τὸν  $A$  κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν  $A$ , οὕτως ὁ  $B$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ . ἀλλ' ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν  $A$ , οὕτως ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ . καὶ ὡς ἄρα ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , ὁ  $B$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ . καὶ ἐπεὶ οἱ  $B$ ,  $\Gamma$  κύβοι εἰσίν, ὅμοιοι στερεοὶ εἰσιν. τῶν
- 25  $B$ ,  $\Gamma$  ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοί. καὶ

1. καὶ ἐστὶν — 3: ἀριθμοί] mg. m. 2 V; in textu ὥστε καὶ τῶν  $\Delta$ ,  $\Gamma$  δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται ἀριθμοί, sed delet. V. 2. ἄρα] ἔτι φ. 3. ἐμπίπτουσιν ἀριθμοὶ ἀνάλογον  $B$  V φ, V<sub>2</sub> φ<sub>2</sub>. ἐστὶν P. 4.  $A$ ] eras. V. κύβος] m. 2 B. ἐστὶ] om. V φ, ἐστίν φ<sub>2</sub>. B] eras. V. 5. σ']

autem  $A : \Gamma = A : B$ . itaque etiam inter  $A, B$  duo medii proportionales interponuntur numeri [VIII, 8]. et cubus est  $A$ . ergo etiam  $B$  cubus est [VIII, 23]; quod erat demonstrandum.

## VI.

Si numerus se ipsum multiplicans cubum effecerit, et ipse cubus erit.

Numerus enim  $A$  se ipsum multiplicans efficiat cubum  $B$ . dico, etiam  $A$  cubum esse.

sit enim  $A \times B = \Gamma$ . iam quoniam  $A \times A = B$   
 $\overline{\quad\quad\quad} A$  et  $A \times B = \Gamma$ ,  $\Gamma$  cubus est. et quo-  
 $\overline{\quad\quad\quad} B$  niam  $A \times A = B$ ,  $A$  numerum  $B$  se-  
 $\overline{\quad\quad\quad} \Gamma$  cundum unitates suas metitur. uerum  
 etiam unitas numerum  $A$  secundum unitates ipsius metitur. itaque  $1 : A = A : B$ . et quoniam  $A \times B = \Gamma$ ,  $B$  numerum  $\Gamma$  secundum unitates numeri  $A$  metitur. uerum etiam unitas numerum  $A$  secundum unitates ipsius metitur. itaque  $1 : A = B : \Gamma$ . sed

$$1 : A = A : B.$$

quare etiam  $A : B = B : \Gamma$ . et quoniam  $B, \Gamma$  cubi sunt, similes sunt solidi. itaque inter  $B, \Gamma$  duo medii proportionales sunt numeri [VIII, 19]. est autem

sic V φ. 11. πεποίηκε V φ. 13. ἐστὶ V φ. εἰ αὐτὸν μὲν  
 B V φ. 14. πεποίηκε V φ. ὁ A ἄρα — 22: οὕτως ὁ A  
 πρὸς τὸν B] P, τὸν δὲ B πολλαπλασιάσας τὸν Γ πεποίηκεν  
 Theon (B V φ). 22. B] in ras. P. 23. καὶ] om. B V φ.  
 ὁ B] supra φ. 24. εἰσι V φ. 25. B, Γ] A, B P.

ἐστὶν ὡς ὁ  $B$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ , ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ . καὶ τῶν  $A$ ,  $B$  ἄρα δύο μέσοι ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοί. καὶ ἐστὶ κύβος ὁ  $B$ . κύβος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ  $A$ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

ξ'.

Ἐὰν σύνθετος ἀριθμὸς ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος στερεὸς ἔσται.

Σύνθετος γὰρ ἀριθμὸς ὁ  $A$  ἀριθμόν τινα τὸν  $B$   
10 πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  ποιεῖτω· λέγω, ὅτι ὁ  $\Gamma$  στερεός ἐστίν.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ  $A$  σύνθετός ἐστίν, ὑπὸ ἀριθμοῦ τινος μετρηθήσεται. μετρείσθω ὑπὸ τοῦ  $\Delta$ , καὶ ὅσάκις ὁ  $\Delta$  τὸν  $A$  μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ  
15  $E$ . ἐπεὶ οὖν ὁ  $\Delta$  τὸν  $A$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ  $E$  μονάδας, ὁ  $E$  ἄρα τὸν  $\Delta$  πολλαπλασιάσας τὸν  $A$  πεποίηκεν. καὶ ἐπεὶ ὁ  $A$  τὸν  $B$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  πεποίηκεν, ὁ δὲ  $A$  ἐστίν ὁ ἐκ τῶν  $\Delta$ ,  $E$ , ὁ ἄρα ἐκ τῶν  $\Delta$ ,  $E$  τὸν  $B$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  πεποίηκεν. ὁ  $\Gamma$   
20 ἄρα στερεός ἐστίν, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ εἰσιν οἱ  $\Delta$ ,  $E$ ,  $B$ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

η'.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὀποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον ᾧσιν, ὁ μὲν τρίτος ἀπὸ τῆς μονάδος  
25 τετράγωνος ἔσται καὶ οἱ ἕνα διαλείποντες, ὁ δὲ τέταρτος κύβος καὶ οἱ δύο διαλείποντες

1. οὕτως ὁ  $A$   $BV\varphi$ . 3. ἐστίν  $P$ . κύβος] (alt.) om.  $\varphi$ . ἐστίν  $P$ . 15. ἐπεὶ οὖν — 16: μονάδας] om.  $V\varphi$ . 16. πεποίηκε  $V\varphi$ . 18. ὁ] (alt.) om.  $BV\varphi$ . 19. Post πεποίηκεν add.  $\varphi$ ,  $VB$  mg. m. 2: καὶ (om.  $B$ ) ὁ  $B$  ἄρα (ἔτι  $\varphi$ ) τὸν ἐκ τῶν

$B : \Gamma = A : B$ . quare etiam inter  $A, B$  duo medii proportionales sunt [VIII, 8]. et cubus est  $B$ . quare etiam  $A$  cubus est;<sup>1)</sup> quod erat demonstrandum.

## VII.

Si compositus numerus numerum aliquem multiplicans alium aliquem effecerit, numerus productus solidus erit.

$\begin{array}{l} \text{—————}|A \\ \text{—————}|B \\ \text{—————}| \Gamma \\ \Delta \text{ ————} | E \text{ ————} | \end{array}$ 
 Compositus enim numerus  $A$   
 numerum aliquem  $B$  multiplicans  
 numerum  $\Gamma$  efficiat. dico, numerum  $\Gamma$  solidum esse.

nam quoniam  $A$  compositus est, numerus aliquis eum metietur. metiatur numerus  $\Delta$ , et quoties  $\Delta$  numerum  $A$  metitur, tot unitates sint in  $E$ . iam quoniam  $\Delta$  numerum  $A$  secundum unitates numeri  $E$  metitur, erit  $E \times \Delta = A$  [VII def. 15]. et quoniam  $A \times B = \Gamma$ , et  $A = \Delta \times E$ , erit

$$\Delta \times E \times B = \Gamma.$$

ergo  $\Gamma$  solidus est, latera autem eius sunt  $\Delta, E, B$ ; quod erat demonstrandum.

## VIII.

Si quotlibet numeri inde ab unitate deinceps proportionales sunt, tertius ab unitate quadratus erit et

1) Nam  $A : x = x : y = y : B$ , siue (VII, 13)

$B : y = y : x = x : A$ .

tum u. VIII, 23.

$\Delta, E$  πολλαπλασιάσας τὸν  $A$  (τὸν  $A$  om. B) τὸν  $\Gamma$  πεποίηκεν.  
 20. ἐστὶ  $\Delta$ ] e corr. V.  $E$ ] om. B. 25. ἐστὶ] ἐστὶ  
 BVφ. ὁ] πάντες, ὁ BVφ.

πάντες, ὁ δὲ ἑβδομος κύβος ἅμα καὶ τετράγωνος καὶ οἱ πέντε διαλείποντες.

Ἐστῶσαν ἀπὸ μονάδος ὅποσοι οὖν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον οἱ  $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$ . λέγω, ὅτι ὁ μὲν  
5 τρίτος ἀπὸ τῆς μονάδος ὁ  $B$  τετράγωνός ἐστι καὶ οἱ ἕνα διαλείποντες πάντες, ὁ δὲ τέταρτος ὁ  $\Gamma$  κύβος καὶ οἱ δύο διαλείποντες πάντες, ὁ δὲ ἑβδομος ὁ  $Z$  κύβος ἅμα καὶ τετράγωνος καὶ οἱ πέντε διαλείποντες πάντες.

- 10 Ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν  $A$ , οὕτως ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , ἰσάκως ἄρα ἡ μονὰς τὸν  $A$  ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ  $A$  τὸν  $B$ . ἡ δὲ μονὰς τὸν  $A$  ἀριθμὸν μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· καὶ ὁ  $A$  ἄρα τὸν  $B$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ  $A$  μονάδας. ὁ  $A$  ἄρα ἐαυ-  
15 τὸν πολλαπλασιάσας τὸν  $B$  πεποίηκεν· τετράγωνος ἄρα ἐστὶν ὁ  $B$ . καὶ ἐπεὶ οἱ  $B, \Gamma, \Delta$  ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, ὁ δὲ  $B$  τετράγωνός ἐστιν, καὶ ὁ  $\Delta$  ἄρα τετράγωνός ἐστιν. διὰ τὰ αὐτὰ δη καὶ ὁ  $Z$  τετράγωνός ἐστιν. ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι καὶ οἱ ἕνα διαλείποντες  
20 πάντες τετράγωνοί εἰσιν. λέγω δὴ, ὅτι καὶ ὁ τέταρτος ἀπὸ τῆς μονάδος ὁ  $\Gamma$  κύβος ἐστὶ καὶ οἱ δύο διαλείποντες πάντες. ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν  $A$ , οὕτως ὁ  $B$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ , ἰσάκως ἄρα ἡ μονὰς τὸν  $A$  ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ  $B$  τὸν  $\Gamma$ . ἡ δὲ μονὰς τὸν  $A$   
25 ἀριθμὸν μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ  $A$  μονάδας· καὶ ὁ  $B$

1. πάντες] om. BVφ. 2. διαλείποντες πάντες BVφ.  
4. ὅτι] om. Vφ. 6. πάντες] om. BVφ. 7. πάντες] om. φ.  
9. ἅπαντες Vφ. 12. ἀριθμόν] om. BVφ. 14. τῷ  $A$ ] αὐτῷ φ.  
15. πεποίηκε V et -κε in ras. φ. 17. ἐστι PVφ. 18. ἐστι V. διὰ τὰ — 19: ἐστίν] om. φ. 20. πάντες] om. BVφ. εἰσι Vφ. 21. ἐστίν P. 25. τῷ  $A$ ] αὐτῷ φ.

item, qui<sup>1)</sup> uno loco distant, quartus autem cubus et item omnes, quicunque duobus locis distant, septimus uero simul et cubus et quadratus et item, qui quinque locis distant.

Sint quotlibet numeri inde ab unitate deinceps  
 $A$  ————  
 $B$  ————  
 $\Gamma$  ————  
 $\Delta$  ————  
 $E$  ————  
 $Z$  ————  
 proportionales  $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$ . dico, tertium ab unitate  $B$  quadratum esse et item omnes, quicunque uno loco distent, quartum autem  $\Gamma$  cubum et item omnes, quicunque duobus locis distent, septimum uero  $Z$  simul et cubum et quadratum et item omnes, quicunque quinque locis distent. nam quoniam est  $1 : A = A : B$ , unitas numerum  $A$  et  $A$  numerum  $B$  aequaliter metitur [VII def. 20]. sed unitas numerum  $A$  secundum unitates ipsius metitur. quare etiam  $A$  numerum  $B$  secundum unitates numeri  $A$  metitur. itaque [VII def. 15]  $A \times A = B$ . ergo  $B$  quadratus est. et quoniam  $B, \Gamma, \Delta$  deinceps proportionales sunt, et  $B$  quadratus est, etiam  $\Delta$  quadratus est [VIII, 22]. eadem de causa etiam  $Z$  quadratus est. similiter demonstrabimus, etiam omnes, quicunque uno loco distant, quadratos esse. iam dico, quartum ab unitate  $\Gamma$  cubum esse et item omnes, quicunque duobus locis distent. nam quoniam est  $1 : A = B : \Gamma$ , unitas numerum  $A$  et  $B$  numerum  $\Gamma$  aequaliter metitur.

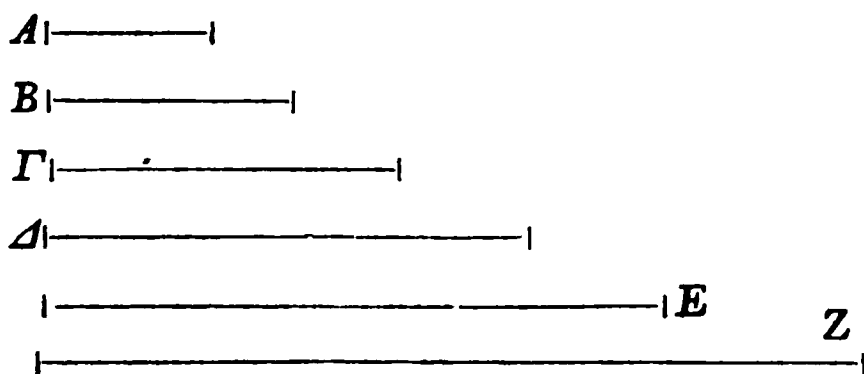
1) Cum πάντες post διαλείποντες facillime intercidere potuerit, nec in hoc uocabulo uel omittendo uel ponendo constans sit codicum P et Theoninorum consensus aut dissensus, fortasse πάντες ubique recipiendum.

ἄρα τὸν  $\Gamma$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ  $A$  μονάδας· ὁ  $A$   
 ἄρα τὸν  $B$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  πεποίηκεν. ἐπεὶ οὖν  
 ὁ  $A$  ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν  $B$  πεποίηκεν,  
 τὸν δὲ  $B$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  πεποίηκεν, κύβος ἄρα  
 5 ἐστὶν ὁ  $\Gamma$ . καὶ ἐπεὶ οἱ  $\Gamma, \Delta, E, Z$  ἐξῆς ἀνάλογόν  
 εἰσιν, ὁ δὲ  $\Gamma$  κύβος ἐστίν, καὶ ὁ  $Z$  ἄρα κύβος ἐστίν.  
 ἐδείχθη δὲ καὶ τετράγωνος· ὁ ἄρα ἑβδομος ἀπὸ τῆς  
 μονάδος κύβος τέ ἐστι καὶ τετράγωνος. ὁμοίως δὲ  
 10 τέ εἰσι καὶ τετράγωνοι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Θ'.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὅποιοιοῦν ἐξῆς κατὰ τὸ  
 συνεχὲς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ᾧσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν  
 μονάδα τετράγωνος ᾗ, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τε-  
 15 τράγωνοι ἔσονται. καὶ ἐὰν ὁ μετὰ τὴν μονάδα  
 κύβος ᾗ, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι ἔσονται.

Ἔστωσαν ἀπὸ μονάδος ἐξῆς ἀνάλογον ὅσοιδηποτο-  
 οῦν ἀριθμοὶ οἱ  $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$ , ὁ δὲ μετὰ τὴν



μονάδα ὁ  $A$  τετράγωνος ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ οἱ λοι-  
 20 ποὶ πάντες τετράγωνοι ἔσονται.

Ὅτι μὲν οὖν ὁ τρίτος ἀπὸ τῆς μονάδος ὁ  $B$  τε-  
 τράγωνός ἐστι καὶ οἱ ἕνα διαπλείποντες πάντες, δέ-

1. τῷ  $A$ ] αὐτῷ, supra scr.  $A$  φ. 3. μέν] om. P. πε-



unitas autem numerum  $A$  secundum unitates numeri  $A$  metitur. quare etiam  $B$  numerum  $\Gamma$  secundum unitates numeri  $A$  metitur. itaque  $A \times B = \Gamma$ . iam quoniam  $A \times A = B$  et  $A \times B = \Gamma$ ,  $\Gamma$  cubus est. et quoniam  $\Gamma, \Delta, E, Z$  deinceps proportionales sunt, et  $\Gamma$  cubus est, etiam  $Z$  cubus est [VIII, 23].<sup>1)</sup> demonstrauius autem, eundem etiam quadratum esse. ergo septimus ab unitate et cubus et quadratus est. similiter demonstrabimus, etiam omnes, quicunque quinque locis distent, et cubos et quadratos esse; quod erat demonstrandum.

## IX.

Si quotlibet numeri deinceps in proportionem continua proportionales sunt inde ab unitate, et unitati proximus quadratus est, etiam reliqui omnes quadrati erunt. et si proximus unitati cubus est, etiam reliqui omnes cubi erunt.

Sint quotlibet numeri inde ab unitate deinceps proportionales  $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$ , et unitati proximus  $A$  quadratus sit. dico, etiam reliquos omnes quadratos esse. tertium quidem ab unitate  $B$  quadratum esse et omnes, qui uno loco distent, demonstratum est [prop. VIII]. dico, etiam reliquos omnes quadratos esse.

1) Et similiter de omnibus, qui duobus locis distant, quod uix opus est, ut cum Augusto diserte addamus.

ποίηκε V φ. 4. πεποίηκε V φ. 6. ἐστίν] (prius) ἐστὶ V φ.  
7. καὶ] om. φ. 8. τέ] supra m. 1 P. ἐστίν P. δὴ] in  
ras. P; δέ φ. 10. τέ] om. P. εἰσιν P. 12. ἐξῆς κατὰ  
τὸ συνεχὲς ἀριθμοί] ἀριθμοὶ ἐξῆς Theon (BV φ). 17. ὅσοιδη-  
ποτοῦν] PB V φ; ὅποσοιούν edd. 21. B] δεύτερος V, del. et  
ins. β m. 2; β δεύτερος φ.

δεικται· λέγω [δή], ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοί εἰσιν. ἐπεὶ γὰρ οἱ  $A, B, \Gamma$  ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, καὶ ἐστὶν ὁ  $A$  τετράγωνος, καὶ ὁ  $\Gamma$  [ἄρα] τετράγωνος ἐστὶν. πάλιν, ἐπεὶ [καὶ] οἱ  $B, \Gamma, \Delta$  ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, καὶ ἐστὶν ὁ  $B$  τετράγωνος, καὶ ὁ  $\Delta$  [ἄρα] τετράγωνός ἐστιν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοί εἰσιν.

Ἀλλὰ δὴ ἔστω ὁ  $A$  κύβος· λέγω, ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι εἰσίν.

- 10 Ὅτι μὲν οὖν ὁ τέταρτος ἀπὸ τῆς μονάδος ὁ  $\Gamma$  κύβος ἐστὶ καὶ οἱ δύο διαλείποντες πάντες, δέδεικται· λέγω [δή], ὅτι καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι εἰσίν. ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν  $A$ , οὕτως ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , ἰσάκως ἄρα ἡ μονὰς τὸν  $A$  μετρεῖ καὶ ὁ  $A$  τὸν
- 15  $B$ . ἡ δὲ μονὰς τὸν  $A$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· καὶ ὁ  $A$  ἄρα τὸν  $B$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ὁ  $A$  ἄρα ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν  $B$  πεποίηκεν. καὶ ἐστὶν ὁ  $A$  κύβος. ἐὰν δὲ κύβος ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος
- 20 κύβος ἐστίν· καὶ ὁ  $B$  ἄρα κύβος ἐστίν. καὶ ἐπεὶ τέσσαρες ἀριθμοὶ οἱ  $A, B, \Gamma, \Delta$  ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, καὶ ἐστὶν ὁ  $A$  κύβος, καὶ ὁ  $\Delta$  ἄρα κύβος ἐστίν. διατὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ  $E$  κύβος ἐστίν, καὶ ὁμοίως οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

25

ι'.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὀποσοιοῦν ἀριθμοὶ [ἐξῆς]

1. δὴ] om. P. 2. εἰσιν] (alt.) εἰσι V φ. 3. τετράγωνος· καὶ ὁ  $\Gamma$  ἄρα] mg. φ. ἄρα] om. P. 4. ἐστίν] P et V sed  $\nu$  delet.; ἐστι φ. καί] om. P. 5. εἰσιν] - $\nu$  delet. V.  $\Delta$ ] eras. V. ἄρα] om. P. 12. δὴ] om. P. 15.  $B$ ]  $B$  μετρεῖ V φ. ἐν]

nam quoniam  $A, B, \Gamma$  deinceps proportionales sunt, et  $A$  quadratus est, etiam  $\Gamma$  quadratus est [VIII, 22]. rursus quoniam  $B, \Gamma, \Delta$  deinceps proportionales sunt, et  $B$  quadratus est, etiam  $\Delta$  quadratus est [VIII, 22]. similiter demonstrabimus, etiam reliquos omnes quadratos esse.

at rursus  $A$  cubus sit. dico, etiam reliquos omnes cubos esse.

quantum quidem ab unitate  $\Gamma$  cubum esse et item omnes, qui duobus locis distent, demonstratum est [prop. VIII]. dico, etiam reliquos omnes cubos esse.

nam quoniam est  $1 : A = A : B$ , unitas numerum  $A$  et  $A$  numerum  $B$  aequaliter metitur. unitas autem numerum  $A$  secundum unitates ipsius metitur. quare etiam  $A$  numerum  $B$  secundum unitates suas metitur. itaque  $A \times A = B$ . et  $A$  cubus est. sin cubus numerus se ipsum multiplicans numerum aliquem efficit, numerus productus cubus est [prop. III]. ergo etiam  $B$  cubus est. et quoniam quattuor numeri  $A, B, \Gamma, \Delta$  deinceps proportionales sunt, et  $A$  cubus est, etiam  $\Delta$  cubus est [VIII, 23]. eadem de causa etiam  $E$  cubus est, et similiter reliqui omnes cubi sunt; quod erat demonstrandum.

## X.

Si quotlibet numeri ab unitate deinceps proportio-

---

ἐν τῷ V φ. 16. καὶ ὁ  $A$  — 17: μονάδας] mg. m. 1 P.  
 16. αὐτῷ] τῷ supra scr. αὐτῷ V; τῷ αὐτῷ φ. 18. πεπολήκει  
 V φ. ὁ] ὡς ὁ P, sed corr. m. 1. 20. ἐστὶ V φ. καὶ ὁ  
 B ἄρα κύβος ἐστὶν] om. P. ἐστὶ V φ. 21. εἰσι V φ. 22.  
 ἐστὶν] (alt.) ἐστὶ V φ. 23. ἐστὶ V φ. 24. ὅπερ] ὁ- in ras. φ.  
 26. ἐξῆς] om. P.

ἀνάλογον ὧσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα μὴ ἢ  
 τετράγωνος, οὐδ' ἄλλος οὐδεὶς τετράγωνος  
 ἔσται χωρὶς τοῦ τρίτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ  
 τῶν ἕνα διαλειπόντων πάντων. καὶ ἐὰν ὁ μετὰ  
 5 τὴν μονάδα κύβος μὴ ἢ, οὐδὲ ἄλλος οὐδεὶς κύ-  
 βος ἔσται χωρὶς τοῦ τετάρτου ἀπὸ τῆς μονά-  
 δος καὶ τῶν δύο διαλειπόντων πάντων.

Ἐστῶσαν ἀπὸ μονάδος ἐξῆς ἀνάλογον ὅσοιδη-  
 ποτοῦν ἀριθμοὶ οἱ *A, B, Γ, Δ, E, Z*, ὁ δὲ μετὰ τὴν  
 10 μονάδα ὁ *A* μὴ ἔστω τετράγωνος· λέγω, ὅτι οὐδὲ  
 ἄλλος οὐδεὶς τετράγωνος ἔσται χωρὶς τοῦ τρίτου ἀπὸ  
 τῆς μονάδος [καὶ τῶν ἕνα διαλειπόντων].

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ὁ *Γ* τετράγωνος. ἔστι δὲ  
 καὶ ὁ *B* τετράγωνος· οἱ *B, Γ* ἄρα πρὸς ἀλλήλους  
 15 λόγον ἔχουσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετρά-  
 γωνον ἀριθμόν. καὶ ἐστὶν ὡς ὁ *B* πρὸς τὸν *Γ*, ὁ  
*A* πρὸς τὸν *B*· οἱ *A, B* ἄρα πρὸς ἀλλήλους λόγον  
 ἔχουσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον  
 ἀριθμόν· ὥστε οἱ *A, B* ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν. καὶ  
 20 ἔστι τετράγωνος ὁ *B*· τετράγωνος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ *A*·  
 ὅπερ οὐχ ὑπέκειτο. οὐκ ἄρα ὁ *Γ* τετράγωνός ἐστιν.  
 ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλος οὐδεὶς τετρά-  
 γωνός ἐστι χωρὶς τοῦ τρίτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ  
 τῶν ἕνα διαλειπόντων.

25 Ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστω ὁ *A* κύβος. λέγω, ὅτι οὐδ'

8. ἔστῶσαν γάρ P. ἐξῆς] in ras. φ. ὅσοιδηποτοῦν] P;  
 ὀποσοιδηποτοῦν B V φ. 10. ὁ *A*] om. V φ. λέγω] ὁ *A*. λέγω  
 V φ. 11. χωρὶς] πλήν V φ. 12. καὶ τῶν ἕνα διαλειπόντων]  
 om. P. 13. ἔστι] ἔστιν P. 15. πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν] m.  
 rec. P. 16. ὁ *A*] οὕτως ὁ *A B*. 17. τόν] om. B. 18. ἀριθμόν P,  
 corr. m. 1. 19. ὥστε — εἰσιν] in V deleta (εἰσι); om. φ. 21.  
 ὑπόκειται V φ. 22. τετράγωνός ἐστι] om. V φ. 25. οὐδέ V.  
 οὐδὲ ἄλλος mg. φ.

nales sunt, et unitati proximus quadratus non est, ne alius quidem ullus quadratus erit praeter tertium ab unitate et omnes, quicunque uno loco distant. et si unitati proximus cubus non est, ne alius quidem ullus cubus erit praeter quartum ab unitate et omnes, quicunque duobus locis distant.

$A$  |————|

$B$  |————|

|————|  $\Gamma$

|————|  $\Delta$

$E$  |————|  $Z$

|————|

Sint quotlibet numeri ab unitate deinceps proportionales  $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$ , et unitati proximus  $A$  quadratus ne sit. dico, ne alium quidem ullum quadratum esse praeter tertium ab unitate.

nam si fieri potest,  $\Gamma$  quadratus sit. est autem etiam  $B$  quadratus [prop. VIII]. itaque  $B, \Gamma$  inter se rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. et est  $B : \Gamma = A : B$ . itaque  $A, B$  inter se rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. quare  $A, B$  similes plani sunt [VIII, 26].<sup>1)</sup> et  $B$  quadratus est. itaque etiam  $A$  quadratus est. quod est contra hypothesim. ergo  $\Gamma$  quadratus non est. similiter demonstrabimus, ne alium quidem ullum quadratum esse praeter tertium ab unitate, et quicunque uno loco distent.

at  $A$  cubus ne sit. dico, ne alium quidem ullum

1) Fortasse lin. 14:  $o\acute{\iota}$   $B, \Gamma$  — 16:  $\acute{\alpha}\rho\iota\theta\mu\acute{o}\nu$  et lin. 19:  $\acute{\omega}\sigma\tau\epsilon$  —  $\epsilon\lambda\acute{\iota}\sigma\acute{\iota}\nu$  spuria sunt. poterat enim uti VIII, 24 melius quam VIII, 26 conuersa; cfr. p. 360, 7.

ἄλλος οὐδεὶς κύβος ἔσται χωρὶς τοῦ τετάρτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν δύο διαλειπόντων.

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ὁ  $\Delta$  κύβος. ἔστι δὲ καὶ ὁ  $\Gamma$  κύβος· τέταρτος γάρ ἐστιν ἀπὸ τῆς μονάδος. καὶ  
 5 ἔστιν ὡς ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ , ὁ  $B$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ · καὶ ὁ  $B$  ἄρα πρὸς τὸν  $\Gamma$  λόγον ἔχει, ὃν κύβος πρὸς κύβον. καὶ ἔστιν ὁ  $\Gamma$  κύβος· καὶ ὁ  $B$  ἄρα κύβος ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ἔστιν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν  $A$ , ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , ἡ δὲ μονὰς τὸν  $A$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μο-  
 10 νάδας, καὶ ὁ  $A$  ἄρα τὸν  $B$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· ὁ  $A$  ἄρα ἐαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον τὸν  $B$  πεποίηκεν. ἐὰν δὲ ἀριθμὸς ἐαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ αὐτὸς κύβος ἔσται. κύβος ἄρα καὶ ὁ  $A$ · ὅπερ οὐχ ὑπόκειται. οὐκ ἄρα ὁ  $\Delta$   
 15 κύβος ἐστίν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλος οὐδεὶς κύβος ἐστὶ χωρὶς τοῦ τετάρτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν δύο διαλειπόντων· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ια'.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὅποσοι οὖν ἀριθμοὶ ἐξῆς  
 20 ἀνάλογον ᾧσιν, ὁ ἐλάττων τὸν μείζονα μετρεῖ κατὰ τινα τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθμοῖς.

Ἐστῶσαν ἀπὸ μονάδος τῆς  $A$  ὅποσοι οὖν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον οἱ  $B, \Gamma, \Delta, E$ · λέγω, ὅτι τῶν  $B, \Gamma, \Delta, E$  ὁ ἐλάχιστος ὁ  $B$  τὸν  $E$  μετρεῖ κατὰ τινα  
 25 τῶν  $\Gamma, \Delta$ .

Ἐπεὶ γὰρ ἔστιν ὡς ἡ  $A$  μονὰς πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $E$ , ἰσάκεις ἄρα ἡ  $A$  μονὰς τὸν  $B$

3. ἔστι] -ι in ras. V, ἔστιν P. 5. τόν] bis om. B. Γ]  
 (alt.) supra φ. 6. ἄρα] supra m. 1 P. 7. ἐστὶ V φ. 8.

cubum esse praeter quartum ab unitate, et quicumque duobus locis distent.

nam si fieri potest, sit  $\Delta$  cubus. est autem etiam  $\Gamma$  cubus [prop. VIII]; quartus enim est ab unitate. et  $\Gamma : \Delta = B : \Gamma$ . quare etiam  $B$  ad  $\Gamma$  rationem habet, quam cubus ad cubum. et  $\Gamma$  cubus est. itaque etiam  $B$  cubus est [VII, 13. VIII, 25]. et quoniam est  $1 : A = A : B$ , et unitas numerum  $A$  secundum unitates ipsius metitur, etiam  $A$  numerum  $B$  secundum unitates suas metitur. itaque erit  $A \times A = B$ . sin numerus se ipsum multiplicans cubum effecerit, et ipse cubus erit [prop. VI]. itaque  $A$  cubus est; quod est contra hypothesim. ergo  $\Delta$  cubus non est. similiter demonstrabimus, ne alium quidem ullum cubum esse praeter quartum ab unitate, et quicumque duobus locis distent; quod erat demonstrandum.

## XI.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt ab unitate, minor maiorem secundum aliquem eorum metitur, qui inter numeros proportionales exstant.

Sint quotlibet numeri ab unitate  $A$  deinceps proportionales  $B, \Gamma, \Delta, E$ . dico, ex numeris  $B, \Gamma, \Delta, E$  minimum  $B$  numerum  $E$  secundum aliquem numerorum  $\Gamma, \Delta$  metiri.

nam quoniam est  $A : B = \Delta : E$ ,  $A$  unitas nume-

---

$\tauόν]$  om. B.  $οὕτως$   $\delta$  B. 14.  $καί]$  supra m. 1 P. 15.  
 $οὐδέ$  V  $\varphi$ . 20.  $ἐλάσσων$  P. 23.  $ὅποιοιοῦν$  P; corr. m. rec.  
 24.  $B, \Gamma]$  (prius) in ras.  $\varphi$ . 25.  $ἐλάσσων$  Theon (BV  $\varphi$ ).  $\delta]$   
 e corr. V.

ἀριθμὸν μετρεῖ καὶ ὁ  $\Delta$  τὸν  $E$ . ἐναλλάξ ἄρα ἰσάκεις  
 ἢ  $A$  μονὰς τὸν  $\Delta$  μετρεῖ καὶ ὁ  $B$  τὸν  $E$ . ἢ δὲ  $A$   
 μονὰς τὸν  $\Delta$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας· καὶ  
 ὁ  $B$  ἄρα τὸν  $E$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ  $\Delta$  μονάδας·  
 5 ὥστε ὁ ἐλάσσων ὁ  $B$  τὸν μείζονα τὸν  $E$  μετρεῖ κατὰ  
 τινὰ ἀριθμὸν τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθ-  
 μοῖς.

### Πόρισμα.

Καὶ φανερόν, ὅτι ἣν ἔχει τάξιν ὁ μετροῦν ἀπὸ  
 10 μονάδος, τὴν αὐτὴν ἔχει καὶ ὁ καθ' ὃν μετρεῖ ἀπὸ  
 τοῦ μετρουμένου ἐπὶ τὸ πρὸ αὐτοῦ. — ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

### ιβ'.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὅποιοι οὖν ἀριθμοὶ ἐξῆς  
 ἀνάλογον ᾧσιν, ὑφ' ὧσιν ἂν ὁ ἔσχατος πρῶ-  
 15 των ἀριθμῶν μετρηῇται, ὑπὸ τῶν αὐτῶν καὶ  
 ὁ παρὰ τὴν μονάδα μετρηθήσεται.

Ἐστῶσαν ἀπὸ μονάδος ὅποιοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ  
 ἀνάλογον οἱ  $A, B, \Gamma, \Delta$ . λέγω, ὅτι ὑφ' ὧσιν ἂν ὁ  
 $\Delta$  πρῶτων ἀριθμῶν μετρηῇται, ὑπὸ τῶν αὐτῶν καὶ  
 20 ὁ  $A$  μετρηθήσεται.

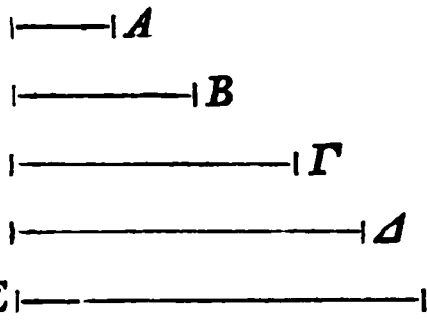
Μετρείσθω γὰρ ὁ  $\Delta$  ὑπὸ τινος πρώτου ἀριθμοῦ  
 τοῦ  $E$ . λέγω, ὅτι ὁ  $E$  τὸν  $A$  μετρεῖ. μὴ γάρ· καὶ  
 ἔστιν ὁ  $E$  πρῶτος, ἅπας δὲ πρῶτος ἀριθμὸς πρὸς

2. δὲ  $A$ ] δέ φ. 4. τῷ  $\Delta$ ] αὐτῷ φ. 8. πόρισμα — 11:  
 πρὸ αὐτοῦ] om. Theon (BVφ). 8. πόρισμα] om. P. 11.  
 ἐπὶ τό] scripsi; κατὰ τόν P. αὐτοῦ] scripsi; αὐτοῦ ὡς τὸν  
 $\Delta$  P. 14. ὧσιν] corr. ex ὧν m. rec. P. 15. μετρεῖται  
 BVφ. 17. ὅσοιδηποτοῦν BVφ. 18. ὑπὸ ὧσιν P,  $\nu$  add.  
 m. rec. 19. μετρεῖται Vφ. 22. τόν] καὶ τόν Vφ et, ut  
 uidetur, B m. rec. μὴ γὰρ μετρεῖται ὁ  $E$  τὸν  $A$  Theon  
 (BVφ).



rum  $B$  et  $\Delta$  numerum  $E$  aequaliter metitur. itaque

permutando  $A$  unitas numerum  $\Delta$  et  $B$  numerum  $E$  aequaliter metitur [VII, 15]. uerum  $A$  unitas numerum  $\Delta$  secundum unitates ipsius metitur. itaque etiam  $B$  numerum  $E$  secundum unitates numeri  $\Delta$  metitur. ergo minor  $B$  maiorem  $E$  secundum aliquem numerum metitur eorum, qui inter numeros proportionales exstant.



### Corollarium.

Et manifestum est, quem obtineat locum metiens ab unitate, eandem etiam eum, secundum quem metiatur, ante eum, quem metiatur, obtinere. — quod erat demonstrandum.

### XII.

Si quotlibet numeri ab unitate deinceps proportionales sunt, quicumque numeri primi ultimum metiuntur, iidem etiam unitati proximum metientur.

Sint quotlibet numeri ab unitate proportionales

$A$  |———|       $Z$  |———|       $A, B, \Gamma, \Delta$ . dico, quicumque numeri primi numerum  $\Delta$  metiantur, eosdem etiam numerum  $A$  mensuros esse.

$B$  |———|      |———|  $H$

$\Gamma$  |———|      |———|  $\Theta$

$\Delta$  |———|

$E$  |———|

nam primus numerus  $E$  numerum  $\Delta$  metiatur. dico,  $E$  numerum  $A$  metiri. nam ne metiatur. et  $E$  primus est, omnis autem primus numerus ad omnem numerum, quem non metitur, primus est [VII, 29].

ἅπαντα, ὃν μὴ μετρεῖ, πρῶτός ἐστιν· οἱ  $E$ ,  $A$  ἄρα  
 πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. καὶ ἐπεὶ ὁ  $E$  τὸν  $\Delta$   
 μετρεῖ, μετρεῖτω αὐτὸν κατὰ τὸν  $Z$ · ὁ  $E$  ἄρα τὸν  $Z$   
 πολλαπλασιάσας τὸν  $\Delta$  πεποίηκεν. πάλιν, ἐπεὶ ὁ  $A$   
 5 τὸν  $\Delta$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ  $\Gamma$  μονάδας, ὁ  $A$  ἄρα  
 τὸν  $\Gamma$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Delta$  πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν  
 καὶ ὁ  $E$  τὸν  $Z$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Delta$  πεποίηκεν· ὁ  
 ἄρα ἐκ τῶν  $A$ ,  $\Gamma$  ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν  $E$ ,  $Z$ . ἔστιν  
 ἄρα ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $E$ , ὁ  $Z$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ . οἱ δὲ  
 10  $A$ ,  $E$  πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλά-  
 χιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκεις  
 ὃ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν  
 ἐπόμενον· μετρεῖ ἄρα ὁ  $E$  τὸν  $\Gamma$ . μετρεῖτω αὐτὸν  
 κατὰ τὸν  $H$ · ὁ  $E$  ἄρα τὸν  $H$  πολλαπλασιάσας τὸν  
 15  $\Gamma$  πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν διὰ τὸ πρὸ τούτου καὶ ὁ  
 $A$  τὸν  $B$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  πεποίηκεν. ὁ ἄρα  
 ἐκ τῶν  $A$ ,  $B$  ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν  $E$ ,  $H$ . ἔστιν ἄρα  
 ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $E$ , ὁ  $H$  πρὸς τὸν  $B$ . οἱ δὲ  $A$ ,  $E$   
 πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι  
 20 ἀριθμοὶ μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐ-  
 τοῖς ἰσάκεις ὃ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ  
 ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον· μετρεῖ ἄρα ὁ  $E$  τὸν  $B$ . με-  
 τρεῖτω αὐτὸν κατὰ τὸν  $\Theta$ · ὁ  $E$  ἄρα τὸν  $\Theta$  πολλα-  
 πλασιάσας τὸν  $B$  πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ  $A$  ἐαυ-  
 25 τὸν πολλαπλασιάσας τὸν  $B$  πεποίηκεν· ὁ ἄρα ἐκ τῶν  
 $E$ ,  $\Theta$  ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ  $A$ . ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $E$   
 πρὸς τὸν  $A$ , ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $\Theta$ . οἱ δὲ  $A$ ,  $E$  πρῶτοι,  
 οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι  
 τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκεις ὃ τε ἡγούμενος

2. εἰσι V φ. 4. πεποίηκε V φ. 9. οὕτως ὁ Z B. 10.  
 οἱ δὲ ἐλάχιστοι] m. 2 B. 11. τόν] om. B. 12. τε] in ras. φ.

itaque  $E, A$  inter se primi sunt. et quoniam  $E$  numerum  $\Delta$  metitur, eum secundum  $Z$  metiatur. itaque  $E \times Z = \Delta$ . rursus quoniam  $A$  numerum  $\Delta$  secundum unitates numeri  $\Gamma$  metitur<sup>1)</sup>, erit  $A \times \Gamma = \Delta$ . uerum  $E \times Z = \Delta$ . itaque  $A \times \Gamma = E \times Z$ . itaque  $A : E = Z : \Gamma$  [VII, 19]. uerum  $A, E$  primi, primi autem etiam minimi [VII, 21], minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur [VII, 20], praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque  $E$  numerum  $\Gamma$  metitur. metiatur eum secundum  $H$ . itaque  $E \times H = \Gamma$ . uerum propter propositionem praecedentem etiam  $A \times B = \Gamma$  [prop. XI coroll.]. itaque  $A \times B = E \times H$ . quare

$$A : E = H : B \text{ [VII, 19].}$$

uerum  $A, E$  primi, primi autem etiam minimi [VII, 21], minimi autem numeri eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur [VII, 20], praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque  $E$  numerum  $B$  metitur. metiatur eum secundum  $\Theta$ . itaque  $E \times \Theta = B$ . uerum etiam  $A \times A = B$  [prop. VIII]. itaque

$$E \times \Theta = A \times A.$$

itaque  $E : A = A : \Theta$  [VII, 19]. uerum  $A, E$  primi sunt, primi autem etiam minimi [VII, 21], minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter

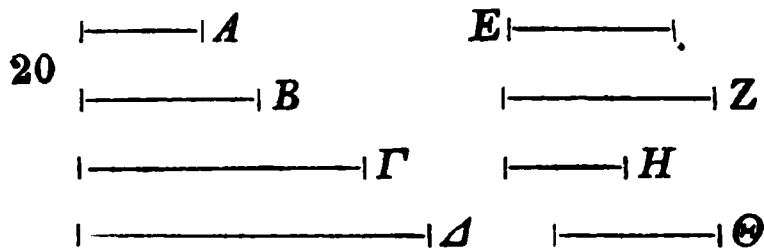
1) Ex coroll. prop. XI, quod omnino necessarium est ad definiendum, secundum quotum quisque numerum alium quempiam metiatur.

ἡγούμενον φ, sed corr. τὸν ἡγούμενον] mg. φ. 13. αὐ-  
τῷ V, sed corr. 20. τόν] in ras. φ. 25. ὁ ἄρα] ἔστιν  
ἄρα ὁ V φ. 26. Θ, E B. ἐστὶ] om. V φ. 27. E, A P. 29.  
ἔχοντας αὐτοῖς Theon (B V φ).

τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον· μετρεῖ  
 ἄρα ὁ  $E$  τὸν  $A$  ὡς ἡγούμενος ἡγούμενον. ἀλλὰ μὴν  
 καὶ οὐ μετρεῖ· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οἱ  $E$ ,  $A$   
 πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. σύνθετοι ἄρα. οἱ δὲ  
 5 σύνθετοι ὑπὸ [πρώτου] ἀριθμοῦ τινος μετροῦνται.  
 καὶ ἐπεὶ ὁ  $E$  πρῶτος ὑπόκειται, ὁ δὲ πρῶτος ὑπὸ  
 ἐτέρου ἀριθμοῦ οὐ μετρεῖται ἢ ὑφ' ἑαυτοῦ, ὁ  $E$  ἄρα  
 τοὺς  $A$ ,  $E$  μετρεῖ· ὥστε ὁ  $E$  τὸν  $A$  μετρεῖ. μετρεῖ  
 δὲ καὶ τὸν  $\Delta$ · ὁ  $E$  ἄρα τοὺς  $A$ ,  $\Delta$  μετρεῖ. ὁμοίως  
 10 δὴ δείξομεν, ὅτι ὑφ' ὅσων ἂν ὁ  $\Delta$  πρώτων ἀριθ-  
 μῶν μετρῇται, ὑπὸ τῶν αὐτῶν καὶ ὁ  $A$  μετρηθήσε-  
 ται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιγ'.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὅποσοι οὖν ἀριθμοὶ ἐξῆς  
 15 ἀνάλογον ᾧσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα πρῶ-  
 τος ἢ, ὁ μέγιστος ὑπ' οὐδενὸς [ἄλλου] μετρη-  
 θήσεται παρὲξ τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνά-  
 λογον ἀριθμοῖς.



Ἐστῶσαν ἀπὸ μονά-  
 δος ὅποσοι οὖν ἀριθμοὶ  
 ἐξῆς ἀνάλογον οἱ  $A$ ,  $B$ ,  
 $\Gamma$ ,  $\Delta$ , ὁ δὲ μετὰ τὴν μo-  
 νάδα ὁ  $A$  πρῶτος ἔστω·

λέγω, ὅτι ὁ μέγιστος αὐτῶν ὁ  $\Delta$  ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου  
 25 μετρηθήσεται παρὲξ τῶν  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ .

• Εἰ γὰρ δυνατόν, μετρεῖσθω ὑπὸ τοῦ  $E$ , καὶ ὁ  $E$

2. ὡς] ὡς ὁ φ. τὸν ἡγούμενον B V φ. 3.  $A$ ,  $E$  B. 4. εἰσὶ  
 V φ. ἄρα· οἱ δὲ σύνθετοι] mg. φ. 5. πρώτου] om. P. Post  
 μετροῦνται add. V mg. m. 2: οἱ  $A$ ,  $E$  ἄρα ὑπὸ πρώτου τινὸς  
 ἀριθμοῦ μετροῦνται; idem B mg. m. 2. 6. καὶ ἐπεὶ — 7:  
 ἑαυτοῦ] m. 2 V. 7. μετρῇται P, corr. m. rec. 8. Post

metiuntur [VII, 20], praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque  $E$  numerum  $A$  metitur, ut praecedens praecedentem. uerum etiam non metitur; quod fieri non potest. itaque  $E$ ,  $A$  inter se primi non sunt. ergo compositi. compositos autem numerus aliquis metitur [VII def. 14]. et quoniam suppositum est,  $E$  primum esse, primum autem nullus alius numerus metitur praeter ipsum [VII def. 11],  $E$  numeros  $A$ ,  $E$  metitur. quare  $E$  numerum  $A$  metitur. uerum etiam  $\Delta$  numerum metitur.<sup>1)</sup> ergo  $E$  numeros  $A$ ,  $\Delta$  metitur. similiter demonstrabimus, quicumque primi numeri numerum  $\Delta$  metiantur, eosdem etiam numerum  $A$  mensuros esse; quod erat demonstrandum.

## XIII.

Si quotlibet numeri ab unitate deinceps proportionales sunt, et unitati proximus primus est, maximum nullus metietur numerus praeter eos, qui inter proportionales exstant.

Sint quotlibet numeri ab unitate deinceps proportionales  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$ , et unitati proximus  $A$  primus sit. dico, maximum eorum  $\Delta$  nullos alios mensuros esse praeter  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ .

nam si fieri potest, metiatur numerus  $E$ , neu  $E$

---

1) Propter expositionis genus (p. 362, 22) uerba lin. 8:  $\mu\epsilon\tau\rho\epsilon\iota\ \delta\epsilon\ \kappa\alpha\iota$  — 9:  $\mu\epsilon\tau\rho\epsilon\iota$  superuacua sunt, et fortasse subditua.

---

$\omega\sigma\tau\epsilon$  add.  $\kappa\alpha\iota$  in ras B. 9.  $\kappa\alpha\iota$ ] supra  $\varphi$ .  $\Delta$ ] (alt.) in ras. V. 11.  $\mu\epsilon\tau\rho\epsilon\iota\tau\alpha\iota$  V  $\varphi$ . 16.  $\alpha\lambda\lambda\omicron\nu$ ] om. P.

μηδενὶ τῶν  $A, B, \Gamma$  ἔστω ὁ αὐτός. φανερόν δὴ, ὅτι  
ο  $E$  πρῶτος οὐκ ἔστιν. εἰ γὰρ ὁ  $E$  πρῶτός ἐστι καὶ  
μετρεῖ τὸν  $\Delta$ , καὶ τὸν  $A$  μετρήσει πρῶτον ὄντα μὴ  
ὦν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ὁ  
5  $E$  πρῶτός ἐστιν. σύνθετος ἄρα. πᾶς δὲ σύνθετος  
ἀριθμὸς ὑπὸ πρῶτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται· ὁ  $E$   
ἄρα ὑπὸ πρῶτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται. λέγω δὲ,  
ὅτι ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου πρῶτου μετρηθήσεται πλην  
τοῦ  $A$ . εἰ γὰρ ὑφ' ἐτέρου μετρεῖται ἡ  $E$ , ὁ δὲ  $E$   
10 τὸν  $\Delta$  μετρεῖ, καὶ κείνος ἄρα τὸν  $\Delta$  μετρήσει· ὥστε  
καὶ τὸν  $A$  μετρήσει πρῶτον ὄντα μὴ ὦν αὐτῷ ὁ  
αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ὁ  $A$  ἄρα τὸν  $E$  μετρεῖ.  
καὶ ἐπεὶ ὁ  $E$  τὸν  $\Delta$  μετρεῖ, μετρεῖται αὐτὸν κατὰ  
τὸν  $Z$ . λέγω, ὅτι ὁ  $Z$  οὐδενὶ τῶν  $A, B, \Gamma$  ἐστὶν  
15 ὁ αὐτός. εἰ γὰρ ὁ  $Z$  ἐνὶ τῶν  $A, B, \Gamma$  ἐστὶν ὁ  
αὐτός καὶ μετρεῖ τὸν  $\Delta$  κατὰ τὸν  $E$ , καὶ εἰς ἄρα  
τῶν  $A, B, \Gamma$  τὸν  $\Delta$  μετρεῖ κατὰ τὸν  $E$ . ἀλλὰ εἰς  
τῶν  $A, B, \Gamma$  τὸν  $\Delta$  μετρεῖ κατὰ τινὰ τῶν  $A, B, \Gamma$   
καὶ ὁ  $E$  ἄρα ἐνὶ τῶν  $A, B, \Gamma$  ἐστὶν ὁ αὐτός· ὅπερ  
20 οὐχ ὑπόκειται. οὐκ ἄρα ὁ  $Z$  ἐνὶ τῶν  $A, B, \Gamma$  ἐστὶν  
ὁ αὐτός. ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι μετρεῖται ὁ  $Z$   
ὑπὸ τοῦ  $A$ , δεικνύντες πάλιν, ὅτι ὁ  $Z$  οὐκ ἐστὶ πρῶ-  
τος. εἰ γάρ, καὶ μετρεῖ τὸν  $\Delta$ , καὶ τὸν  $A$  μετρήσει  
πρῶτον ὄντα μὴ ὦν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύ-

2. ἐστι] ἐστὶν P. 3. μή] καὶ μή φ. 5. ἐστι V φ.  
ἅπας B. 6. ὁ  $E$  ἄρα — 7: μετρεῖται] om. BV φ. 7. δὴ]  
om. V φ. 8. πλην] e corr. V. 10. μετρεῖ] om. V φ.  
13. καί] m. 2 V. αὐτῶν φ, sed corr. 15. εἰ γάρ — 16:  
αὐτός] m. rec. B. 21. ὅτι — 22: πάλιν] mg. m. 2 B. 22.  
ὅτι] ὅτι οὐκ ἐστὶ BV φ. ὁ  $Z$  — 23: τὸν  $\Delta$ ] m. 2 V. 22.  
οὐκ ἐστὶ] om. BV φ. 23. εἰ γάρ] εἰ γάρ ἐστὶ πρῶτος BV,  
idem φ in mg. 24. ἐστὶν] om. V φ.

ulli numerorum  $A, B, \Gamma$  aequalis sit. manifestum est igitur,  $E$  primum non esse. nam si  $E$  primus est et numerum  $\Delta$  metitur, etiam numerum  $A$  metietur [prop. XII], qui primus est, quamquam ei aequalis non est; quod fieri non potest. itaque  $E$  primus non est. compositus igitur. quemuis autem numerum compositum primus aliquis numerus metitur [VII, 32]. itaque numerum  $E$  primus aliquis numerus metitur. dico, nullum alium  $E$  numerum metiri praeter  $A$ . nam si alius numerum  $E$  metitur,  $E$  autem numerum  $\Delta$  metitur, ille quoque numerum  $\Delta$  metietur. quare etiam numerum  $A$  metietur, qui primus est [prop. XII], quamquam ei aequalis non est<sup>1)</sup>; quod fieri non potest. itaque  $A$  numerum  $E$  metitur. et quoniam  $E$  numerum  $\Delta$  metitur, secundum  $Z$  metiatur. dico,  $Z$  nulli numerorum  $A, B, \Gamma$  aequalem esse. nam si  $Z$  alicui numerorum  $A, B, \Gamma$  aequalis est, et numerum  $\Delta$  secundum  $E$  metitur, etiam aliquis numerorum  $A, B, \Gamma$  numerum  $\Delta$  secundum  $E$  metitur. uerum quicui numerorum  $A, B, \Gamma$  numerum  $\Delta$  secundum aliquem numerorum  $A, B, \Gamma$  metitur [prop. XI]. quare  $E$  alicui numerorum  $A, B, \Gamma$  aequalis est; quod est contra hypothesim. ergo  $Z$  nulli numerorum  $A, B, \Gamma$  aequalis est. similiter demonstrabimus, numerum  $A$  numerum  $Z$  metiri, rursus demonstrantes, numerum  $Z$  primum non esse. nam si primus est et numerum  $\Delta$  metitur, etiam  $A$  metietur [prop. XII], qui primus est, quamquam ei aequalis non est; quod

---

1) Nam si numerus numeros  $E, \Delta$  metiens alicui numerorum  $A, B, \Gamma$  aequalis esset, constaret propositum. idem de p. 370, 8 dicendum.

νατον· οὐκ ἄρα πρῶτός ἐστιν ὁ  $Z$ · σύνθετος ἄρα.  
 ἅπας δὲ σύνθετος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθ-  
 μοῦ μετρεῖται· ὁ  $Z$  ἄρα ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ  
 μετρεῖται. λέγω δὴ, ὅτι ὑφ' ἑτέρου πρώτου οὐ με-  
 5 τρηθήσεται πλὴν τοῦ  $A$ . εἰ γὰρ ἕτερός τις πρῶτος  
 τὸν  $Z$  μετρεῖ, ὁ δὲ  $Z$  τὸν  $\Delta$  μετρεῖ, καὶ κεῖνος ἄρα  
 τὸν  $\Delta$  μετρήσει· ὥστε καὶ τὸν  $A$  μετρήσει πρῶτον  
 ὄντα μὴ ὦν αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.  
 ὁ  $A$  ἄρα τὸν  $Z$  μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ὁ  $E$  τὸν  $\Delta$  μετρεῖ  
 10 κατὰ τὸν  $Z$ , ὁ  $E$  ἄρα τὸν  $Z$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Delta$   
 πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ  $A$  τὸν  $\Gamma$  πολλαπλασιάσας  
 τὸν  $\Delta$  πεποίηκεν· ὁ ἄρα ἐκ τῶν  $A, \Gamma$  ἴσος ἐστὶ τῷ  
 ἐκ τῶν  $E, Z$ . ἀνάλογον ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  
 $E$ , οὕτως ὁ  $Z$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ . ὁ δὲ  $A$  τὸν  $E$  μετρεῖ·  
 15 καὶ ὁ  $Z$  ἄρα τὸν  $\Gamma$  μετρεῖ. μετρεῖτω αὐτὸν κατὰ  
 τὸν  $H$ . ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι ὁ  $H$  οὐδενὶ τῶν  
 $A, B$  ἐστὶν ὁ αὐτός, καὶ ὅτι μετρεῖται ὑπὸ τοῦ  $A$ .  
 καὶ ἐπεὶ ὁ  $Z$  τὸν  $\Gamma$  μετρεῖ κατὰ τὸν  $H$ , ὁ  $Z$  ἄρα  
 τὸν  $H$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν  
 20 καὶ ὁ  $A$  τὸν  $B$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  πεποίηκεν·  
 ὁ ἀρα ἐκ τῶν  $A, B$  ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν  $Z, H$ . ἀνά-  
 λογον ἄρα ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $Z$ , ὁ  $H$  πρὸς τὸν  $B$ .  
 μετρεῖ δὲ ὁ  $A$  τὸν  $Z$ · μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ  $H$  τὸν  $B$ .  
 μετρεῖτω αὐτὸν κατὰ τὸν  $\Theta$ . ὁμοίως δὴ δείξομεν,  
 25 ὅτι ὁ  $\Theta$  τῷ  $A$  οὐκ ἐστὶν ὁ αὐτός. καὶ ἐπεὶ ὁ  $H$  τὸν  
 $B$  μετρεῖ κατὰ τὸν  $\Theta$ , ὁ  $H$  ἄρα τὸν  $\Theta$  πολλαπλασιάσας  
 τὸν  $B$  πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ  $A$  ἐαυτὸν πολ-

2. ἅπας δέ — 3: μετρεῖται] om. Theon (BVφ). 3. ὁ  $Z$   
 ἄρα ὑπὸ πρώτου] ὁ ἄρα  $Z$  ὑπὸ πρώτου Vφ; ὑπὸ πρώτου  
 ἄρα B. 4. οὐ] insert. m. 1 B. 6. δέ  $Z$ ] corr. ex  $Z$  ἄρα  
 m. 2 V.  $Z$ ] in ras. P.  $\Delta$ ] in ras. P. 7.  $\Delta$ ] seq. ras.



fieri non potest. ergo  $Z$  primus non est. compositus igitur. quemuis autem numerum compositum primus aliquis numerus metitur [VII, 32]. itaque numerum  $Z$  primus aliquis numerus metitur. dico, nullum alium eum metiri praeter  $A$ . nam si alius numerus primus numerum  $Z$  metitur, et  $Z$  numerum  $\Delta$  metitur, ille quoque numerum  $\Delta$  metietur. quare etiam numerum  $A$  metietur [prop. XII], qui primus est, quamquam ei aequalis non est; quod fieri non potest. ergo  $A$  numerum  $Z$  metitur. et quoniam  $E$  numerum  $\Delta$  secundum  $Z$  metitur, erit  $E \times Z = \Delta$ . uerum etiam  $A \times \Gamma = \Delta$  [prop. XI]. itaque  $A \times \Gamma = E \times Z$ . itaque  $A : E = Z : \Gamma$  [VII, 19]. uerum  $A$  numerum  $E$  metitur. itaque etiam  $Z$  numerum  $\Gamma$  metitur. metiatur secundum  $H$ . similiter demonstrabimus, numerum  $H$  nulli numerorum  $A, B$  aequalem esse, et numerum  $A$  eum metiri. et quoniam  $Z$  numerum  $\Gamma$  secundum  $H$  metitur, erit  $Z \times H = \Gamma$ . uerum etiam  $A \times B = \Gamma$  [prop. XI]. itaque  $A \times B = Z \times H$ . quare  $A : Z = H : B$  [VII, 19]. uerum  $A$  numerum  $Z$  metitur. itaque etiam  $H$  numerum  $B$  metitur. metiatur secundum  $\Theta$ . similiter demonstrabimus, numerum  $\Theta$  numero  $A$  aequalem non esse. et quoniam  $H$  numerum  $B$  secundum  $\Theta$  metitur, erit

$$H \times \Theta = B.$$

---

1 litt.  $\varphi$ . 12.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$  P. 15.  $\mu\epsilon\tau\rho\epsilon\acute{\iota}$ ] insert. m. 2 B. 16.  
 $\acute{\omicron}\acute{\upsilon}\delta\epsilon\tau\acute{\epsilon}\rho\varphi$  Theon (B V  $\varphi$ ). 21.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$  P. 22.  $A$ ] in ras. V.

λαπλασιάσας τὸν  $B$  πεποίηκεν· ὁ ἄρα ὑπὸ  $\Theta$ ,  $H$  ἴσος  
 ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ  $A$  τετραγώνῳ. ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $\Theta$   
 πρὸς τὸν  $A$ , ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $H$ . μετρεῖ δὲ ὁ  $A$  τὸν  
 $H$ · μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ  $\Theta$  τὸν  $A$  πρῶτον ὄντα μὴ ὦν  
 5 αὐτῷ ὁ αὐτός· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἀρα ὁ μέγιστος  
 ὁ  $\Delta$  ὑπὸ ἐτέρου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται παρὲς τῶν  
 $A, B, \Gamma$ · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιδ'.

Ἐὰν ἐλάχιστος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτων ἀριθ-  
 10 μῶν μετρηῇται, ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου πρώτου ἀριθ-  
 μοῦ μετρηθήσεται παρὲς τῶν ἐξ ἀρχῆς με-  
 τρούντων.

Ἐλάχιστος γὰρ ἀριθμὸς ὁ  $A$  ὑπὸ πρώτων ἀριθ-  
 μῶν τῶν  $B, \Gamma, \Delta$  μετρεῖσθω· λέγω, ὅτι ὁ  $A$  ὑπ' οὐ-  
 15 δενὸς ἄλλου πρώτου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται παρὲς  
 τῶν  $B, \Gamma, \Delta$ .

Εἰ γὰρ δυνατόν, μετρεῖσθω ὑπὸ πρώτου τοῦ  $E$ ,  
 καὶ ὁ  $E$  μηδενὶ τῶν  $B, \Gamma, \Delta$  ἔστω ὁ αὐτός. καὶ  
 ἐπεὶ ὁ  $E$  τὸν  $A$  μετρεῖ, μετρεῖται αὐτὸν κατὰ τὸν  $Z$ .  
 20 ὁ  $E$  ἄρα τὸν  $Z$  πολλαπλασιάσας τὸν  $A$  πεποίηκεν.  
 καὶ μετρεῖται ὁ  $A$  ὑπὸ πρώτων ἀριθμῶν τῶν  $B, \Gamma$ ,  
 $\Delta$ . ἐὰν δὲ δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλή-  
 λους ποιῶσί τινα, τὸν δὲ γενόμενον ἐξ αὐτῶν μετρή-  
 τισ πρῶτος ἀριθμός, καὶ ἓνα τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρήσει·  
 25 οἱ  $B, \Gamma, \Delta$  ἄρα ἓνα τῶν  $E, Z$  μετρήσουσιν. τὸν

1. ὑπό] ἐκ τῶν Theon (B V φ). 3. ὁ] (prius) supra m. 1 P.  
 4. τὸν  $A$ ] τὸν τὸν  $A$  φ, sed corr. 7. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. B.  
 10. πρώτου] om. B. 14.  $B$ ] post ras. 1 litt. V. 15. πα-  
 ρέξ] in hoc uocabulo incipit Paris. 2344 fol. 166 (q). 19.  
 καὶ κατὰ V φ, καὶ del. V. 20. ἄρα τὸν  $Z$ ] insert. m. 1 B.  
 πεποίηκε V φ q. 21. ὑπό] ὑπὸ τῶν P. 22. πολυπλασιά-

uerum etiam  $A \times A = B$  [prop. VIII]. itaque

$$\Theta \times H = A \times A.$$

quare erit [VII, 19]  $\Theta : A = A : H$ . uerum  $A$  numerum  $H$  metitur. quare etiam  $\Theta$  numerum  $A$  metitur, qui primus est, quamquam ei aequalis non est; quod absurdum est. ergo maximum  $\Delta$  nullus alius numerus metietur praeter<sup>1)</sup>  $A, B, \Gamma$ ; quod erat demonstrandum.

#### XIV.

Si primi aliqui numeri numerum quendam minimum metiuntur, nullus alius primus numerus eum metietur praeter eos, qui ab initio metiuntur.

Nam primi numeri  $B, \Gamma, \Delta$  numerum  $A$  minimum metiantur. dico, nullum alium primum numerum  $A$  numerum mensurum esse praeter  $B, \Gamma, \Delta$ .

nam si fieri potest, metiatur primus numerus  $E$ ,  
 $\text{—————}|A \quad |B$       neue  $E$  ulli numerorum  $B, \Gamma, \Delta$   
 $| \text{—————}|E \quad | \text{—————}| \Gamma$       aequalis sit. et quoniam  $E$  nu-  
 $| \text{—————}|Z \quad | \text{—————}| \Delta$  merum  $A$  metitur, secundum  $Z$   
 metiatur. itaque  $E \times Z = A$ . et numerum  $A$  primi numeri  $B, \Gamma, \Delta$  metiuntur. sin duo numeri inter se multiplicantes numerum aliquem efficiunt, et numerum ex iis productum primus aliquis numerus metitur, etiam unum eorum, qui ab initio sumpti sunt, metietur [VII, 30]. itaque  $B, \Gamma, \Delta$  alterutrum numerorum  $E$ ,

1) Ii autem metiuntur propter prop. XI.

μὲν οὖν  $E$  οὐ μετρήσουσιν· ὁ γὰρ  $E$  πρῶτός ἐστι καὶ οὐδενὶ τῶν  $B, \Gamma, \Delta$  ὁ αὐτός. τὸν  $Z$  ἄρα μετροῦσιν ἐλάχισσونا ὄντα τοῦ  $A$ · ὅπερ ἀδύνατον. ὁ γὰρ  $A$  ὑπόκειται ἐλάχιστος ὑπὸ τῶν  $B, \Gamma, \Delta$  μετρούμενος.  
 5 οὐκ ἄρα τὸν  $A$  μετρήσει πρῶτος ἀριθμὸς παρὲς τῶν  $B, \Gamma, \Delta$ · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιε'.

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον ὦσιν ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς,  
 10 δύο ὅποιοιοῦν συντεθέντες πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτοί εἰσιν.

Ἐστῶσαν τρεῖς ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς οἱ  $A, B, \Gamma$ · λέγω, ὅτι τῶν  $A, B, \Gamma$  δύο ὅποιοιοῦν συντεθέντες  
 15 πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτοί εἰσιν, οἱ μὲν  $A, B$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ , οἱ δὲ  $B, \Gamma$  πρὸς τὸν  $A$  καὶ ἔτι οἱ  $A, \Gamma$  πρὸς τὸν  $B$ .

Εἰλήφθωσαν γὰρ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς  $A, B, \Gamma$  δύο οἱ  $\Delta E, EZ$ . φανερόν δὴ, ὅτι ὁ μὲν  $\Delta E$  ἐαυτὸν πολλαπλασιάσας  
 20 τὸν  $A$  πεποίηκεν, τὸν δὲ  $EZ$  πολλαπλασιάσας τὸν  $B$  πεποίηκεν, καὶ ἔτι ὁ  $EZ$  ἐαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  πεποίηκεν. καὶ ἐπεὶ οἱ  $\Delta E, EZ$  ἐλάχιστοί εἰσιν, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. ἔαν δὲ δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, καὶ συναμφοτέρος πρὸς  
 25 ἐκάτερον πρῶτός ἐστιν· καὶ ὁ  $\Delta Z$  ἄρα πρὸς ἐκάτερον

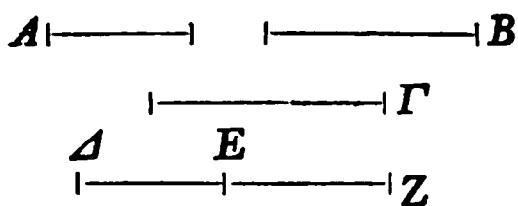
1. μετρήσουσι V φ; μετροῦσιν B. ἐστιν P. 2. μετρήσουσιν V φ. 3. ὅπερ ἐστίν BV φ. 7. ιε'] om. φ. 9. τῶν] om. φ. 10. ὅποιοιοῦν q et supra scripto ὅποιοῦν B. 13. ἐχόντων λόγον φ. 14. λέγω, ὅτι τῶν  $A, B, \Gamma$ ] mg. m. 1 φ. τῶν  $A, B, \Gamma$ ] om. B, m. 2 V. δύο] om. B. ὅποιοιοῦν q

$Z$  metientur.  $E$  quidem numerum non metientur; nam  $E$  primus est nec ulli numerorum  $B, \Gamma, \Delta$  aequalis. itaque numerum  $Z$  metiuntur, qui minor est numero  $A$ ; quod fieri non potest. nam suppositum est, numerum  $A$  minimum metiri numeros  $B, \Gamma, \Delta$ . ergo nullus primus numerus numerum  $A$  metietur praeter  $B, \Gamma, \Delta$ ; quod erat demonstrandum.

## XV.

Si tres numeri deinceps proportionales sunt minimi eorum, qui eandem rationem habent, duo quilibet coniuncti ad reliquum primi sunt.

Sint tres numeri deinceps proportionales minimi eorum, qui eandem rationem habent,  $A, B, \Gamma$ . dico, numerorum  $A, B, \Gamma$  duos quoslibet coniunctos ad reliquum primos esse,  $A + B$  ad  $\Gamma$ ,  $B + \Gamma$  ad  $A$ ,  $A + \Gamma$  ad  $B$ .



sumantur enim minimi eorum, qui eandem rationem habent ac  $A, B, \Gamma$ , duo numeri  $\Delta E, EZ$  [VIII, 2]. manifestum igitur est, esse

tur est, esse

$\Delta E \times \Delta E = A, \Delta E \times EZ = B, EZ \times EZ = \Gamma$  [VIII, 2]. et quoniam  $\Delta E, EZ$  minimi sunt, inter se primi sunt [VII, 22]. sin duo numeri inter se primi sunt, etiam uterque simul ad utrumvis primus est [VII, 28]. quare etiam  $\Delta Z$  ad utrumque

---

et supra scr. ὁποιοῦν B. 16.  $A$ ] corr. ex  $\Delta \varphi$ .  $A, \Gamma$ ]  $\Gamma, A$  P. 20. πεποίηκε  $V \varphi q$ . 21. πεποίηκε  $V \varphi q$ . ἔτι ὁ] in ras. V. 22. πεποίηκε  $V \varphi q$ . εἰσι  $V \varphi q$ . 24. ὥσι  $V \varphi q$ . 25. ἐστι  $V \varphi q$ .

τῶν  $\Delta E$ ,  $EZ$  πρῶτός ἐστιν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ  $\Delta E$   
 πρὸς τὸν  $EZ$  πρῶτός ἐστιν· οἱ  $\Delta Z$ ,  $\Delta E$  ἄρα πρὸς  
 τὸν  $EZ$  πρῶτοί εἰσιν. ἐὰν δὲ δύο ἀριθμοὶ πρὸς τινα  
 ἀριθμὸν πρῶτοι ᾧσιν, καὶ ὁ ἐξ αὐτῶν γενόμενος  
 5 πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτός ἐστιν· ὥστε ὁ ἐκ τῶν  $Z\Delta$ ,  
 $\Delta E$  πρὸς τὸν  $EZ$  πρῶτός ἐστιν· ὥστε καὶ ὁ ἐκ τῶν  
 $Z\Delta$ ,  $\Delta E$  πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ  $EZ$  πρῶτός ἐστιν. [ἐὰν  
 γὰρ δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ᾧσιν, ὁ ἐκ  
 τοῦ ἐνὸς αὐτῶν γενόμενος πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτός  
 10 ἐστιν]. ἀλλ' ὁ ἐκ τῶν  $Z\Delta$ ,  $\Delta E$  ὁ ἀπὸ τοῦ  $\Delta E$  ἐστι  
 μετὰ τοῦ ἐκ τῶν  $\Delta E$ ,  $EZ$ · ὁ ἄρα ἀπὸ τοῦ  $\Delta E$  μετὰ  
 τοῦ ἐκ τῶν  $\Delta E$ ,  $EZ$  πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ  $EZ$  πρῶτός  
 ἐστιν. καὶ ἐστιν ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ  $\Delta E$  ὁ  $A$ , ὁ δὲ ἐκ  
 τῶν  $\Delta E$ ,  $EZ$  ὁ  $B$ , ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ  $EZ$  ὁ  $\Gamma$ · οἱ  $A$ ,  $B$   
 15 ἄρα συντεθέντες πρὸς τὸν  $\Gamma$  πρῶτοί εἰσιν. ὁμοίως  
 δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ οἱ  $B$ ,  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $A$  πρῶτοί  
 εἰσιν. λέγω δὴ, ὅτι καὶ οἱ  $A$ ,  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $B$  πρῶτοί  
 εἰσιν. ἐπεὶ γὰρ ὁ  $\Delta Z$  πρὸς ἐκάτερον τῶν  $\Delta E$ ,  $EZ$   
 πρῶτός ἐστιν, καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ  $\Delta Z$  πρὸς τὸν ἐκ τῶν  
 20  $\Delta E$ ,  $EZ$  πρῶτός ἐστιν. ἀλλὰ τῷ ἀπὸ τοῦ  $\Delta Z$  ἴσοι  
 εἰσὶν οἱ ἀπὸ τῶν  $\Delta E$ ,  $EZ$  μετὰ τοῦ δις ἐκ τῶν  $\Delta E$ ,  
 $EZ$ · καὶ οἱ ἀπὸ τῶν  $\Delta E$ ,  $EZ$  ἄρα μετὰ τοῦ δις  
 ὑπὸ τῶν  $\Delta E$ ,  $EZ$  πρὸς τὸν ὑπὸ τῶν  $\Delta E$ ,  $EZ$  πρῶ-  
 τοί [εἰσι]. διελόντι οἱ ἀπὸ τῶν  $\Delta E$ ,  $EZ$  μετὰ τοῦ

2. πρῶτοί εἰσι πρὸς τὸν  $EZ$  V φ. πρὸς τὸν  $EZ$ ] om. B. 3.  
 εἰσι q. ἐὰν δέ — 5: πρῶτός ἐστιν] om. Theon (BVφq). 5. ὥστε]  
 καὶ Theon (BVφq).  $Z\Delta$ ]  $\Delta Z$  φq et in ras. V. 6.  $\Delta E$  ἄρα  
 Theon (BVφq). 6. ὥστε καί — 7: πρῶτός ἐστίν] om. Theon  
 (BVφq). 8. γὰρ] δέ Theon (BVφq). ἐκ] ἀπό Theon  
 (BVφq). 10. ἐστιν] add. Theon: ὥστε ὁ ἐκ τῶν  $Z\Delta$ ,  $\Delta E$   
 καὶ πρὸς τὸν ἀπὸ τοῦ  $EZ$  πρῶτός ἐστιν (BVφq). ἀλλά P.  
 ἐστιν PVφ. 11. ἐκ] ὑπό q et supra scr. m. 2 V. ὁ

$\Delta E$ ,  $EZ$  primus est. uerum etiam  $\Delta E$  ad  $EZ$  primus est. itaque  $\Delta Z$ ,  $\Delta E$  ad  $EZ$  primi sunt. sin duo numeri ad numerum aliquem primi sunt, etiam numerus ex iis productus ad reliquum primus est [VII, 24]. quare  $Z\Delta \times \Delta E$  ad  $EZ$  primus est. quare etiam  $Z\Delta \times \Delta E$  ad  $EZ^2$  primus est [VII, 25].<sup>1)</sup> uerum  $Z\Delta \times \Delta E = \Delta E^2 + \Delta E \times EZ$  [II, 3]. itaque  $\Delta E^2 + \Delta E \times EZ$  ad  $EZ^2$  primus est. et  $\Delta E^2 = A$ ,  $\Delta E \times EZ = B$ ,  $EZ^2 = \Gamma$ . itaque  $A + B$  ad  $\Gamma$  primi sunt. similiter demonstrabimus, etiam  $B + \Gamma$  ad  $A$  primos esse. iam dico, etiam  $A + \Gamma$  ad  $B$  primos esse. nam quoniam  $\Delta Z$  ad utrumque  $\Delta E$ ,  $EZ$  primus est, etiam  $\Delta Z^2$  ad  $\Delta E \times EZ$  primus est [VII, 25]. uerum [II, 4]  
 $\Delta Z^2 = \Delta E^2 + EZ^2 + 2\Delta E \times EZ$ . quare etiam erit  $\Delta E^2 + EZ^2 + 2\Delta E \times EZ$  ad  $\Delta E \times EZ$  primus. subtrahendo  $\Delta E^2 + EZ^2 + \Delta E \times EZ$  ad

1) Lin. 7:  $\acute{\epsilon}\acute{\alpha}\nu$  — 10:  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$  suspecta sunt, quia praepostere causam subiiciunt; praeterea iis deletis id quoque adipiscimur, ut origo scripturae Theonis facilius explicari possit.

$\acute{\alpha}\rho\alpha$  — 12:  $\Delta E$ ,  $EZ$ ] m. 2 B. 12.  $\tau\omega\nu$ ] corr. ex  $\tau\omicron\upsilon \varphi$ .  
 13.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ ] (prius)  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$  V $\varphi$ q; seq. in  $\varphi$ :  $\kappa\alpha\acute{\iota} \acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$ , sed delet.  
 17.  $\acute{\epsilon}\lambda\sigma\iota$  V $\varphi$ .  $\lambda\acute{\epsilon}\gamma\omega$  — 18:  $\acute{\epsilon}\lambda\sigma\iota\nu$ ] om. q. 19.  $\kappa\alpha\acute{\iota}$ ] August;  
 $\acute{\omega}\sigma\tau\epsilon$   $\kappa\alpha\lambda$  P B V $\varphi$ ;  $\acute{\omicron}$   $\acute{\alpha}\pi\omicron$   $\tau\omicron\upsilon \Delta Z$   $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$   $\acute{\omicron}$   $K E$   $\acute{\omicron}$   $\delta\acute{\epsilon}$   $\acute{\upsilon}\pi\omicron$   $\tau\omega\nu$   
 $\Delta E$ ,  $EZ$   $\acute{\omicron}$   $\S$   $\acute{\omega}\sigma\tau\epsilon$   $\kappa\alpha\acute{\iota}$  q.  $\acute{\epsilon}\kappa$ ] P;  $\acute{\upsilon}\pi\omicron$  Theon (B V $\varphi$ q). 21  
 $\acute{\epsilon}\kappa$ ] P;  $\acute{\upsilon}\pi\omicron$  Theon (B V $\varphi$ q). 22.  $\kappa\alpha\lambda$   $\acute{\omicron}\acute{\iota}$ ]  $\kappa\alpha\lambda$   $\acute{\omicron}$  q;  $\acute{\omicron}\acute{\iota}$   $\acute{\alpha}\rho\alpha$   
 $\varphi$  et eraso  $\iota$  V.  $\acute{\alpha}\rho\alpha$   $\mu\epsilon\tau\acute{\alpha}$  — 23:  $\tau\omicron\nu$   $\acute{\upsilon}\pi\omicron$   $\tau\omega\nu$   $\Delta E$ ,  $EZ$ ] m. 2 B. 22.  $\acute{\alpha}\rho\alpha$ ] om. V $\varphi$ . 23.  $\acute{\upsilon}\pi\omicron$ ]  $\acute{\epsilon}\kappa$  Bq.  $\acute{\upsilon}\pi\omicron$   $\tau\omega\nu$ ]  $\acute{\upsilon}\pi\omicron$  Bq.  $\pi\rho\acute{\omega}\tau\acute{\omicron}\varsigma$   $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$  q. 24.  $\acute{\epsilon}\lambda\sigma\iota$ ] om. P.  $\acute{\omicron}\acute{\iota}$ ]  $\acute{\omicron}$  Bq.

ἅπαξ ὑπὸ  $\Delta E, EZ$  πρὸς τὸν ὑπὸ  $\Delta E, EZ$  πρῶτοί  
 εἰσιν. ἔτι διελόντι οἱ ἀπὸ τῶν  $\Delta E, EZ$  ἄρα πρὸς  
 τὸν ὑπὸ  $\Delta E, EZ$  πρῶτοί εἰσιν. καὶ ἐστὶν ὁ μὲν  
 ἀπὸ τοῦ  $\Delta E$  ὁ  $A$ , ὁ δὲ ὑπὸ τῶν  $\Delta E, EZ$  ὁ  $B$ , ὁ  
 δὲ ἀπὸ τοῦ  $EZ$  ὁ  $\Gamma$ . οἱ  $A, \Gamma$  ἄρα συντεθέντες πρὸς  
 τὸν  $B$  πρῶτοί εἰσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ις'.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους  
 ᾧσιν, οὐκ ἔστιαι ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτε-  
 10 ρον, οὕτως ὁ δεύτερος πρὸς ἄλλον τινά.

Δύο γὰρ ἀριθμοὶ οἱ  $A, B$  πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους  
 ἔστῳσαν· λέγω, ὅτι οὐκ ἔστιν ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ ,  
 οὕτως ὁ  $B$  πρὸς ἄλλον τινά.

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , ὁ  
 15  $B$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ . οἱ δὲ  $A, B$  πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶτοι  
 καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ μετροῦσι τοὺς  
 τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκεις ὃ τε ἡγούμενος τὸν  
 ἡγούμενον καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον· μετρεῖ ἄρα  
 ὁ  $A$  τὸν  $B$  ὡς ἡγούμενος ἡγούμενον. μετρεῖ δὲ καὶ  
 20 ἑαυτόν· ὁ  $A$  ἄρα τοὺς  $A, B$  μετρεῖ πρῶτους ὄντας  
 πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ἔστιαι ὡς ὁ  $A$   
 πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $B$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιζ'.

Ἐὰν ᾧσιν ὅσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνά-

1. ὑπό] ὑπὸ τῶν  $V \varphi$  (bis). πρῶτός ἐστιν  $V \varphi q$ . 2. οἱ] ὁ  $q$ .  
 3. ὑπὸ τῶν  $V$ . πρῶτός ἐστι  $V \varphi q$ . 5. ἀπό] ὑπό  $B \varphi$ ,  $V m. 1$   
 (corr.  $m. 2$ ). τοῦ] τῶν  $V \varphi$ . 7. ις'] hinc rursus incipit  $F$ .  
 8. δύο]  $m. 2 F$ . 14. ὁ] (prius) ἡ  $\varphi$  (non  $F$ ). 17. ἔχοντας αὐ-  
 τοῖς  $V$ . ὃ τε — 18: ἐπόμενον] om. Theon ( $BFVq$ ). 18.



$\Delta E \times EZ$  primus est.<sup>1)</sup> et rursus subtrahendo  $\Delta E^2 + EZ^2$  ad  $\Delta E \times EZ$  primus est. et

$$\Delta E^2 = A, \Delta E \times EZ = B, EZ^2 = \Gamma.$$

ergo  $A + \Gamma$  ad  $B$  primi sunt; quod erat demonstrandum.

## XVI.

Si duo numeri inter se primi sunt, non erit ut primus ad secundum, ita secundus ad alium aliquem.

Nam duo numeri  $A, B$  inter se primi sint. dico, non esse, ut  $A$  ad  $B$ , ita  $B$  ad alium aliquem numerum.

Nam si fieri potest, sit  $A : B = B : \Gamma$ . uerum  $A, B$  primi sunt, primi autem etiam minimi [VII, 21],  
 $\text{—————}|A$  minimi autem numeri eos, qui eandem  
 $\text{—————}|B$  rationem habent, aequaliter metiuntur  
 $\text{—————}| \Gamma$  [VII, 20], praecedens praecedentem et sequens sequentem. itaque  $A$  numerum  $B$  metitur ut praecedens praecedentem. uerum etiam se ipsum metitur. itaque  $A$  numeros  $A, B$  metitur, qui inter se primi sunt; quod absurdum est. ergo non erit  $A : B = B : \Gamma$ ; quod erat demonstrandum.

1) Hoc ita demonstrat Commandinus fol. 114: si

$\Delta E^2 + EZ^2 + \Delta E \times EZ$  ad  $\Delta E \times EZ$   
 primus non est, metiatur eos  $x$ . ergo etiam metietur  
 $\Delta E^2 + EZ^2 + 2\Delta E \times EZ$  et  $\Delta E \times ZE$ . at ii inter se  
 primi sunt. eodem modo de lin. 2 — 3 ratiocinandum.

μετρεῖ] om. F. ἄρα ὁ  $A$ ] ἄρα  $BA$  φ. 19. τὸν  $B$  μετρεῖ F.  
 τὸν ἡγούμενον F. καί] insert. m. 1 V. 20. ἐαυτόν] corr.  
 ex αὐτόν B. 21. ἄτοπόν ἐστίν V. ἐστίν] om. V, ἐστίν Bq.  
 22. τὸν  $B$  ἐστίν V. 24. ὅσοιδηποταί φ (non F).

λογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὥσιν, οὐκ ἔσται ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον, οὕτως ὁ ἔσχατος πρὸς ἄλλον τινά.

Ἐστῶσαν ὅσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον  
5 οἱ  $A, B, \Gamma, \Delta$ , οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν οἱ  $A, \Delta$  πρῶτοι  
πρὸς ἀλλήλους ἔστῶσαν· λέγω, ὅτι οὐκ ἔστιν ὡς ὁ  
 $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $\Delta$  πρὸς ἄλλον τινά.

Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕ-  
τως ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $E$ · ἐναλλάξ ἄρα ἔστιν ὡς ὁ  $A$   
10 πρὸς τὸν  $\Delta$ , ὁ  $B$  πρὸς τὸν  $E$ . οἱ δὲ  $A, \Delta$  πρῶτοι,  
οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ  
μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκεις ὃ τε  
ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπό-  
μενον. μετρεῖ ἄρα ὁ  $A$  τὸν  $B$ . καὶ ἔστιν ὡς ὁ  $A$   
15 πρὸς τὸν  $B$ , ὁ  $B$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ . καὶ ὁ  $B$  ἄρα τὸν  $\Gamma$   
μετρεῖ· ὥστε καὶ ὁ  $A$  τὸν  $\Gamma$  μετρεῖ. καὶ ἐπεὶ ἔστιν  
ὡς ὁ  $B$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ , ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ , μετρεῖ δὲ ὁ  
 $B$  τὸν  $\Gamma$ , μετρεῖ ἄρα καὶ ὁ  $\Gamma$  τὸν  $\Delta$ . ἀλλ' ὁ  $A$   
τὸν  $\Gamma$  ἐμέτρει· ὥστε ὁ  $A$  καὶ τὸν  $\Delta$  μετρεῖ. μετρεῖ  
20 δὲ καὶ ἑαυτόν. ὁ  $A$  ἄρα τοὺς  $A, \Delta$  μετρεῖ πρῶτους  
ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἔστιν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα  
ἔσται ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $\Delta$  πρὸς ἄλλον  
τινά· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιη'.

25 Δύο ἀριθμῶν δοθέντων ἐπισκέψασθαι, εἰ

5.  $\Delta$ ] (alt.) corr. ex B F. 8. τόν] om. F. 9. ἐστίν]  
om. V. 11. ἀριθμοί] om. V. 12. ἔχοντας αὐτοῖς V. 15.  
καί] m. 2 F. 16.  $A$ ] e corr. V. 17. ὁ] (tert.) τό φ. 19.  
ἐμέτρει] P, μετρεῖ Theon (BFVq). Deinde add. B: ὥστε ὁ  $A$   
τὸν  $\Gamma$  μετρεῖ, sed del. m. 1. ὁ  $A$  καί] καὶ ὁ  $A$  F; ὁ  $A$  q.  
μετρεῖ] (prius) om. F. 22.  $\Delta$ ] B φ (non F).



δυνατόν ἐστὶν αὐτοῖς τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Ἐστῶσαν οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ οἱ  $A, B$ , καὶ  
 5 δεόν ἐστω ἐπισκέψασθαι, εἰ δυνατόν ἐστὶν αὐτοῖς  
 τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Οἱ δὲ  $A, B$  ἦτοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ἢ  
 οὐ. καὶ εἰ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, δέδεικται, ὅτι  
 ἀδύνατόν ἐστιν αὐτοῖς τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Ἀλλὰ δὲ μὴ ἐστῶσαν οἱ  $A, B$  πρῶτοι πρὸς ἀλλή-  
 10 λους, καὶ ὁ  $B$  ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  ποι-  
 εῖτω. ὁ  $A$  δὲ τὸν  $\Gamma$  ἦτοι μετρεῖ ἢ οὐ μετρεῖ. με-  
 τρεῖτω πρότερον κατὰ τὸν  $\Delta$ . ὁ  $A$  ἄρα τὸν  $\Delta$  πολλα-  
 πλασιάσας τὸν  $\Gamma$  πεποίηκεν. ἀλλὰ μὲν καὶ ὁ  $B$   
 ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  πεποίηκεν. ὁ ἄρα ἐκ  
 15 τῶν  $A, \Delta$  ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ  $B$ . ἐστὶν ἄρα ὥς  
 ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , ὁ  $B$  πρὸς τὸν  $\Delta$ . τοῖς  $A, B$  ἄρα  
 τρίτος ἀριθμὸς ἀνάλογον προσηγύρηται ὁ  $\Delta$ .

Ἀλλὰ δὲ μὴ μετρεῖτω ὁ  $A$  τὸν  $\Gamma$ . λέγω, ὅτι τοῖς  
 $A, B$  ἀδύνατόν ἐστι τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν  
 20 ἀριθμόν. εἰ γὰρ δυνατόν, προσηγυρήσθω ὁ  $\Delta$ . ο  
 ἄρα ἐκ τῶν  $A, \Delta$  ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ  $B$ . ὁ δὲ  
 ἀπὸ τοῦ  $B$  ἐστὶν ὁ  $\Gamma$ . ὁ ἄρα ἐκ τῶν  $A, \Delta$  ἴσος ἐστὶ  
 τῷ  $\Gamma$ . ὥστε ὁ  $A$  τὸν  $\Delta$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  πε-  
 ποίηκεν. ὁ  $A$  ἄρα τὸν  $\Gamma$  μετρεῖ κατὰ τὸν  $\Delta$ . ἀλλὰ  
 25 μὲν ὑπόκειται καὶ μὴ μετρῶν. ὅπερ ἄτοπον. οὐκ  
 ἄρα δυνατόν ἐστι τοῖς  $A, B$  τρίτον ἀνάλογον προσ-  
 ευρεῖν ἀριθμόν, ὅταν ὁ  $A$  τὸν  $\Gamma$  μὴ μετρῇ. ὅπερ  
 ἔδει δεῖξαι.

4. ἐπισκέψασα φ (non F). 6. δέ φ (non F). πρῶτοι]  
 postea add. B. 7. καὶ εἰ] P, καὶ εἰ μὲν F; εἰ μὲν οὖν BVq.  
 εἰσὶν] comp. F; εἰσί PVq. Post δέδεικται add. F: „ἐν τῷ

Sint dati duo numeri  $A, B$ . et propositum sit, ut inquiremus, num tertius eorum proportionalis inueniri possit.

Numeri  $A, B$  igitur aut inter se primi sunt aut non primi. et si inter se primi sunt, demonstratum est, tertium eorum proportionalem inueniri non posse

[prop. XVI]. uerum ne  
 $\overline{\quad\quad\quad} A \overline{\quad\quad\quad} \Delta$  sint  $A, B$  inter se primi,  
 $\overline{\quad\quad\quad} B \overline{\quad\quad\quad} \Gamma$  et sit  $B \times B = \Gamma$ .  $A$   
 igitur numerum  $\Gamma$  aut me-

titur aut non metitur. prius eum secundum  $\Delta$  metiatur. itaque  $A \times \Delta = \Gamma$ . uerum etiam  $B \times B = \Gamma$ . itaque  $A \times \Delta = B^2$ . quare  $A : B = B : \Delta$  [VII, 19]. ergo numerorum  $A, B$  tertius proportionalis inuentus est  $\Delta$ .

Uerum ne metiatur  $A$  numerum  $\Gamma$ . dico, numerorum  $A, B$  tertium proportionalem inueniri non posse. nam si fieri potest, inueniatur  $\Delta$ . itaque

$$A \times \Delta = B^2 \text{ [VII, 19];}$$

sed  $B^2 = \Gamma$ . itaque  $A \times \Delta = \Gamma$ . quare  $A$  numerum  $\Delta$  multiplicans numerum  $\Gamma$  effecit. itaque  $A$  numerum  $\Gamma$  secundum  $\Delta$  metitur. at supposuimus, eundem non metiri; quod absurdum est. ergo fieri non potest, ut numerorum  $A, B$  tertius proportionalis inueniatur numerus, si  $A$  numerum  $\Gamma$  non metitur; quod erat demonstrandum.

15. θεωρήματι. 11. ἥτοι] supra m. 1 P. 12. πρότερον  
 τὸν  $\Gamma$  F. 15. ἀπό] ἐκ V. 17. προσεύρηται BFq. 19.  
 ἀνάλογον] om. V. 20. ἀριθμὸν ἀνάλογον V. προσευρήσθω  
 BFV. 26. ἐστὶν P. 27.  $A$ ]  $B$  q. μετρεῖ q. ὅπερ ἔδει  
 δεῖξαι] om. BFq.

ιθ'.

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων ἐπισκέψασθαι, πότε δυνατόν ἐστὶν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

5 Ἐστῶσαν οἱ δοθέντες τρεῖς ἀριθμοὶ οἱ *A*, *B*, *Γ*, καὶ δέον ἔστω ἐπισκέψασθαι, πότε δυνατόν ἐστὶν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Ἦτοι οὖν οὐκ εἰσὶν ἐξῆς ἀνάλογον, καὶ οἱ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ἢ ἐξῆς εἰσὶν  
10 ἀνάλογον, καὶ οἱ ἄκροι αὐτῶν οὐκ εἰσὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, ἢ οὔτε ἐξῆς εἰσὶν ἀνάλογον, οὔτε οἱ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ἢ καὶ ἐξῆς εἰσὶν ἀνάλογον, καὶ οἱ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν.

15 Εἰ μὲν οὖν οἱ *A*, *B*, *Γ* ἐξῆς εἰσὶν ἀνάλογον, καὶ οἱ ἄκροι αὐτῶν οἱ *A*, *Γ* πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, δέδεικται, ὅτι ἀδύνατόν ἐστιν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν ἀριθμόν. μὴ ἔστωσαν δὲ οἱ *A*, *B*, *Γ* ἐξῆς ἀνάλογον τῶν ἀκρῶν πάλιν ὄντων πρώτων πρὸς

3. πότε] εἰ Theon (BFVq). 6. πότε] εἰ Theon (BFVq).  
8. ἦτοι οὖν] scripsi; ἢ P; οἱ δὲ *A*, *B*, *Γ* Theon (BFVq), P mg. m. rec. οὐκ εἰσὶν ἐξῆς] ἦτοι ἐξῆς εἰσὶν Theon (BFVq).  
οἱ] om. V. 9. αὐτῶν οἱ *A*, *Γ* Theon (BFVq). ἢ ἐξῆς — 13:  
πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν] ἢ οὐ Theon (BFq, in ras. V). In V in  
mg. magna ras. est. 15. καὶ εἰ F. καί] m. 2 V. 16.  
εἰσὶ Vq. 18. μὴ ἔστωσαν — p. 386, 19: ὁ γὰρ *B*] εἰ δὲ οὐ,  
ὁ *B* Theon (Fq; idem *B* (οὐκ supra) et V (εἰ δὲ οὐ eras.)).

## XIX.

Datis tribus numeris, quando fieri possit, ut quartus eorum proportionalis inueniatur, inquirere.

Sint dati tres numeri  $A, B, \Gamma$ , et propositum sit, ut inquireamus, quando quartus eorum proportionalis inueniri possit.

Itaque aut non sunt deinceps proportionales et extremi eorum inter se primi sunt, aut deinceps proportionales sunt et extremi eorum inter se primi non sunt, aut neque deinceps proportionales sunt nec extremi eorum inter se primi, aut et deinceps proportionales et extremi eorum inter se primi.

Iam si  $A, B, \Gamma$  deinceps proportionales sunt et extremi eorum  $A, \Gamma$  inter se primi, demonstratum est, quartum eorum proportionalem inueniri non posse [prop. XVII]. ne sint igitur  $A, B, \Gamma$  deinceps proportionales extremis rursus inter se primis manentibus. dico, ne sic quidem quartum eorum proportionalem inueniri posse.<sup>1)</sup> nam si fieri potest, inueniatur

---

1) Hoc quidem falsum esse, quis non uidet? uerum dedit scholiasta Vaticanus (u. adn. crit.); erroris originem indicauit August II p. 351. neque enim  $E$  inueniri potest (p. 386, 4) inuento  $\Delta$ . sed quod idem scripturam Theonis recepit, male rem egit; ea enim propositioni plene minime respondet. equidem ut adfirmare non ausim, Euclidem talem errorem commisisse, ita scripturam codicis P retinendam puto, quia apertissime sic iam Theonis temporibus ferebatur (ideo enim ipsum eam mutauit), nec habemus, quo modo aliqua saltem probabilitate restituatur. nam Campanus (siue potius Arabes) liberrime, ut solet, locum mutauit. habet IX, 20: „datis tribus numeris continue proportionalibus, an sit aliquis quartus eis continue proportionalis inquirere“. deinde: „idem potes perscrutari quotlibet continue proportional. propositis.“

ἀλλήλους. λέγω, ὅτι καὶ οὕτως ἀδύνατόν ἐστιν αὐ-  
 τοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν. εἰ γὰρ δυνατόν,  
 προσευρήσθω ὁ  $\Delta$ , ὥστε εἶναι ὡς τὸν  $A$  πρὸς τὸν  $B$ ,  
 τὸν  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ , καὶ γεγονέτω ὡς ὁ  $B$  πρὸς τὸν  
 5  $\Gamma$ , ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $E$ . καὶ ἐπεὶ ἐστιν ὡς μὲν ὁ  $A$   
 πρὸς τὸν  $B$ , ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $\Delta$ , ὡς δὲ ὁ  $B$  πρὸς τὸν  
 $\Gamma$ , ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $E$ , δι' ἴσου ἄρα ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  
 $\Gamma$ , ὁ  $\Gamma$  πρὸς τὸν  $E$ . οἱ δὲ  $A, \Gamma$  πρῶτοι, οἱ δὲ πρῶ-  
 τοι καὶ ἐλάχιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν  
 10 αὐτὸν λόγον ἔχοντας ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον  
 καὶ ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον. μετρεῖ ἄρα ὁ  $A$  τὸν  
 $\Gamma$  ὡς ἡγούμενος ἡγούμενον. μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτόν·  
 ὁ  $A$  ἄρα τοὺς  $A, \Gamma$  μετρεῖ πρῶτους ὄντας πρὸς ἀλλή-  
 λους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τοῖς  $A, B, \Gamma$   
 15 δυνατόν ἐστι τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Ἀλλὰ δὴ πάλιν ἔστωσαν οἱ  $A, B, \Gamma$  ἐξῆς ἀνά-  
 λογον, οἱ δὲ  $A, \Gamma$  μὴ ἔστωσαν πρῶτοι πρὸς ἀλλή-  
 λους. λέγω, ὅτι δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τέταρτον ἀνά-  
 λογον προσευρεῖν. ὁ γὰρ  $B$  τὸν  $\Gamma$  πολλαπλασιάσας  
 20 τὸν  $\Delta$  ποιεῖτω· ἰ  $A$  ἄρα τὸν  $\Delta$  ἥτοι μετρεῖ ἢ οὐ  
 μετρεῖ. μετρεῖτω αὐτὸν πρότερον κατὰ τὸν  $E$ · ὁ  $A$   
 ἄρα τὸν  $E$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Delta$  πεποίηκεν. ἀλλὰ  
 μὴν καὶ ὁ  $B$  τὸν  $\Gamma$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Delta$  πεποίηκεν·  
 ὁ ἄρα ἐκ τῶν  $A, E$  ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν  $B, \Gamma$ . ἀνά-  
 25 λογον ἄρα [ἐστὶν] ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , ὁ  $\Gamma$  πρὸς  
 τὸν  $E$ · τοῖς  $A, B, \Gamma$  ἄρα τέταρτος ἀνάλογον προσ-  
 ηύρηται ὁ  $E$ .

Ἀλλὰ δὴ μὴ μετρεῖτω ὁ  $A$  τὸν  $\Delta$ · λέγω, ὅτι ἀδύ-

1. Post ἀλλήλους add. in P:  $\text{☞}$  λέγω, ὅτι καὶ οὕτως δυνατόν·  
 εἰ γὰρ ὁ  $A$  τὸν ὑπὸ  $B, \Gamma$  μετρεῖ, προβήσεται ἢ δείξῃς ὁμοίως  
 τοῖς ἐξῆς. εἰ δὲ οὐ μετρεῖ ὁ  $A$  τὸν ὑπὸ  $B, \Gamma$ , ἀδύνατον



$\Delta$ , ita ut sit  $A : B = \Gamma : \Delta$ , et fiat  $B : \Gamma = \Delta : E$ .  
et quoniam est  $A : B = \Gamma : \Delta$ , et  $B : \Gamma = \Delta : E$ , ex

$A$  ————	aequo erit $A : \Gamma = \Gamma : E$ [VII, 14]. sed $A, \Gamma$ primi sunt, primi autem etiam minimi sunt [VII, 21], mi- nimi autem eos, qui eandem rati- onem habent, metiuntur [VII, 20] praecedens praecedentem et se- quens sequentem. itaque $A$ numerum $\Gamma$ metitur ut prae- cedens praecedentem. uerum etiam se ipsum metitur. itaque $A$ numeros $A, \Gamma$ metitur, qui inter se primi sunt; quod fieri non potest. ergo numerorum $A, B,$ $\Gamma$ quartus proportionalis inueniri non potest. at rur- sus numeri $A, B, \Gamma$ deinceps proportionales sint, ne sint autem $A, \Gamma$ inter se primi. dico, fieri posse, ut quartus eorum proportionalis inueniatur. sit enim $B \times \Gamma = \Delta$ . $A$ igitur numerum $\Delta$ aut metitur aut non metitur. prius eum metiatur secundum $E$ . ita- que $A \times E = \Delta$ . uerum etiam $B \times \Gamma = \Delta$ . quare erit $A \times E = B \times \Gamma$ . itaque $A : B = \Gamma : E$ [VII, 19]. ergo numerorum $A, B, \Gamma$ quartus proportionalis in- uentus est $E$ . at ne metiatur $A$ numerum $\Delta$ . dico,
$B$  ————	
$\Gamma$  ————	
$\Delta$  ————	
$E$  ————	

praecedens praecedentem et se-  
quens sequentem. itaque  $A$  numerum  $\Gamma$  metitur ut prae-  
cedens praecedentem. uerum etiam se ipsum metitur.  
itaque  $A$  numeros  $A, \Gamma$  metitur, qui inter se primi  
sunt; quod fieri non potest. ergo numerorum  $A, B,$   
 $\Gamma$  quartus proportionalis inueniri non potest. at rur-  
sus numeri  $A, B, \Gamma$  deinceps proportionales sint, ne  
sint autem  $A, \Gamma$  inter se primi. dico, fieri posse,  
ut quartus eorum proportionalis inueniatur. sit enim  
 $B \times \Gamma = \Delta$ .  $A$  igitur numerum  $\Delta$  aut metitur aut  
non metitur. prius eum metiatur secundum  $E$ . ita-  
que  $A \times E = \Delta$ . uerum etiam  $B \times \Gamma = \Delta$ . quare  
erit  $A \times E = B \times \Gamma$ . itaque  $A : B = \Gamma : E$  [VII, 19].  
ergo numerorum  $A, B, \Gamma$  quartus proportionalis in-  
uentus est  $E$ . at ne metiatur  $A$  numerum  $\Delta$ . dico,

---

αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν. οἷον ἔστω ὁ μὲν  $A$   
τριῶν τινων, ὁ δὲ  $B$  ἕξ, ὁ δὲ  $\Gamma$  ἑπτα. καὶ δῆλον, ὅτι δυνα-  
τόν. εἰ δὲ ὁ  $A$  εἴη πέντε, οὐκέτι δυνατόν. καὶ ἀπλῶς, ὅτε  
μὲν ὁ  $B$  πολλαπλάσιός ἐστι τοῦ  $A$ , δυνατόν ἐστι τέταρτον ἀνά-  
λογον εὐρεῖν· εἰ δὲ μή, ἀδύνατον ✓; mg. m. 1: ἰστέον, ὅτι  
τὰ ὀβελισμένα σχόλιά εἰσιν. 15. ἐστίν P. 16.  $\Gamma$ ] om. P.  
20.  $A$  ἄρα] P; δὴ  $A$  Theon (BFVq). ἦτοι] om. V. 21.  
αὐτόν] PF; om. BVq. 25. ἐστίν] om. P. 26. ἀνάλογον  
εἰς P. προσεύρηται B.

νατόν ἐστὶ τοῖς  $A, B, \Gamma$  τέταρτον ἀνάλογον προσ-  
 ευρεῖν ἀριθμόν. εἰ γὰρ δυνατόν, προσευρήσθω ὁ  $E$ .  
 ὁ ἄρα ἐκ τῶν  $A, E$  ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν  $B, \Gamma$ . ἀλλὰ  
 ὁ ἐκ τῶν  $B, \Gamma$  ἐστὶν ὁ  $\Delta$ . καὶ ὁ ἐκ τῶν  $A, E$  ἄρα  
 5 ἴσος ἐστὶ τῷ  $\Delta$ . ὁ  $A$  ἄρα τὸν  $E$  πολλαπλασιάσας  
 τὸν  $\Delta$  πεποίηκεν· ὁ  $A$  ἄρα τὸν  $\Delta$  μετρεῖ κατὰ τὸν  
 $E$ . ὥστε μετρεῖ ὁ  $A$  τὸν  $\Delta$ . ἀλλὰ καὶ οὐ μετρεῖ·  
 ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα δυνατόν ἐστὶ τοῖς  $A, B, \Gamma$  τέ-  
 ταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν ἀριθμόν, ὅταν ὁ  $A$  τὸν  
 10  $\Delta$  μὴ μετρῇ. ἀλλὰ δὴ οἱ  $A, B, \Gamma$  μήτε ἐξῆς ἔστω-  
 σαν ἀνάλογον μήτε οἱ ἄκροι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους.  
 καὶ ὁ  $B$  τὸν  $\Gamma$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Delta$  ποιείτω. ὁμοίως  
 δὴ δειχθήσεται, ὅτι εἰ μὲν μετρεῖ ὁ  $A$  τὸν  $\Delta$ , δυνα-  
 τόν ἐστὶν αὐτοῖς ἀνάλογον προσευρεῖν, εἰ δὲ οὐ με-  
 15 τρεῖ, ἀδύνατον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κ'.

Οἱ πρῶτοι ἀριθμοὶ πλείους εἰσὶ παντὸς τοῦ  
 προτεθέντος πλήθους πρῶτων ἀριθμῶν.

Ἔστωσαν οἱ προτεθέντες πρῶτοι ἀριθμοὶ οἱ  $A,$   
 20  $B, \Gamma$ . λέγω, ὅτι τῶν  $A, B, \Gamma$  πλείους εἰσὶ πρῶτοι  
 ἀριθμοί.

Εἰλήφθω γὰρ ὁ ὑπὸ τῶν  $A, B, \Gamma$  ἐλάχιστος με-  
 τρούμενος καὶ ἔστω ὁ  $\Delta E$ , καὶ προσκείσθω τῷ  $\Delta E$   
 μονὰς ἢ  $\Delta Z$ . ὁ δὴ  $EZ$  ἦτοι πρῶτός ἐστὶν ἢ οὐ.

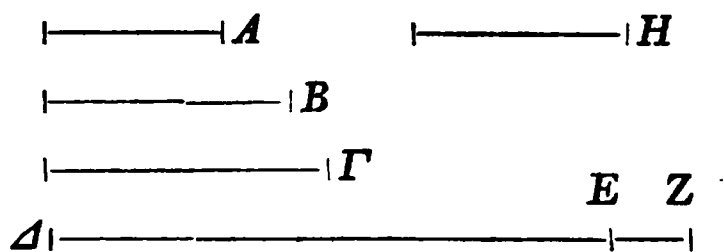
1. ἐστὶν P. 2. προσευρήσθω FV. 3. ἀλλ' BFV. 10.  
 μὴ] supra m. 1 F, οὐ supra m. 2 V. μετρήσῃ F, μετρεῖ q.  
 ἀλλὰ δὴ — 15: ἀδύνατον] om. BVq. 10. δὴ] μήτε F. ἐξῆς]  
 οἱ ἐξῆς F. 12. ποιήτω φ (non F). 14. αὐτοῖς] αὐτοῖς τε-  
 τάρτοις F. εἰ δέ] οὐδ' F. 15. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. Bq.  
 17. πρῶτοι ἀριθμοί] del. et supra scr. πρῶτων ἀριθμῶν m.  
 2 B. 18. προστεθέντος F. 23. καί] m. 2 B, om. V. 24.  
 ΔZ] AZ F.

numerorum  $A, B, \Gamma$  quartum proportionalem inueniri non posse. nam si fieri potest, inueniatur  $E$ . itaque  $A \times E = B \times \Gamma$  [VII, 19]. uerum  $B \times \Gamma = \Delta$ . quare  $A \times E = \Delta$ . itaque  $A$  numerum  $E$  multiplicans numerum  $\Delta$  effecit.  $A$  igitur numerum  $\Delta$  secundum  $E$  metitur. itaque  $A$  numerum  $\Delta$  metitur. uerum etiam non metitur; quod absurdum est. ergo numerorum  $A, B, \Gamma$  quartus proportionalis inueniri non potest, ubi  $A$  numerum  $\Delta$  non metitur. uerum  $A, B, \Gamma$  ne sint deinceps proportionales neu extremi inter se primi. et sit  $B \times \Gamma = \Delta$ . similiter demonstrabimus, si  $A$  numerum  $\Delta$  metiatur, fieri posse, ut eorum quartus<sup>1)</sup> inueniatur proportionalis, sin non metiatur, fieri non posse; quod erat demonstrandum.

## XX.

Primi numeri plures sunt quauis data multitudine primorum numerorum.

Sint dati numeri primi  $A, B, \Gamma$ . dico, plures esse primos numeros quam  $A, B, \Gamma$ . sumatur enim, quem



minimum metiuntur  $A, B, \Gamma$  [VII, 36] et sit  $\Delta E$ , et numero  $\Delta E$  adiiciatur unitas  $\Delta Z$ .  $EZ$  igitur aut primus est aut non primus. prius sit primus. ergo in-

1) Uidetur scribendum esse lin. 14: *αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον*; cfr. F.

ἔστω πρότερον πρῶτος· εὐρημένοι ἄρα εἰσὶ πρῶτοι ἀριθμοὶ οἱ  $A, B, \Gamma, EZ$  πλείους τῶν  $A, B, \Gamma$ .

Ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστω ὁ  $EZ$  πρῶτος· ὑπὸ πρώτου ἄρα τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται. μετρεῖσθω ὑπὸ πρώτου τοῦ  $H$ · λέγω, ὅτι ὁ  $H$  οὐδενὶ τῶν  $A, B, \Gamma$  ἐστὶν ὁ αὐτός. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω. οἱ δὲ  $A, B, \Gamma$  τὸν  $\Delta E$  μετροῦσιν· καὶ ὁ  $H$  ἄρα τὸν  $\Delta E$  μετρήσει. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν  $EZ$ · καὶ λοιπὴν τὴν  $\Delta Z$  μονάδα μετρήσει ὁ  $H$  ἀριθμὸς ὧν· ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ὁ  $H$  ἐνὶ τῶν  $A, B, \Gamma$  ἐστὶν ὁ αὐτός. καὶ ὑπόκειται πρῶτος. εὐρημένοι ἄρα εἰσὶ πρῶτοι ἀριθμοὶ πλείους τοῦ προτεθέντος πλήθους τῶν  $A, B, \Gamma$  οἱ  $A, B, \Gamma, H$ · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κα'.

Ἐὰν ἄρτιοι ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν, ὁ ὅλος ἄρτιός ἐστιν.

Συγκείσθωσαν γὰρ ἄρτιοι ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν οἱ  $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta E$ · λέγω, ὅτι ὅλος ὁ  $AE$  ἄρτιός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ ἕκαστος τῶν  $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta E$  ἄρτιός ἐστιν, ἔχει μέρος ἡμισυ· ὥστε καὶ ὅλος ὁ  $AE$  ἔχει μέρος ἡμισυ. ἄρτιος δὲ ἀριθμὸς ἐστὶν ὁ δίχα διαιρούμενος· ἄρτιος ἄρα ἐστὶν ὁ  $AE$ · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

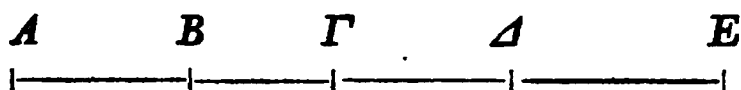
1. Supra πρῶτος add. ἡ  $EZ$  m. rec. V. εἰσὶν P, εἰσὶν οἱ q. 2. ἀριθμοί] om. F.  $\Gamma$ ] (prius)  $\Gamma\Delta$  F,  $\Delta$  del. m. 1. 6. δυνατόν, ἔστω] ὁ  $H$  ἐνὶ τῶν  $A, B, \Gamma$  ἐστὶν ὁ αὐτός Theon (BFVq). 7.  $\Delta E$ ]  $ZE$  F. μετροῦσι BFVq.  $\Delta E$ ]  $ZE$  F. 8. καί] καὶ ὁ  $H$  F.  $EZ$ ]  $\Delta E$  F. 10. καί] ὁ αὐτός δὲ καὶ P. 11. εἰσί] εἰσὶν οἱ V. 13.  $H$ ]  $H$  ἄρα ante ras. 6 litt. F. 15. συν — supra scr. B. 16. ἐστὶ Vq, comp. F. 17. ὁποσοιοῦν] e corr. V. 18.  $B\Gamma$ ] in ras. P.  $\Gamma\Delta$ ] m. 2 V. 21. καί] supra lac. pergam. m. rec. F. 23. ὁ  $AE$  ἄρα ἐστὶν F. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. B.

uenti sunt primi numeri  $A, B, \Gamma, EZ$  plures numeris  $A, B, \Gamma$ . uerum ne sit  $EZ$  primus. itaque primus aliquis numerus eum metitur [VII, 31]. metiatur primus numerus  $H$ . dico, numerum  $H$  nulli numerorum  $A, B, \Gamma$  aequalem esse. nam si fieri potest, sit. uerum  $A, B, \Gamma$  numerum  $\Delta E$  metiuntur. itaque etiam  $H$  numerum  $\Delta E$  metitur. uerum etiam numerum  $EZ$  metitur. quare etiam.<sup>1)</sup> quae relinquitur, unitatem  $\Delta Z$  metietur  $H$ , qui numerus est; quod absurdum est. ergo  $H$  nulli numerum  $A, B, \Gamma$  aequalis est. et suppositum est,  $H$  primum esse. ergo inuenti sunt primi numeri  $A, B, \Gamma, H$  plures data multitudine  $A, B, \Gamma$ ; quod erat demonstrandum.

## XXI.

Si quotlibet numeri pares componuntur, totus par erit.

Componantur enim quotlibet numeri pares  $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta E$ . dico, etiam totum  $AE$  parem esse.



nam quoniam singuli numeri  $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta E$  pares sunt, partem dimidiam habent [VII def. 6]. quare etiam totus  $AE$  partem dimidiam habet. par autem numerus is est, qui in duas partes aequales diuiditur [id.]. ergo  $AE$  par est; quod erat demonstrandum.

---

1) U. ad VII, 28.

κβ'.

Ἐὰν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντε-  
 θῶσιν, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν ἄρτιον ἢ, ὁ ὅλος  
 ἄρτιος ἐσται.

5 Συγκείσθωσαν γὰρ περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁσοιδηποτοῦν  
 ἄρτιοι τὸ πλῆθος οἱ  $AB, BG, ΓΔ, ΔΕ$ · λέγω, ὅτι  
 ὅλος ὁ  $AE$  ἄρτιός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ ἕκαστος τῶν  $AB, BG, ΓΔ, ΔΕ$  περι-  
 τός ἐστιν, ἀφαιρεθείσης μονάδος ἀφ' ἑκάστου ἕκα-  
 10 στος τῶν λοιπῶν ἄρτιος ἐσται· ὥστε καὶ ὁ συγκείμε-  
 νος ἐξ αὐτῶν ἄρτιος ἐσται. ἐστι δὲ καὶ τὸ πλῆθος  
 τῶν μονάδων ἄρτιον. καὶ ὅλος ἄρα ὁ  $AE$  ἄρτιός  
 ἐστιν· ὅπερ εἶδει δεῖξαι.

κγ'.

15 Ἐὰν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντε-  
 θῶσιν, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν περισσὸν ἢ, καὶ  
 ὁ ὅλος περισσὸς ἐσται.

Συγκείσθωσαν γὰρ ὁποσοιοῦν περισσοὶ ἀριθμοί,  
 ὧν τὸ πλῆθος περισσὸν ἔστω, οἱ  $AB, BG, ΓΔ$ · λέγω,  
 20 ὅτι καὶ ὅλος ὁ  $AD$  περισσός ἐστιν.

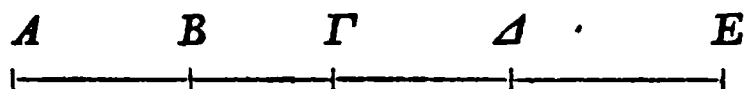
Ἀφηρήσθω ἀπὸ τοῦ  $ΓΔ$  μονὰς ἢ  $ΔΕ$ · λοιπὸς  
 ἄρα ὁ  $ΓΕ$  ἄρτιός ἐστιν. ἐστι δὲ καὶ ὁ  $ΓΑ$  ἄρτιος·  
 καὶ ὅλος ἄρα ὁ  $AE$  ἄρτιός ἐστιν. καὶ ἐστι μονὰς ἢ  
 $ΔΕ$ · περισσὸς ἄρα ἐστὶν ὁ  $AD$ · ὅπερ εἶδει δεῖξαι.

2. συντεθῶσι FVq. 3. ὁ] om. PVq. 4. ἐστιν F.  
 5. γάρ] m. 2 F. 6. ἄρτιοι] om. F. 8. ἑκάτερος F, corr.  
 m. 2. 11. ἐστι] ἔστω P. 13. Inter ἐστιν et ὅπερ aliam  
 demonstr. habet F; u. app. 15. ὁποσοιοῦν] om. V. συν-  
 τεθῶσι Vq. 17. ὁ] om. PBFVq; corr. August. 18. πε-  
 ρισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν V. 19. οἱ] ὁ F. 22. ἐστιν] ἐστίν  
 δὲ τῶν πρὸ αὐτοῦ F.  $ΓΑ$ ]  $ΑΓ$  BVq. 23. ἐστιν] P,

## XXII.

Si quotlibet numeri impares componuntur, et multitudo eorum par est, totus par erit.

Componantur enim quotlibet numeri impares numero pares  $AB$ ,  $B\Gamma$ ,  $\Gamma\Delta$ ,  $\Delta E$ . dico, totum  $AE$  parrem esse.

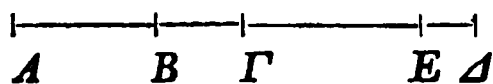


nam quoniam singuli numeri  $AB$ ,  $B\Gamma$ ,  $\Gamma\Delta$ ,  $\Delta E$  impares sunt, unitate a singulis subtracta, qui relinquuntur, singuli pares erunt [VII def. 7]. quare etiam numerus ex iis compositus par erit [prop. XXI]. uerum etiam multitudo unitatum par est. ergo etiam totus  $AE$  par est [id.]; quod erat demonstrandum.

## XXIII.

Si quotlibet numeri impares componuntur, et multitudo eorum impar est, etiam totus impar erit.

Componantur enim quotlibet numeri impares, quorum multitudo impar sit,  $AB$ ,  $B\Gamma$ ,  $\Gamma\Delta$ . dico, etiam totum  $A\Delta$  imparem esse.



subtrahatur a  $\Gamma\Delta$  unitas  $\Delta E$ . itaque qui relinquitur,  $\Gamma E$  par est [VII def. 7]. uerum etiam  $\Gamma A$  par est [prop. XXII]. quare etiam totus  $AE$  par est [prop. XXI]. et  $\Delta E$  unitas est. ergo  $A\Delta$  impar est [VII def. 7]; quod erat demonstrandum.

---

comp. F; ἐστι V q. ἐστι] seq. ras. 1 litt. V, ἐστιν B. 24.  
 ἄρα] om. q. ὅπερ εἰδει δεῖξαι] om. BF q.

κδ'.

Ἐὰν ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ ἄρτιος ἀφαιρεθῇ, ὁ λοιπὸς ἄρτιος ἔσται.

Ἀπὸ γὰρ ἀρτίου τοῦ  $AB$  ἄρτιος ἀφηρήσθω ὁ  $BΓ$ .  
 5 λέγω, ὅτι ὁ λοιπὸς ὁ  $ΓΑ$  ἄρτιός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ  $AB$  ἄρτιός ἐστιν, ἔχει μέρος ἡμισυ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ  $BΓ$  ἔχει μέρος ἡμισυ· ὥστε καὶ λοιπὸς [ὁ  $ΓΑ$  ἔχει μέρος ἡμισυ] ἄρτιος [ἄρα] ἐστὶν ὁ  $ΑΓ$ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

10

κε'.

Ἐὰν ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ περισσὸς ἀφαιρεθῇ, ὁ λοιπὸς περισσὸς ἔσται.

Ἀπὸ γὰρ ἀρτίου τοῦ  $AB$  περισσὸς ἀφηρήσθω ὁ  $BΓ$ . λέγω, ὅτι ὁ λοιπὸς ὁ  $ΓΑ$  περισσός ἐστιν.

15

Ἀφηρήσθω γὰρ ἀπὸ τοῦ  $BΓ$  μονὰς ἡ  $ΓΔ$ . ὁ  $ΔB$  ἄρα ἄρτιός ἐστιν. ἔστι δὲ καὶ ὁ  $AB$  ἄρτιος· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ  $ΑΔ$  ἄρτιός ἐστιν. καὶ ἐστὶ μονὰς ἡ  $ΓΔ$ . ὁ  $ΓΑ$  ἄρα περισσός ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κς'.

20

Ἐὰν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ περισσὸς ἀφαιρεθῇ, ὁ λοιπὸς ἄρτιος ἔσται.

Ἀπὸ γὰρ περισσοῦ τοῦ  $AB$  περισσὸς ἀφηρήσθω ὁ  $BΓ$ . λέγω, ὅτι ὁ λοιπὸς ὁ  $ΓΑ$  ἄρτιός ἐστιν.

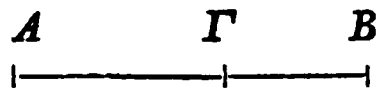
4. ἀφηρήσθω ἄρτιος P. 5.  $ΓΑ$ ]  $Γ P$ . ἔσται F. 7.  $BΓ$ ]  $ΓB F$ . 8. ὁ  $ΓΑ$  — ἡμισυ] om. P.  $ΓΑ$ ] e corr. V. ἄρα] om. P. 9. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. BVq. 11. Post περισσός add. F: ἀριθμός (comp.). 14. ὅτι] ὅτι καὶ V. 15. ὁ] seq. ras. 2 litt. P. 16. ἔστι δέ — 17: ἐστὶν] bis F, corr. m. 1. 16. ἔστι] ἐστὶν P. 17. ἐστὶν] P; comp. F; ἐστὶ Vq.



## XXIV.

Si a numero pari par subtrahitur, reliquus par erit.

Nam a pari numero  $AB$  par subtrahatur  $B\Gamma$ . dico, reliquum  $\Gamma A$  parem esse.

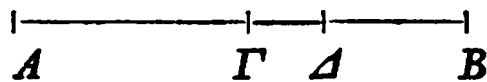


nam quoniam  $AB$  par est, partem dimidiam habet [VII def. 6]. eadem de causa etiam  $B\Gamma$  partem dimidiam habet. ergo etiam reliquus  $A\Gamma$  par est; quod erat demonstrandum.

## XXV.

Si a numero pari impar subtrahitur, reliquus impar erit.

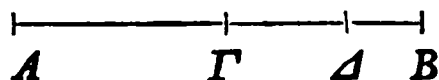
Nam a pari numero  $AB$  impar subtrahatur  $B\Gamma$ . dico, reliquum  $\Gamma A$  imparem esse.



subtrahatur enim a  $B\Gamma$  unitas  $\Gamma\Delta$ . itaque  $\Delta B$  par est [VII def. 7]. uerum etiam  $AB$  par est. quare etiam reliquus  $A\Delta$  par est [prop. XXIV]. et unitas est  $\Gamma\Delta$ . ergo  $\Gamma A$  impar est [VII def. 7]; quod erat demonstrandum.

## XXVI.

Si a numero impari impar subtrahitur, reliquus par erit.



Nam ab impari numero  $AB$  impar subtrahatur  $B\Gamma$ . dico, reliquum  $\Gamma A$  parem esse.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ  $AB$  περισσός ἐστιν, ἀφηγήσθω μονὰς ἢ  $B\Delta$ . λοιπὸς ἄρα ὁ  $A\Delta$  ἄρτιός ἐστιν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ  $\Gamma\Delta$  ἄρτιός ἐστιν· ὥστε καὶ λοιπὸς ὁ  $\Gamma A$  ἄρτιός ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5

κζ'.

Ἐὰν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ ἄρτιος ἀφαιρεθῇ, ὁ λοιπὸς περισσὸς ἔσται.

Ἀπὸ γὰρ περισσοῦ τοῦ  $AB$  ἄρτιος ἀφηγήσθω ὁ  $B\Gamma$ . λέγω, ὅτι ὁ λοιπὸς ὁ  $\Gamma A$  περισσός ἐστιν.

10

Ἀφηγήσθω [γὰρ] μονὰς ἢ  $A\Delta$ . ὁ  $\Delta B$  ἄρα ἄρτιός ἐστιν. ἔστι δὲ καὶ ὁ  $B\Gamma$  ἄρτιος· καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ  $\Gamma\Delta$  ἄρτιός ἐστιν. περισσὸς ἄρα ὁ  $\Gamma A$ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κη'.

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς ἄρτιον πολλαπλα-  
15 σιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος ἄρτιος ἔσται.

Περὶ σὸς γὰρ ἀριθμὸς ὁ  $A$  ἄρτιον τὸν  $B$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  ποιεῖτω· λέγω, ὅτι ὁ  $\Gamma$  ἄρτιός ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ  $A$  τὸν  $B$  πολλαπλασιάσας τὸν  $\Gamma$  πε-  
20 ποίηκεν, ὁ  $\Gamma$  ἄρα σύγκειται ἐκ τοσούτων ἴσων τῷ  $B$ , ὅσαι εἰσὶν ἐν τῷ  $A$  μονάδες. καὶ ἐστιν ὁ  $B$  ἄρτιος· ὁ  $\Gamma$  ἄρα σύγκειται ἐξ ἀρτίων. ἐὰν δὲ ἄρτιοι ἀριθμοὶ ὅποιοιοῦν συντεθῶσιν, ὁ ὅλος ἄρτιός ἐστιν. ἄρτιος ἄρα ἐστὶν ὁ  $\Gamma$ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

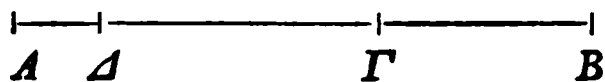
2. ἐστίν] P, comp. F; ἐστι Vq. 4.  $\Gamma A$ ]  $A\Gamma B\Gamma$  Vq. 7. ἔσται] ἐστίν comp. F. 9. ὁ] (alt.) om. q.  $\Gamma A$ ] e corr. V.  
10. γὰρ] om. P. ἄρα] om. q. 12. ἐστι q. Seq. in V: ἐστι δὲ καὶ μονὰς ἢ  $\Delta A$ . ἄρα ἐστίν V. 14. περισσός] supra F. 16. περισσὸς γὰρ ἀριθμός] ἀριθμὸς γὰρ F. 23. τεθῶσιν P. ὁ] om. q.

nam quoniam  $AB$  impar est, subtrahatur unitas  $B\Delta$ . itaque reliquus  $A\Delta$  par est. eadem de causa etiam  $\Gamma\Delta$  par est [VII def. 7].<sup>1)</sup> ergo etiam qui relinquitur,  $\Gamma A$  par est [prop. XXIV]; quod erat demonstrandum.

## XXVII.

Si a numero impari par subtrahitur, reliquus impar erit.

Nam a numero impari  $AB$  par subtrahatur  $B\Gamma$ . dico, reliquum  $\Gamma A$  imparem esse.



nam subtrahatur unitas  $A\Delta$ . itaque  $\Delta B$  par est [VII def. 7]. uerum etiam  $B\Gamma$  par est. quare etiam reliquus  $\Gamma\Delta$  par est [prop. XXIV]. ergo  $\Gamma A$  impar est [VII def. 7]; quod erat demonstrandum.

## XXVIII.

Si numerus impar parem multiplicans numerum aliquem effecerit, numerus productus par erit.

Nam impar numerus  $A$  parem  $B$  multiplicans numerum  $\Gamma$  efficiat. dico, numerum  $\Gamma$  parem esse.

nam quoniam  $A \times B = \Gamma$ , numerus  $\Gamma$  ex totidem numeris numero  $B$  aequalibus compositus est, quot sunt unitates in  $A$  [VII def. 15]. et  $B$  par est.  $\Gamma$  igitur ex paribus compositus est. sin quotlibet numeri pares componuntur, totus par est [prop. XXI]. ergo  $\Gamma$  par est; quod erat demonstrandum.

1) Nam supposuimus,  $\Gamma B$  imparem esse.

κθ'.

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς περισσὸν ἀριθμὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος περισσὸς ἔσται.

5 Περισσὸς γὰρ ἀριθμὸς ὁ *A* περισσὸν τὸν *B* πολλαπλασιάσας τὸν *Γ* ποιεῖτω· λέγω, ὅτι ὁ *Γ* περισσὸς ἔστιν.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ *A* τὸν *B* πολλαπλασιάσας τὸν *Γ* πεποίηκεν, ὁ *Γ* ἄρα σύγκειται ἐκ τοσούτων ἴσων τῷ  
10 *B*, ὅσαι εἰσὶν ἐν τῷ *A* μονάδες. καὶ ἔστιν ἑκάτερος τῶν *A*, *B* περισσός· ὁ *Γ* ἄρα σύγκειται ἐκ περισσῶν ἀριθμῶν, ὧν τὸ πλῆθος περισσόν ἔστιν. ὥστε ὁ *Γ* περισσός ἔστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λ'.

15 Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς ἄρτιον ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ τὸν ἡμισυν αὐτοῦ μετρήσει.

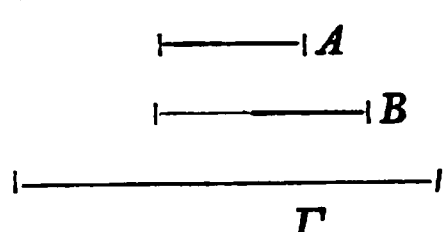
Περισσὸς γὰρ ἀριθμὸς ὁ *A* ἄρτιον τὸν *B* μετρεῖτω· λέγω, ὅτι καὶ τὸν ἡμισυν αὐτοῦ μετρήσει.

Ἐπεὶ γὰρ ὁ *A* τὸν *B* μετρεῖ, μετρεῖτω αὐτὸν κα-  
20 τὰ τὸν *Γ*· λέγω, ὅτι ὁ *Γ* οὐκ ἔστι περισσός. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω. καὶ ἐπεὶ ὁ *A* τὸν *B* μετρεῖ κατὰ τὸν *Γ*, ὁ *A* ἄρα τὸν *Γ* πολλαπλασιάσας τὸν *B* πεποίηκεν. ὁ *B* ἄρα σύγκειται ἐκ περισσῶν ἀριθμῶν, ὧν τὸ πλῆθος περισσόν ἔστιν. ὁ *B* ἄρα περισσός  
25 ἔστιν· ὅπερ ἄτοπον· ὑπόκειται γὰρ ἄρτιος. οὐκ ἄρα

3. ποιεῖ F, sed corr. 12. ὧν] om. B, περισσῶν V m. 2  
e corr. τό] m. 2 V. περισσόν ἔστιν] ὁ δὲ συγκεείμενος  
ἐκ περισσῶν ἀριθμῶν περισσῶν (add. m. 2) τὸ πλῆθος περισσός  
ἔστιν V. 16. ἡμισυν Fq. 17. περισσός — 18: μετρήσει]

## XXIX.

Si impar numerus imparem numerum multiplicans numerum aliquem effecerit, numerus productus impar erit.

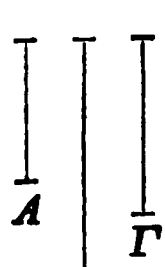

 Nam impar numerus  $A$  imparem numerum  $B$  multiplicans numerum  $\Gamma$  efficiat. dico, numerum  $\Gamma$  imparem esse.

nam quoniam  $A \times B = \Gamma$ , numerus  $\Gamma$  ex totidem numeris numero  $B$  aequalibus compositus est, quot unitates sunt in  $A$  [VII def. 15]. et uterque  $A$ ,  $B$  impar est. itaque  $\Gamma$  compositus est ex imparibus numeris, quorum multitudo impar est. ergo  $\Gamma$  impar est [prop. XXIII]; quod erat demonstrandum.

## XXX.

Si numerus impar parem numerum metitur, etiam dimidium eius metietur.

Nam impar numerus  $A$  parem  $B$  metiatur. dico, eum etiam dimidium eius metiri.


 nam quoniam  $A$  numerum  $B$  metitur, metiatur secundum  $\Gamma$ . dico,  $\Gamma$  imparem non esse. nam si fieri potest, impar sit. et quoniam  $A$  numerum  $B$  secundum  $\Gamma$  metitur, erit

$$A \times \Gamma = B.$$

itaque  $B$  compositus est ex numeris imparibus, quorum multitudo impar est. itaque  $B$  impar est [prop. XXIII]; quod absurdum est; nam supposuimus,

mg. m. 1 F. 18. τόν] corr. ex τό m. 1 F. 21. ἔσται φ.  
22. ἄρα] om. V. 23. ἄρα B V.

ὁ  $\Gamma$  περισσός ἐστιν· ἄρτιος ἄρα ἐστὶν ὁ  $\Gamma$ . ὥστε ὁ  $A$  τὸν  $B$  μετρεῖ ἀρτιάκις. διὰ δὴ τοῦτο καὶ τὸν ἡμισυν αὐτοῦ μετρήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λα'.

5 Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς πρὸς τινὰ ἀριθμὸν πρῶτος ᾗ, καὶ πρὸς τὸν διπλασίονα αὐτοῦ πρῶτος ἔσται.

Περισσὸς γὰρ ἀριθμὸς ὁ  $A$  πρὸς τινὰ ἀριθμὸν τὸν  $B$  πρῶτος ἔστω, τοῦ δὲ  $B$  διπλασίον ἐστω ὁ  $\Gamma$ .  
10 λέγω, ὅτι ὁ  $A$  [καὶ] πρὸς τὸν  $\Gamma$  πρῶτός ἐστιν.

Εἰ γὰρ μὴ εἰσιν [οἱ  $A, \Gamma$ ] πρῶτοι, μετρήσει τις αὐτοὺς ἀριθμός. μετρεῖτω, καὶ ἔστω ὁ  $\Delta$ . καὶ ἐστὶν ὁ  $A$  περισσός· περισσὸς ἄρα καὶ ὁ  $\Delta$ . καὶ ἐπεὶ ὁ  $\Delta$  περισσὸς ὢν τὸν  $\Gamma$  μετρεῖ, καὶ ἐστὶν ὁ  $\Gamma$  ἄρτιος,  
15 καὶ τὸν ἡμισυν ἄρα τοῦ  $\Gamma$  μετρήσει [ὁ  $\Delta$ ]. τοῦ δὲ  $\Gamma$  ἡμισύ ἐστὶν ὁ  $B$ . ὁ  $\Delta$  ἄρα τὸν  $B$  μετρεῖ. μετρεῖ δὲ καὶ τὸν  $A$ . ὁ  $\Delta$  ἄρα τοὺς  $A, B$  μετρεῖ πρῶτους ὄντας πρὸς ἀλλήλους· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $\Gamma$  πρῶτος οὐκ ἐστὶν. οἱ  $A, \Gamma$  ἄρα  
20 πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λβ'.

Τῶν ἀπὸ δύοδος διπλασιαζομένων ἀριθμῶν ἕκαστος ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μόνον.

Ἀπὸ γὰρ δύοδος τῆς  $A$  δεδιπλασιάσθωσαν ὅσοι-

1. ἐστὶν ὁ  $\Gamma$ ] ὁ  $\Gamma$  V, ἐστὶν F. 2. τοῦτον φ. τόν] τό P. 3. ἡμισυν PF. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] m. 2 V, om. BFq. 6. διπλάσιον BV. 9. διπλάσιος Vq. 10. καί] om. P. 11. οἱ  $A, \Gamma$ ] supra m. 1 P. 12. καὶ ἐστὶν — 13: ὁ  $\Delta$ ] mg. m. 2 V. 12. ἐστὶν] ἐπεὶ ἐστὶν F; ἔστω q. 13. περισσὸς ἄρα] ἐστὶν ἄρα περισσός F. 15. ἡμισυν F. ὁ  $\Delta$ ] om. P. 16.

eum parem esse. itaque  $\Gamma$  impar non est. par igitur est  $\Gamma$ . quare  $A$  numerum  $B$  secundum parem numerum metitur. ergo<sup>1)</sup> etiam dimidium eius metietur; quod erat demonstrandum.

## XXXI.

Si impar numerus ad numerum aliquem primus est, etiam ad duplicem eius primus erit.

Nam impar numerus  $A$  ad numerum aliquem  $B$  primus sit, et sit  $\Gamma = 2B$ . dico,  $A$  ad  $\Gamma$  primum

esse. nam si non sunt primi, numerus aliquis eos metietur. metiatur, et sit  $\Delta$ . et  $A$  impar est. itaque etiam  $\Delta$  impar est. et quoniam  $\Delta$  impar

numerum  $\Gamma$  metitur, et  $\Gamma$  par est, etiam dimidium numeri  $\Gamma$  metietur. uerum  $B = \frac{1}{2}\Gamma$ . itaque  $\Delta$  numerum  $B$  metitur. uerum etiam numerum  $A$  metitur.  $\Delta$  igitur numeros  $A, B$  metitur, qui inter se primi sunt; quod fieri non potest. itaque fieri non potest, ut  $A$  ad  $\Gamma$  primus non sit. ergo  $A, \Gamma$  inter se primi sunt; quod erat demonstrandum.

## XXXII.

Qui inde a binario semper conduplicando producuntur numeri, singuli solum pariter pares sunt.

Nam a binario  $A$  quotlibet numeri semper condu-

1) Nam dimidium secundum numerum dimidium metietur quam totum.

$\eta\mu\iota\sigma\upsilon\varsigma$  BVq. 19.  $\tau\acute{o}\nu$ ]  $\tau\acute{o}$  F.  $\Gamma$ ] corr. ex B V. Post  $A$  in F del. B. 22.  $\delta\iota$ - in ras. 6 litt. V. 23.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$  P. 24.  $A$ ] non liquet F.

δηποτοῦν ἀριθμοὶ οἱ  $B, \Gamma, \Delta$ · λέγω, ὅτι οἱ  $B, \Gamma, \Delta$  ἀρτιάκις ἄρτιοί εἰσι μόνον.

Ὅτι μὲν οὖν ἕκαστος [τῶν  $B, \Gamma, \Delta$ ] ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστιν, φανερόν· ἀπὸ γὰρ δυάδος ἐστὶ διπλασιασθεῖς. λέγω, ὅτι καὶ μόνον. ἐκκείσθω γὰρ μονάς. ἐπεὶ οὖν ἀπὸ μονάδος ὅποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογόν εἰσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα ὁ  $A$  πρῶτός ἐστιν, ὁ μέγιστος τῶν  $A, B, \Gamma, \Delta$  ὁ  $\Delta$  ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου μετρηθήσεται παρὲξ τῶν  $A, B, \Gamma$ . καὶ ἐστιν ἕκαστος τῶν  $A, B, \Gamma$  ἄρτιος· ὁ  $\Delta$  ἄρα ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μόνον. ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι [καὶ] ἑκάτερος τῶν  $B, \Gamma$  ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μόνον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λγ'.

15 Ἐὰν ἀριθμὸς τὸν ἥμισυν ἔχη περισσόν, ἀρτιάκις περισσός ἐστι μόνον.

Ἀριθμὸς γὰρ ὁ  $A$  τὸν ἥμισυν ἐχέτω περισσόν· λέγω, ὅτι ὁ  $A$  ἀρτιάκις περισσός ἐστι μόνον.

Ὅτι μὲν οὖν ἀρτιάκις περισσός ἐστιν, φανερόν· ὁ γὰρ ἥμισυς αὐτοῦ περισσὸς ὢν μετρεῖ αὐτὸν ἀρτιάκις. λέγω δὲ, ὅτι καὶ μόνον. εἰ γὰρ ἔσται ὁ  $A$  καὶ ἀρτιάκις ἄρτιος, μετρηθήσεται ὑπὸ ἀρτίου κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν· ὥστε καὶ ὁ ἥμισυς αὐτοῦ μετρηθήσεται ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ περισσὸς ὢν· ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον. ὁ  $A$  ἄρα ἀρτιάκις περισσός ἐστι μόνον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

1.  $B$ ] (bis)  $A, B$  F. 3. οὖν] om. P. τῶν  $B, \Gamma, \Delta$ ] om. P.  $A, B$  F. ἄρτιον, -ον eras. V. 4. ἐστίν] comp. Fq; ἐστὶ P V. ἀπὸ γὰρ] αὐτό (e corr.) γὰρ ἀπό F. ἐστὶ] ἐστίν ἕκαστος F. 5. λέγω δὲ B V q. μονάς ἢ E V q; ἢ E postea insert. B. 11. καὶ] om. P. ἕκαστος P. 15. ἥμισυ F. 16. ἐστίν P. 17. ἥμισυ F. 18. ἐστίν P. 19. ἐστίν] P, comp. F; ἐστὶ V q. 20. ἥμισυ F. αὐτός φ. (non F). 22. καὶ] om. F. Post ἄρτιος add. V: ὁ ἥμισυς αὐτοῦ ἄρτιός ἐστι καὶ; idem B m. rec. 23. ἥμισυ F.



plicando producantur  $B, \Gamma, \Delta$ . dico, numeros  $B, \Gamma, \Delta$  solum pariter pares esse.

iam singulos numeros  $B, \Gamma, \Delta$  pariter pares esse, manifestum est. nam a binario semper conduplicando

producti sunt [VII def. 8]. dico, eos etiam solum pariter pares esse. sumatur enim unitas. iam quoniam ab unitate quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et unitati proximus  $A$  primus est, maximum numerorum  $A, B, \Gamma, \Delta$  numerum  $\Delta$  nullus alius metietur praeter  $A, B, \Gamma$  [prop. XIII]. et singuli numeri  $A, B, \Gamma$  pares sunt. ergo  $\Delta$  solum pariter par est [VII def. 8]. similiter demonstrabimus, etiam utrumque  $B, \Gamma$  solum pariter parem esse; quod erat demonstrandum.

## XXXIII.

Si numerus aliquis dimidium imparem habet, solum pariter impar est.

Nam numerus  $A$  dimidium habeat imparem. dico,

|—————|  
 $A$

numerum  $A$  solum pariter imparem esse. iam pariter imparem eum esse, manifestum est; nam dimidius eius, qui impar est, eum pariter metitur [VII def. 9]. dico, eum etiam solum pariter imparem esse. nam si  $A$  etiam pariter par erit, par eum numerus secundum parem numerum metietur [VII def. 8]. quare etiam dimidium eius, qui impar est, par numerus metietur; quod absurdum est. ergo  $A$  solum pariter impar est; quod erat demonstrandum.

λδ'.

Ἐὰν ἀριθμὸς μήτε τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ἢ μήτε τὸν ἡμισυν ἔχη περισσόν, ἀρτιάκις τε ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις περισσός.

5 Ἀριθμὸς γὰρ ὁ *A* μήτε τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ἔστω μήτε τὸν ἡμισυν ἔχέτω περισσόν· λέγω, ὅτι ὁ *A* ἀρτιάκις τέ ἐστὶν ἄρτιος καὶ ἀρτιάκις περισσός.

Ὅτι μὲν οὖν ὁ *A* ἀρτιάκις ἐστὶν ἄρτιος, φανερόν· τὸν γὰρ ἡμισυν οὐκ ἔχει περισσόν. λέγω δὴ, ὅτι καὶ ἀρτιάκις περισσός ἐστὶν. ἐὰν γὰρ τὸν *A* τέμνωμεν δίχα καὶ τὸν ἡμισυν αὐτοῦ δίχα καὶ τοῦτο αἰ ποιῶμεν, καταντήσομεν εἰς τινα ἀριθμὸν περισσόν, ὃς μετρήσει τὸν *A* κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν. εἰ γὰρ οὐ,  
15 καταντήσομεν εἰς δυάδα, καὶ ἔσται ὁ *A* τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων· ὅπερ οὐχ ὑπόκειται. ὥστε ὁ *A* ἀρτιάκις περισσός ἐστὶν. ἐδείχθη δὲ καὶ ἀρτιάκις ἄρτιος. ὁ *A* ἄρα ἀρτιάκις τε ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις περισσός· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

20

λε'.

Ἐὰν ὧσιν ὅσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον, ἀφαιρεθῶσι δὲ ἀπὸ τε τοῦ δευτέρου

2. ἐάν] ἄν q. Deinde add. ἄρτιος B m. rec., V in ras. m. 2. διπλασιαζόμενον P. 3. τόν] τό F m. 1, corr. m. 2; το φ. ἡμισυν F. 4. ἐστὶν P. 6. ἡμισυν F. ἔχων V. 7. ὅτι] m. 2 V. τε] om. q et P<sub>2</sub> (u. p. 408, 5 adn. crit.). ἄρτιός ἐστι V. 9. ἄρτιός ἐστι V. φανερόν] in ras. m. 1 q. 10. ἡμισυν F, et q, sed corr. m. 1. 11. τέμνωμεν BVq. 12. ἡμισυν F. ποιῶμεν αἰ F. 13. ποιούμεν P, P<sub>2</sub>. καταντήσωμεν P<sub>2</sub>. περισσόν] om. q. 14. κατὰ τόν V, sed τόν del. εἰ γὰρ οὐ] om. P<sub>2</sub>. Post οὐ add. Theon: καταντήσωμεν εἰς τινα ἀριθμόν

## XXXIV.

Si numerus aliquis nec ex iis est, qui a binario semper conduplicando producuntur, nec dimidium imparem habet, et pariter par est et pariter impar.<sup>1)</sup>

Nam numerus  $A$  ne sit ex iis, qui a binario  $\frac{\text{—————}}{A}$ , semper conduplicando producuntur, neue dimidium imparem habeat. dico, numerum  $A$  et pariter parem et pariter imparem esse.

iam numerum  $A$  pariter parem esse, manifestum est [VII def. 8]; nam dimidium imparem non habet. dico, eundem pariter imparem esse. nam si  $A$  in duas partes aequales diuiserimus et rursus dimidium et idem semper deinceps fecerimus, aliquando ad numerum perueniemus, qui numerum  $A$  secundum numerum parem metitur. nam si minus, ad binarium perueniemus, et  $A$  ex iis erit, qui a binario semper conduplicando producuntur; quod est contra hypothesim. quare  $A$  pariter impar erit [VII def. 9]. sed demonstratum est, eundem pariter parem esse. ergo  $A$  et pariter par et pariter impar est; quod erat demonstrandum.

## XXXV.

Si quotlibet numeri deinceps proportionales sunt, et a secundo et ultimo numeri primo aequales sub-

1) Propp. 33—34 aliter citat Iamblichus in Nicom. p. 32. de hoc loco et de Euclidis diuisione numerorum u. Studien p. 197 sq.

περισσόν, ὃς μετρήσει τὸν  $A$  κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν (BFVq).  
 15. καταντήσωμεν  $P_2$ , κατακ- in ras. m. 2 V. 16. ὥστε]  
 ὥσπερ  $P_2$ . 17.  $A$  καὶ BVq. περισσός — ἀρτιάκῃς m. rec. B.  
 18.  $A$ ]  $\Delta$  φ. τε] om. VP<sub>2</sub>. 22. τε] τοῦ φ (non F), om. BVq.

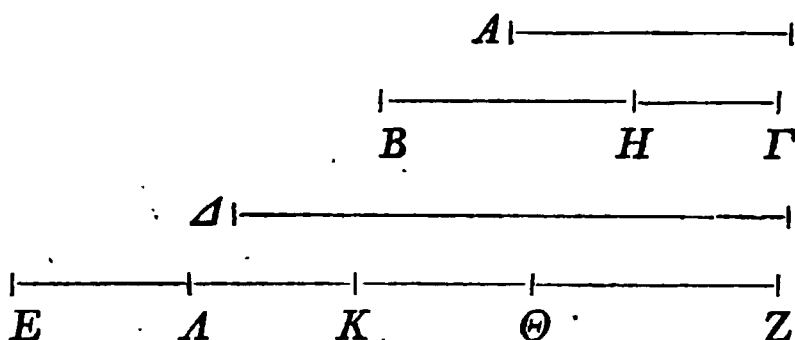
καὶ τοῦ ἐσχάτου ἴσοι τῷ πρώτῳ, ἔσται ὡς ἡ τοῦ δευτέρου ὑπεροχὴ πρὸς τὸν πρώτον, οὕτως ἡ τοῦ ἐσχάτου ὑπεροχὴ πρὸς τοὺς πρὸ ἑαυτοῦ πάντας.

- 5 Ἐστῶσαν ὅποσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον οἱ  $A, B\Gamma, \Delta, EZ$  ἀρχόμενοι ἀπὸ ἐλαχίστου τοῦ  $A$ , καὶ ἀφηγήσθω ἀπὸ τοῦ  $B\Gamma$  καὶ τοῦ  $EZ$  τῷ  $A$  ἴσος ἐκάτερος τῶν  $BH, Z\Theta$ . λέγω, ὅτι ἔστιν ὡς ὁ  $H\Gamma$  πρὸς τὸν  $A$ , οὕτως ὁ  $E\Theta$  πρὸς τοὺς  $A, B\Gamma, \Delta$ .
- 10 Κείσθω γὰρ τῷ μὲν  $B\Gamma$  ἴσος ὁ  $ZK$ , τῷ δὲ  $\Delta$  ἴσος ὁ  $ZA$ . καὶ ἐπεὶ ὁ  $ZK$  τῷ  $B\Gamma$  ἴσος ἐστίν, ὡν ὁ  $Z\Theta$  τῷ  $BH$  ἴσος ἐστίν, λοιπὸς ἄρα ὁ  $\Theta K$  λοιπῷ τῷ  $H\Gamma$  ἐστίν ἴσος. καὶ ἐπεὶ ἔστιν ὡς ὁ  $EZ$  πρὸς τὸν  $\Delta$ , οὕτως ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $B\Gamma$  καὶ ὁ  $B\Gamma$  πρὸς
- 15 τὸν  $A$ , ἴσος δὲ ὁ μὲν  $\Delta$  τῷ  $ZA$ , ὁ δὲ  $B\Gamma$  τῷ  $ZK$ , ὁ δὲ  $A$  τῷ  $Z\Theta$ , ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $EZ$  πρὸς τὸν  $ZA$ , οὕτως ὁ  $AZ$  πρὸς τὸν  $ZK$  καὶ ὁ  $ZK$  πρὸς τὸν  $Z\Theta$ . διελόντι, ὡς ὁ  $EA$  πρὸς τὸν  $AZ$ , οὕτως ὁ  $AK$  πρὸς τὸν  $ZK$  καὶ ὁ  $K\Theta$  πρὸς τὸν  $Z\Theta$ . ἔστιν ἄρα καὶ ὡς
- 20 εἷς τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓνα τῶν ἐπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας τοὺς ἐπομένους· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $K\Theta$  πρὸς τὸν  $Z\Theta$ , οὕτως οἱ  $EA, AK, K\Theta$  πρὸς τοὺς  $AZ, ZK, \Theta Z$ . ἴσος δὲ ὁ μὲν  $K\Theta$  τῷ  $GH$ , ὁ δὲ  $Z\Theta$  τῷ  $A$ , οἱ δὲ  $AZ, ZK, \Theta Z$

1. τοῦ] om. V. 2. τόν] τό φ (non F). 4. ἅπαντας F, ὑπαντας φ. 5. ὅσοιδηποτοῦν V, in F -δη- a φ in -δε- mutat. 6. ἀπὸ τοῦ φ, post ἀπό ras. 3 litt. B. A] Δ φ (non F). 7. τοῦ] (alt.) postea insert F. 8. BH] P; ΓH F, HΓ BVq. ἐστίν] om. F. HΓ] P, BH BFVq. 10. τῷ] τῶν Bq. μὲν] om. BV; in B m. 2 ex τῶν fecit τῷ μὲν. ZK] ZH φ (non F). 12. BH] P, ΓH F, HΓ BVq. -ἐστὶ q. 13. HΓ] P, HB BFVq. ἐπεὶ] om. F. 14. τόν] (alt.) τό φ (non F). 16. EZ] ΘZ φ (non F). ZA] AZ Bq.

trahuntur, erit ut excessus secundi ad primum, ita excessus ultimi ad omnes praecedentes.

Sint quotlibet numeri deinceps proportionales  $A$ ,  $B\Gamma$ ,  $\Delta$ ,  $EZ$  ab  $A$  minimo incipientes, et ab  $B\Gamma$ ,  $EZ$



numero  $A$  aequales subtrahantur  $BH$ ,  $Z\Theta$ . dico, esse  $H\Gamma : A = E\Theta : A + B\Gamma + \Delta$ .

ponatur enim  $ZK = B\Gamma$  et  $Z\Lambda = \Delta$ . et quoniam est  $ZK = B\Gamma$  et  $Z\Theta = BH$ , erit  $\Theta K = H\Gamma$ . et quoniam est  $EZ : \Delta = \Delta : B\Gamma = B\Gamma : A$  [VII, 13], et  $\Delta = Z\Lambda$ ,  $B\Gamma = ZK$ ,  $A = Z\Theta$ , erit

$$EZ : Z\Lambda = \Lambda Z : ZK = ZK : Z\Theta.$$

subtrahendo [VII, 11. 13] erit

$$E\Lambda : \Lambda Z = \Lambda K : ZK = K\Theta : Z\Theta.$$

itaque etiam ut unus praecedentium ad unum sequentium, ita omnes praecedentes ad omnes sequentes [VII, 12]. itaque erit

$$K\Theta : Z\Theta = E\Lambda + \Lambda K + K\Theta : \Lambda Z + ZK + \Theta Z.$$

uerum est  $K\Theta = \Gamma H$ ,  $Z\Theta = A$ ,

$$\Lambda Z + ZK + \Theta Z = \Delta + B\Gamma + A.$$

17.  $\Lambda Z$ ]  $Z\Lambda$  F V.  $ZK$ ] (alt.)  $KZ$  P. 18.  $\alpha\gamma\alpha$   $\omega\varsigma$  V.  $\tau\acute{o}\nu$ ] om. q. 19.  $ZK$ ]  $KZ$  F.  $K\Theta$ ]  $\Theta$  e corr. m. 1 q.  $\kappa\alpha\iota$ ] om. V. 22.  $\tau\acute{o}\nu$ ] om. F.  $\theta\acute{\iota}$ ]  $\delta$  F. 23.  $\Lambda Z$ ] corr. ex  $\Lambda Z$  m. 1 q.  $ZK$ ]  $KZ$  B V q.  $\Theta Z$ ]  $Z\Theta$  P. 24.  $\Gamma H$ ] P,  $BH$  B F V q.  $\delta\acute{\epsilon}$ ] (prius) m. 2 V.  $ZK$ ]  $KZ$  B V q.  $\Theta Z$ ]  $Z\Theta$  P.

τοῖς  $\Delta$ ,  $B\Gamma$ ,  $A$ · ἔστιν ἄρα ὡς ὁ  $\Gamma H$  πρὸς τὸν  $A$ , οὕτως ὁ  $E\Theta$  πρὸς τοὺς  $\Delta$ ,  $B\Gamma$ ,  $A$ . ἔστιν ἄρα ὡς ἡ τοῦ δευτέρου ὑπεροχὴ πρὸς τὸν πρῶτον, οὕτως ἡ τοῦ ἐσχάτου ὑπεροχὴ πρὸς τοὺς πρὸ ἑαυτοῦ πάντας·  
 5 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λς'.

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὅποιοι οὖν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἐκτεθῶσιν ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογίᾳ, ἕως οὗ ὁ σύμπαρ συντεθεὶς πρῶτος γένηται, καὶ  
 10 ὁ σύμπαρ ἐπὶ τὸν ἐσχάτον πολλαπλασιασθεὶς ποιῇ τινα, ὁ γεγόμενος τέλειος ἔσται.

Ἀπὸ γὰρ μονάδος ἐκκείσθωσαν ὅσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογίᾳ, ἕως οὗ ὁ σύμπαρ συντεθεὶς πρῶτος γένηται, οἱ  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$ , καὶ τῷ  
 15 σύμπαντι ἴσος ἔστω ὁ  $E$ , καὶ ὁ  $E$  τὸν  $\Delta$  πολλαπλασιάσας τὸν  $ZH$  ποιεῖτω. λέγω, ὅτι ὁ  $ZH$  τέλειός ἐστιν.

Ὅσοι γὰρ εἰσιν οἱ  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$ ,  $\Delta$  τῷ πλήθει, τοσοῦτοι ἀπὸ τοῦ  $E$  εἰλήφθωσαν ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλο-  
 20 γίᾳ οἱ  $E$ ,  $\Theta K$ ,  $\Lambda$ ,  $M$ · δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $\Delta$ , οὕτως ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $M$ . ὁ ἄρα ἐκ τῶν  $E$ ,  $\Delta$  ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν  $A$ ,  $M$ . καὶ ἐστὶν ὁ ἐκ τῶν  $E$ ,  $\Delta$  ὁ  $ZH$ · καὶ ὁ ἐκ τῶν  $A$ ,  $M$  ἄρα ἐστὶν ὁ  $ZH$ . ὁ  $A$  ἄρα τὸν  $M$  πολλαπλασιάσας τὸν  $ZH$  πε-  
 25 ποίηκεν· ὁ  $M$  ἄρα τὸν  $ZH$  μετρεῖ κατὰ τὰς ἐν τῷ

1. ἔστιν ἄρα — 2:  $\Delta$ ,  $B\Gamma$ ,  $A$ ] om. q. 1.  $\Gamma H$ ] P; HB F; BH BV. 2.  $E\Theta$ ] E postea insert. F. τοὺς] om. F. 4. ἅπαντας F. 5. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. Bq. Post δεῖξαι in P add. lin. 7 — 21: τὸν  $M$  cum quibusdam discrepantiis ( $P_2$ ), dein περιττὸν ἔχέτω, et deinde p. 404, 7 — 19 ( $P_2$ ), in mg. περιττόν et in fine τὸ περιττόν τοῦτο σφάλμα ἐστίν. 9. σύμπαρ σὺν τῇ μονάδι F. 11. ἔσται τέλειος q. 12. ὅσοιδη-



$A$  μονάδας. καὶ ἐστὶ δυνὰς ὁ  $A$  διπλάσιος ἄρα ἐστὶν  
ὁ  $ZH$  τοῦ  $M$ . εἰσὶ δὲ καὶ οἱ  $M, A, \Theta K, E$  ἐξῆς  
διπλάσιοι ἀλλήλων· οἱ  $E, \Theta K, A, M, ZH$  ἄρα ἐξῆς  
ἀνάλογόν εἰσιν ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογίᾳ. ἀφηγήσθω  
5 δὴ ἀπὸ τοῦ δευτέρου τοῦ  $\Theta K$  καὶ τοῦ ἐσχάτου τοῦ  
 $ZH$  τῷ πρώτῳ τῷ  $E$  ἴσος ἐκάτερος τῶν  $\Theta N, Z\Xi$   
ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ τοῦ δευτέρου ἀριθμοῦ ὑπεροχὴ πρὸς  
τὸν πρώτον, οὕτως ἡ τοῦ ἐσχάτου ὑπεροχὴ πρὸς τοὺς  
πρὸ ἐαυτοῦ πάντας. ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ  $NK$  πρὸς τὸν  $E$ ,  
10 οὕτως ὁ  $\Xi H$  πρὸς τοὺς  $M, A, K\Theta, E$ . καὶ ἐστὶν ὁ  
 $NK$  ἴσος τῷ  $E$ · καὶ ὁ  $\Xi H$  ἄρα ἴσος ἐστὶ τοῖς  $M, A$ ,  
 $\Theta K, E$ . ἐστὶ δὲ καὶ ὁ  $Z\Xi$  τῷ  $E$  ἴσος, ὁ δὲ  $E$  τοῖς  
 $A, B, \Gamma, \Delta$  καὶ τῇ μονάδι. ὅλος ἄρα ὁ  $ZH$  ἴσος ἐστὶ  
τοῖς τε  $E, \Theta K, A, M$  καὶ τοῖς  $A, B, \Gamma, \Delta$  καὶ τῇ  
15 μονάδι· καὶ μετρεῖται ὑπ' αὐτῶν. λέγω, ὅτι καὶ ὁ  
 $ZH$  ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου μετρηθήσεται παρὲξ τῶν  $A$ ,  
 $B, \Gamma, \Delta, E, \Theta K, A, M$  καὶ τῆς μονάδος. εἰ γὰρ δυ-  
νατόν, μετρεῖτω τις τὸν  $ZH$  ὁ  $O$ , καὶ ὁ  $O$  μηδενὶ  
τῶν  $A, B, \Gamma, \Delta, E, \Theta K, A, M$  ἔστω ὁ αὐτός. καὶ  
20 ὁσάκις ὁ  $O$  τὸν  $ZH$  μετρεῖ, τοσαῦται μονάδες ἔστω-  
σαν ἐν τῷ  $\Pi$ · ὁ  $\Pi$  ἄρα τὸν  $O$  πολλαπλασιάσας τὸν  
 $ZH$  πεποίηκεν. ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ  $E$  τὸν  $\Delta$  πολλαπλα-  
σιάσας τὸν  $ZH$  πεποίηκεν· ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ  $E$  πρὸς  
τὸν  $\Pi$ , ο  $O$  πρὸς τὸν  $\Delta$ · καὶ ἐπεὶ ἀπὸ μονάδος ἐξῆς  
25 ἀνάλογόν εἰσιν οἱ  $A, B, \Gamma, \Delta$ , ὁ  $\Delta$  ἄρα ὑπ' οὐδενὸς

2.  $E$ ] om. F. 3. Post  $E$  in F insert.  $\Theta$  m. 2. ἐξῆς]  
om. F. 5. δὴ] corr. ex δέ m. 1 F. 6. τῶν] ὁ in ras. P.  
10. ὁ] (alt.) ὡς ὁ F. 11. τῷ  $E$  ἴσος F. ἐστὶν P. 12. ἐστὶν P.  
 $Z\Xi$ ]  $\Xi Z$  P. 13. ἴσος ἐστὶ] supra m. 1 F. 18. ὁ  $O$ ] (alt.)  
supra m. 1 F. 19. ὁ] om. B. 21.  $\Pi$ ] (alt.)  $O$  P.  $O$ ]  $\Pi$  P.  
22.  $ZH$ ]  $H$  supra m. 1 F. 23.  $ZH$ ]  $Z$  eras. V. Post  
πεποίηκεν add. F: ὁ ἄρα ἐκ τῶν  $E, \Delta$  ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν



secundum unitates numeri  $A$  metitur. et  $A$  binarius est. ergo  $ZH = 2M$ . uerum etiam  $M, A, \Theta K, E$  deinceps inter se duplices sunt. quare  $E, \Theta K, A, M, ZH$  deinceps proportionales sunt in proportionem duplicatam. iam a secundo  $\Theta K$  et ultimo  $ZH$  primo  $E$  aequales subtrahantur  $\Theta N, Z\Xi$ . itaque erit ut excessus secundi ad primum, ita excessus ultimi ad omnes praecedentes [prop. XXXV]. erit igitur

$$NK : E = \Xi H : M + A + K\Theta + E.$$

est autem  $NK = E$ .<sup>1)</sup> quare etiam

$$\Xi H = M + A + \Theta K + E.$$

uerum etiam

$$Z\Xi = E \text{ et } E = A + B + \Gamma + \Delta + 1.$$

quare erit totus

$$ZH = E + \Theta K + A + M + A + B + \Gamma + \Delta + 1.$$

et hi eum metiuntur. dico, etiam nullum alium  $ZH$  numerum metiri praeter  $A, B, \Gamma, \Delta, E, \Theta K, A, M$  et unitatem. nam si fieri potest, metiatur  $O$  numerum  $ZH$ , neu  $O$  ulli numerorum  $A, B, \Gamma, \Delta, E, \Theta K, A, M$  aequalis sit. et quoties  $O$  numerum  $ZH$  metitur, tot unitates sint in  $\Pi$ . ergo  $\Pi \times O = ZH$ . uerum etiam  $E \times \Delta = ZH$ . quare est [VII, 19]  $E : \Pi = O : \Delta$ . et quoniam ab unitate deinceps proportionales sunt  $A, B, \Gamma, \Delta$ , numerum  $\Delta$  nullus alius metietur nume-

---

1) Nam  $\Theta K = 2E$  et  $\Theta N = E$ .

---

$\Pi, O$ . ἄρα] om. F. 25. εἰσιν ἀνάλογον BV. ἀριθμοὶ οἱ Theon (BFVq). Post  $\Gamma, \Delta$  add. BV: ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα ὁ  $A$  πρῶτός ἐστι· διὸ γὰρ.

ἄλλου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται παρὲς τῶν  $A, B, \Gamma$ . καὶ  
 ὑπόκειται ὁ  $O$  οὐδενὶ τῶν  $A, B, \Gamma$  ὁ αὐτός· οὐκ ἄρα  
 μετρήσει ὁ  $O$  τὸν  $\Delta$ . ἀλλ' ὡς ὁ  $O$  πρὸς τὸν  $\Delta$ , ὁ  
 $E$  πρὸς τὸν  $\Pi$ · οὐδὲ ὁ  $E$  ἄρα τὸν  $\Pi$  μετρεῖ. καί  
 5 ἐστὶν ὁ  $E$  πρῶτος· πᾶς δὲ πρῶτος ἀριθμὸς πρὸς  
 ἅπαντα, ὃν μὴ μετρεῖ, πρῶτός [ἐστὶν]. οἱ  $E, \Pi$  ἄρα  
 πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν. οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἐλά-  
 χιστοι, οἱ δὲ ἐλάχιστοι μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον  
 ἔχοντας ἰσάκεις ὅ τε ἡγούμενος τὸν ἡγούμενον καὶ  
 10 ὁ ἐπόμενος τὸν ἐπόμενον· καὶ ἐστὶν ὡς ὁ  $E$  πρὸς τὸν  
 $\Pi$ , ὁ  $O$  πρὸς τὸν  $\Delta$ · ἰσάκεις ἄρα ὁ  $E$  τὸν  $O$  μετρεῖ  
 καὶ ὁ  $\Pi$  τὸν  $\Delta$ . ὁ δὲ  $\Delta$  ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου μετρεῖται  
 παρὲς τῶν  $A, B, \Gamma$ · ὁ  $\Pi$  ἄρα ἐνὶ τῶν  $A, B, \Gamma$  ἐστὶν  
 ὁ αὐτός. ἔστω τῷ  $B$  ὁ αὐτός. καὶ ὅσοι εἰσὶν οἱ  
 15  $B, \Gamma, \Delta$  τῷ πλήθει τοσοῦτοι εἰλήφθωσαν ἀπὸ τοῦ  
 $E$  οἱ  $E, \Theta K, \Lambda$ . καὶ εἰσὶν οἱ  $E, \Theta K, \Lambda$  τοῖς  $B,$   
 $\Gamma, \Delta$  ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ  $B$   
 πρὸς τὸν  $\Delta$ , ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $\Lambda$ . ὁ ἄρα ἐκ τῶν  $B, \Lambda$   
 ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν  $\Delta, E$ · ἀλλ' ὁ ἐκ τῶν  $\Delta, E$  ἴσος  
 20 ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν  $\Pi, O$ · καὶ ὁ ἐκ τῶν  $\Pi, O$  ἄρα ἴσος  
 ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν  $B, \Lambda$ . ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ  $\Pi$  πρὸς τὸν  
 $B$ , ὁ  $\Lambda$  πρὸς τὸν  $O$ . καὶ ἐστὶν ὁ  $\Pi$  τῷ  $B$  ὁ αὐτός·  
 καὶ ὁ  $\Lambda$  ἄρα τῷ  $O$  ἐστὶν ὁ αὐτός· ὅπερ ἀδύνατον·  
 ὁ γὰρ  $O$  ὑπόκειται μηδενὶ τῶν ἐκκειμένων ὁ αὐτός.  
 25 οὐκ ἄρα τὸν  $ZH$  μετρήσει τις ἀριθμὸς παρὲς τῶν

1. καὶ ὑπόκειται ὁ] ὁ δὲ BFVq. 2.  $\Gamma$ ]  $\Gamma$  ἐστὶν FVq.  
 3.  $O$ ] (prius)  $\Pi B$ . 4. τὸν] (prius) om. F. μετρήσει V. 5.  
 πᾶς] ἅπας BVq. πᾶς δὲ πρῶτος] om. F. 6. μετρεῖ F. ἐστὶν]  
 om. P. 9. ἔχοντας αὐτοῖς V. 11.  $O$ ]  $\Pi \varphi$  (non F).  $E$   
 corr. ex  $O$  m. 1 F.  $O$ ] e corr. F. 13.  $B$ ] (alt.) om. q.  
 16.  $B$ ]  $E B$ . 19.  $\Delta, E$ ]  $E, \Delta$  q. ἀλλά P.  $\Delta, E$ ]  $E$ ,

rus praeter  $A, B, \Gamma$  [prop. XIII]. et suppositum est,  $O$  nulli numerorum  $A, B, \Gamma$  aequalem esse. quare  $O$  numerum  $\Delta$  non metietur. est autem  $O : \Delta = E : \Pi$ . itaque ne  $E$  quidem numerum  $\Pi$  metitur [VII def. 20]. et  $E$  primus est. omnis autem primus numerus ad omnem, quem non metitur, primus est [VII, 29]. ergo  $E, \Pi$  inter se primi sunt. primi autem etiam minimi sunt [VII, 21], minimi autem eos, qui eandem rationem habent, aequaliter metiuntur [VII, 20], praecedens praecedentem et sequens sequentem; et est

$$E : \Pi = O : \Delta.$$

itaque  $E$  numerum  $O$  et  $\Pi$  numerum  $\Delta$  aequaliter metitur.  $\Delta$  autem numerum nullus alius metitur praeter  $A, B, \Gamma$ . itaque  $\Pi$  alicui numerorum  $A, B, \Gamma$  aequalis est. sit  $\Pi = B$ . et quot sunt multitudine  $B, \Gamma, \Delta$ , totidem sumantur ab  $E$  numeri  $E, \Theta K, \Lambda$ . et  $E, \Theta K, \Lambda$  in eadem ratione sunt ac  $B, \Gamma, \Delta$ . itaque ex aequo erit [VII, 14]  $B : \Delta = E : \Lambda$ . quare

$$B \times \Lambda = \Delta \times E \text{ [VII, 19].}$$

sed  $\Delta \times E = \Pi \times O$ . quare etiam

$$\Pi \times O = B \times \Lambda.$$

itaque  $\Pi : B = \Lambda : O$  [VII, 19]. et  $\Pi = B$ . itaque etiam  $\Lambda = O$ ; quod fieri non potest. nam suppositum est,  $O$  nulli numerorum propositorum aequalem esse. itaque nullus numerus numerum  $ZH$  me-

$\Delta$  q. 22.  $B$ ] (prius) e corr. q. 23.  $\Lambda$ ]  $O$   $\varphi$  (non F).  $O$ ]  $\Lambda$   $\varphi$  (non F.). 24.  $\acute{\epsilon}\gamma\kappa\epsilon\iota\mu\acute{\epsilon}\nu\omega\nu$  FV. 25.  $\mu\epsilon\tau\rho\epsilon\iota$  P.

$A, B, \Gamma, \Delta, E, \Theta K, \Lambda, M$  καὶ τῆς μονάδος. καὶ ἐδείχθη ὅ  $ZH$  τοῖς  $A, B, \Gamma, \Delta, E, \Theta K, \Lambda, M$  καὶ τῇ μονάδι ἴσος. τέλειος δὲ ἀριθμός ἐστίν ὁ τοῖς ἐαυτοῦ μέρεσιν ἴσος ὧν· τέλειος ἄρα ἐστὶν ὁ  $ZH$ . ὅπερ  
 δ ἐδει δεῖξαι.

---

1.  $\Lambda, M$ ] insert. m. 2 in fine lin. F; leg. m. 1 in init. seq., del. m. 2. Post μονάδος add. Theon: οἱ  $A, B, \Gamma, \Delta, E, \Theta K, \Lambda, M$  ἄρα μόνοι καὶ ἡ μονὰς μετροῦσι τὸν  $ZH$  (BFVq). In fine: Εὐκλείδου στοιχείων θ' P, Εὐκλείδου στοιχείων τῆς Θέωνος ἐκδο. θ' F.

---

titur praeter  $A, B, \Gamma, \Delta, E, \Theta K, \Lambda, M$  et unitatem.<sup>1)</sup>  
et demonstratum est, esse

$$ZH = A + B + \Gamma + \Delta + E + \Theta K + \Lambda + M + 1.$$

perfectus autem numerus is est, qui partibus suis aequalis est [VII def. 22]. ergo  $ZH$  perfectus est; quod erat demonstrandum.

---

1) Ii autem metiuntur numerum  $ZH$ ; p. 410, 15.



# APPENDIX.

---

V, 19 πόρ.

Γεγόνασι δὲ οἱ λόγοι καὶ ἐπὶ τῶν ἰσάκεις πολλα-  
πλασίων καὶ ἐπὶ τῶν ἀναλογιῶν, ἐπειδήπερ ἔαν πρῶ-  
τον δευτέρου ἰσάκεις ἢ πολλαπλάσιον καὶ τρίτον τε-  
5 τάρτου, ἔσται καὶ ὥς τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον,  
οὕτως τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον. οὐκέτι δὲ καὶ  
ἀντιστρέφει· ἔαν ἢ ὥς πρῶτον πρὸς δεύτερον, οὕτως  
τρίτον πρὸς τέταρτον, οὐ πάντως ἔσται καὶ τὸ μὲν  
πρῶτον τοῦ δευτέρου ἰσάκεις πολλαπλάσιον τὸ δὲ τρί-  
10 τον τοῦ τετάρτου, καθάπερ ἐπὶ τῶν ἡμιολίων ἢ ἐπι-  
τρίτων λόγων ἢ τῶν τοιούτων· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

VI, 20.

Ἄλλως.

• Δείξομεν δὴ καὶ ἑτέρως προχειρότερον ὁμολογα  
15 τὰ τρίγωνα.

Ἐκκείσθωσαν γὰρ πάλιν τὰ  $ABΓΔE$ ,  $ZHΘKΛ$   
πολύγωνα, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ  $BE$ ,  $EΓ$ ,  $ΗΛ$ ,  $ΛΘ$ .  
λέγω, ὅτι ὥς τὸ  $ABE$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $ZHΛ$ , οὕ-  
τως τὸ  $EBΓ$  πρὸς τὸ  $ΛHΘ$  καὶ τὸ  $ΓΔE$  πρὸς τὸ

1. In textu post δεῖξαι p. 56, 3 habent BFVp, ed. Basil.;  
mg. m. 1 P. 3. ἐπί] om. F. πρῶτος P. 4. πολλαπλάσιον  
ἢ F. 5. ἔσται καί] corr. ex καὶ ἔσται m. 1 V. τό] (alt.)  
om. F. 7. ἀναστρέφει P. ἔαν γάρ ed. Basil. ὥς τό P, ed.  
Basil. πρὸς τό P. 8. τὸ τρίτον πρὸς τό P. 10. ἡμιολίων  
λόγων p. 11. λόγων] φ, om. ἢ τῶν τοιούτων, sed in lin.  
seq. leg. a m. 1: λόγων ἢ τῶν τοιούτων (euan.); om. P. ὅπερ  
ἔδει δεῖξαι] ὅπερ F; om. P. 12. PBFVp; cfr. Campanus.



V, 19 coroll.

Hae rationes autem et de aequae multiplicibus et de proportionibus ualent, quoniam si primum secundi aequae multiplex est ac tertium quarti, erit etiam ut primum ad secundum, ita tertium ad quartum. uerum conuerti non potest; neque enim si est ut primum ad secundum, ita tertium ad quartum, ideo semper erit primum secundi aequae multiplex et tertium quarti, uelut in rationibus sesquialteris uel sesquiterciis uel similibus; quod erat demonstrandum.

VI, 20.

Aliter.<sup>1)</sup>

Iam aliter quoque promptius demonstrabimus, triangulos correspondentes esse.

ponantur enim rursus polygona  $AB\Gamma\Delta E$ ,  $ZH\Theta K\Lambda$ , et ducantur  $BE$ ,  $E\Gamma$ ,  $HA$ ,  $A\Theta$ . dico, esse

$$ABE : ZHA = EB\Gamma : \Lambda H\Theta = \Gamma\Delta E : \Theta K\Lambda.$$

---

1) Campanus VI, 18: „aliter potest demonstrari secundum.“ deinde eodem modo, quo hic fit, demonstrat, triangulos correspondentes esse, et inde concludit de polygonis totis.

---

13. ἄλλως] om. B, m. 2 FV;  $\alpha\beta'$  p, F mg. m. 1. 16. γάρ] m. 2 F. Post  $\Theta$  ras. 1 litt. V. 18. Post ὅτι add. ἐστίν BVp, F m. 2. ZAH F,  $\Lambda$  in ras. m. 2 V.

$\Theta K \Lambda$ . ἐπεὶ γὰρ ὁμοίον ἐστὶ τὸ  $ABE$  τρίγωνον τῷ  
 $ZH\Lambda$  τριγώνῳ, τὸ  $ABE$  ἄρα τρίγωνον πρὸς τὸ  $ZH\Lambda$   
 διπλασίονα λόγον ἔχει ἢ  $BE$  πρὸς τὴν  $HA$ .  
 διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ  $BE\Gamma$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $HA\Theta$   
 5 τρίγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἢ  $BE$  πρὸς  
 τὴν  $HA$ . ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ  $ABE$  τρίγωνον πρὸς τὸ  
 $ZH\Lambda$  τρίγωνον, οὕτως τὸ  $BE\Gamma$  πρὸς τὸ  $HA\Theta$ . πάλιν  
 ἐπεὶ ὁμοίον [ἐστὶ] τὸ  $EB\Gamma$  τρίγωνον τῷ  $ΛΗ\Theta$   
 τριγώνῳ, τὸ  $EB\Gamma$  ἄρα πρὸς τὸ  $ΛΗ\Theta$  διπλασίονα  
 10 λόγον ἔχει ἢ  $GE$  εὐθεία πρὸς τὴν  $\Theta\Lambda$ . διὰ τὰ  
 αὐτὰ δὴ καὶ τὸ  $E\Gamma\Delta$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $\Lambda\Theta K$  τρί-  
 γωνον διπλασίονα λόγον ἔχει ἢ  $GE$  πρὸς τὴν  
 $\Theta\Lambda$ . ἐστὶν ἄρα ὡς τὸ  $BE\Gamma$  τρίγωνον πρὸς τὸ  $ΛΗ\Theta$ ,  
 οὕτως τὸ  $ΓΕΔ$  πρὸς τὸ  $\Lambda\Theta K$ . ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς  
 15 τὸ  $EB\Gamma$  πρὸς τὸ  $ΛΗ\Theta$ , οὕτως τὸ  $ABE$  πρὸς τὸ  
 $ZH\Lambda$ . καὶ ὡς ἄρα τὸ  $ABE$  πρὸς τὸ  $ZH\Lambda$ , οὕτως  
 τὸ  $BE\Gamma$  πρὸς τὸ  $HA\Theta$  καὶ τὸ  $E\Gamma\Delta$  πρὸς τὸ  $\Lambda\Theta K$ .  
 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

## VI, 27.

20

Ἄλλως.

Ἐστω γὰρ πάλιν ἡ  $AB$  τμηθεῖσα δίχα κατὰ τὸ  $\Gamma$

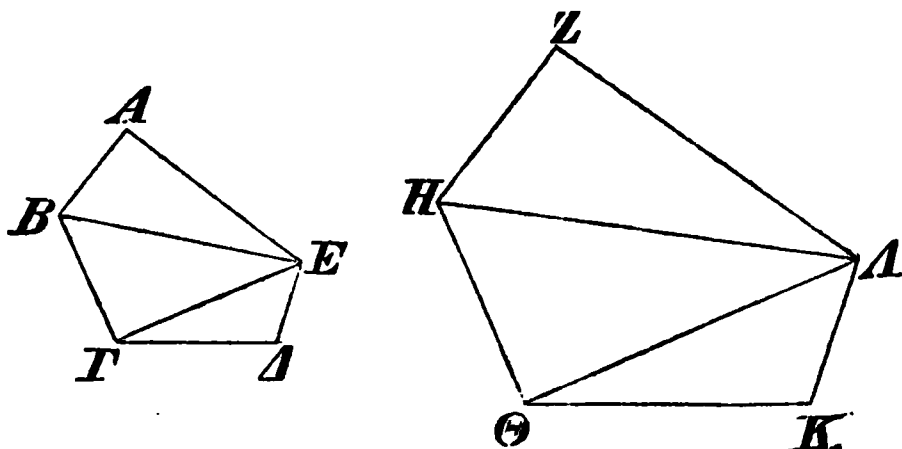
1. ἐστὶ] m. 2 F. 2. ἄρα] om. V. 4.  $BE\Gamma$ ]  $E'B\Gamma F$ .  
 7. Post  $BE\Gamma$  add. τρίγωνον Bp, m. 2 FV. 8. ἐστὶ] om. P.  
 10. εὐθεία] m. 2 V. 11.  $E\Gamma\Delta$ ] corr. ex  $ΓΕΔ$  m. 1 p.  
 πρὸς τὸ  $\Lambda\Theta K$  τρίγωνον] mg. m. 2 B, om. p; διπλασίονα λόγον  
 ἔχει πρὸς in ras. m. 2 F; seq. τὸ  $\Lambda\Theta K$  τρίγωνον m. 1. 12.  
 διπλασίονα λόγον ἔχει] in ras. m. rec. F. 13.  $BE\Gamma$ ]  $EB\Gamma P$ .  
 14.  $ΓΕΔ$ ]  $E\Gamma\Delta P$ . 15.  $ABE$  πρὸς] in ras. m. 2 V, seq.  
 πρὸς m. 1. 16. καὶ ὡς ἄρα — 17:  $BE\Gamma$  πρὸς] in ras. F.  
 17.  $BE\Gamma$ ] B in ras. m. 2 V. Post  $\Lambda\Theta K$  add. BVp: καὶ  
 ὡς ἄρα ἐν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἐν τῶν ἐπομένων, οὕτως ἅπαντα  
 τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἐπόμενα καὶ τὰ λοιπά ὡς ἐν τῇ  
 προτέρᾳ δείξει; idem F, sed postea insert. in ras. 19. Post

nam quoniam  $ABE \sim ZHA$ , erit [VI, 19]

$$ABE : ZHA = BE^2 : HA^2.$$

eadem de causa erit etiam

$$BEG : HA\Theta = BE^2 : HA^2.$$



itaque  $ABE : ZHA = BEG : HA\Theta$ . rursus quoniam  $EBG \sim AH\Theta$ , erit  $EBG : AH\Theta = GE^2 : \Theta A^2$ . eadem de causa etiam erit  $E\Gamma A : A\Theta K = GE^2 : \Theta A^2$ . itaque  $BEG : AH\Theta = E\Gamma A : A\Theta K$ . sed demonstratum est etiam  $EBG : AH\Theta = ABE : ZHA$ . ergo etiam

$$ABE : ZHA = BEG : HA\Theta = E\Gamma A : A\Theta K;$$

quod erat demonstrandum.

## VI, 27.

### Aliter.<sup>1)</sup>

Nam rursus  $AB$  in  $\Gamma$  in duas partes aequales di-

---

1) Est alter casus prop. 27. locum interpolatum esse, supra demonstraui. cum in P in mg. m. rec. addatur, ueri simile est, eum a Theone profectum esse. Campanus VI, 26: „idem etiam esset, si superficies  $af$  ( $= AE$ ) fieret altior superficie  $cd$  ( $= AA$ ), ut uidere potes in secunda figura“.

καὶ παραβληθὲν τὸ  $ΑΛ$  ἐλλεῖπον εἶδει τῷ  $ΑΒ$ , καὶ παραβεβλήσθω πάλιν παρὰ τὴν  $ΑΒ$  τὸ  $ΑΕ$  παραλληλόγραμμον ἐλλεῖπον τῷ  $ΕΒ$  ὁμοίῳ τε καὶ ὁμοίως κειμένῳ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῷ  $ΑΒ$ . λέγω, ὅτι  
 5 μείζον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβληθὲν τὸ  $ΑΛ$  τοῦ  $ΑΕ$ .

Ἐπεὶ γὰρ ὁμοιόν ἐστὶ τὸ  $ΕΒ$  τῷ  $ΑΒ$ , περὶ τὴν αὐτὴν εἰσι διάμετρον. ἔστω αὐτῶν διάμετρος ἡ  $ΕΒ$  καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ  
 10  $ΑΖ$  τῷ  $ΑΘ$ , ἐπεὶ καὶ ἡ  $ΖΗ$  τῇ  $ΗΘ$ , μείζον ἄρα τὸ  $ΑΖ$  τοῦ  $ΚΕ$ . ἴσον δὲ τὸ  $ΑΖ$  τῷ  $ΑΛ$ . μείζον ἄρα καὶ τὸ  $ΑΛ$  τοῦ  $ΕΚ$ . κοινὸν [προσκειίσθω] τὸ  $ΚΔ$ . ὅλον ἄρα τὸ  $ΑΛ$  ὅλου τοῦ  $ΑΕ$  μείζον ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

15

VI, 30.

Ἄλλως.

Ἐστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ  $ΑΒ$ . δεῖ δὴ τὴν  $ΑΒ$  ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

Τετμήσθω γὰρ ἡ  $ΑΒ$  κατὰ τὸ  $Γ$  ὥστε τὸ ὑπὸ  
 20 τῶν  $ΑΒ$ ,  $ΒΓ$  ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τῆς  $ΓΑ$  τετραγώνῳ. ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ τῶν  $ΑΒ$ ,  $ΒΓ$  ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς  $ΓΑ$ , ἔστιν ἄρα ὡς ἡ  $ΒΑ$  πρὸς τὴν  $ΑΓ$ , οὕτως ἡ  $ΑΓ$  πρὸς τὴν  $ΓΒ$ . ἡ  $ΑΒ$  ἄρα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται κατὰ τὸ  $Γ$ . ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

1.  $ΑΒ$ ]  $ΑΒ$  φ (non F). 2.  $ΑΕ$ ]  $ΑΘ$  corr. ex  $ΑΘ$  FV.  
 3. τῷ] τό F. 4. τῷ  $ΑΒ$ ] PBr; mutat. in τῆς  $ΑΒ$  m. 2 F;  
 τῆς  $ΒΑ$  (supra est ras.) τῷ  $ΑΒ$  V. 10.  $ΑΖ$ ] corr. ex  $ΑΖ$   
 m. rec. F. 11.  $ΚΕ$ ] in ras. m. 2 V. ἴσον δέ — 12: τοῦ  
 $ΕΚ$ ] bis Br et V mg. m. 2. 12. καί] supra m. 1 p (priore  
 loco, in repetitione in textu est). προσκειίσθω] Pp; om. BF;  
 ἔστω V. 15. PBFVp. 16. ἄλλως] mg. Fp, iidem add.  
 λς' (in F del. m. rec.). 17. τὴν  $ΑΒ$  εὐθεῖαν FV. 20.  $ΓΑ$ ]



## VI, 31.

"Ἀλλως.

Ἐπεὶ τὰ ὅμοια σχήματα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ  
 τῶν ὁμολόγων πλευρῶν, τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ ἄρα εἶδος  
 5 πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ εἶδος διπλασίονα λόγον ἔχει  
 ἢπερ ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΑ. ἔχει δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς  
 ΒΓ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ τετράγωνον  
 διπλασίονα λόγον ἢπερ ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΑ. καὶ ὥς  
 ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ  
 10 εἶδος, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ τετράγωνον πρὸς τὸ  
 ἀπὸ τῆς ΒΑ τετράγωνον. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὥς  
 τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ εἶδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΑ εἶδος,  
 οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς  
 ΓΑ τετράγωνον. ὥστε καὶ ὥς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ εἶδος  
 15 πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ εἶδη, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς  
 ΒΓ τετράγωνον πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ τετράγω-  
 να. ἴσον δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον τοῖς ἀπὸ  
 τῶν ΒΑ, ΑΓ τετραγώνοις. ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς  
 ΒΓ εἶδος τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ εἶδεσι τοῖς ὁμοίοις  
 20 [τε] καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις [ὅπερ ἔδει δεῖξαι].

## VI, 33.

Λέγω, ὅτι καὶ ὥς ἡ ΒΓ περιφέρεια πρὸς τὴν ΕΖ  
 περιφέρειαν, οὕτως ὁ ΗΒΓ τομεὺς πρὸς τὸν ΘΕΖ  
 τομέα.

1. PBFV p. 3. λξ' F p. ἐστὶ] εἰσὶ V. 5. ἔχη φ.  
 6. ΓΒ] in ras. V m. 2. 7. τό] τὴν φ. 8. ΓΒ] mut. in  
 ΒΓ m. 2 V. ΒΑ. καί] ΒΓ φ (non F). 9. ΓΒ] in ras.  
 m. 2 V, ΓΑ φ (non F). εἶδος — 10: ΓΒ] mg. m. 1 F. 10.  
 εἶδος] om. V. ΓΒ] in ras. m. 2 V. 11. δὴ] om. P. 12.  
 εἶδος] (alt.) om. V. 13. ΒΓ] e corr. m. 1 p. 14. ΓΑ] e corr.

## VI, 31.

Aliter.<sup>1)</sup>

Quoniam similes figurae in duplicata ratione sunt laterum correspondentium [VI, 20] figura in  $B\Gamma$  descripta ad figuram in  $BA$  descriptam duplicatam rationem habebit quam  $\Gamma B : BA$ . uerum etiam quadratum in  $B\Gamma$  descriptum ad quadratum in  $BA$  descriptum duplicatam rationem habebit quam  $\Gamma B$  ad  $BA$ . quare etiam figura in  $\Gamma B$  descripta ad figuram in  $BA$  descriptam eandem rationem habebit quam  $\Gamma B^2 : BA^2$ . eadem de causa etiam figura in  $B\Gamma$  descripta ad figuram in  $\Gamma A$  descriptam eandem rationem habebit quam  $B\Gamma^2 : \Gamma A^2$ . quare etiam ut figura in  $B\Gamma$  descripta ad figuras in  $BA$ ,  $A\Gamma$  descriptas, ita erit

$$B\Gamma^2 : BA^2 + A\Gamma^2.$$

uerum  $B\Gamma^2 = BA^2 + A\Gamma^2$  [I, 47]. ergo etiam figura in  $B\Gamma$  descripta aequalis est figuris in  $BA$ ,  $A\Gamma$  similibus et similiter descriptis; quod erat demonstrandum.

VI, 33.<sup>2)</sup>

Dico, esse etiam

$$\text{arc. } B\Gamma : \text{arc. } EZ = \text{sect. } H B \Gamma : \text{sect. } \Theta EZ.$$

---

1) U. fig. VI, 31.

2) Additamentum est Theonis post finem VI, 33; u. ibid. not.

---

m. 1 p.  $\omega\varsigma$ ] insert. m. 1 p. 15.  $\epsilon\iota\delta\eta$ ]  $\epsilon\iota\delta\omicron\varsigma$   $\varphi$  (non F).  
 16.  $\tau\epsilon\tau\rho\acute{\alpha}\gamma\omega\nu\alpha$ ]  $\tau\epsilon\tau\rho\acute{\alpha}\gamma\omega\nu$  F,  $\tau\epsilon\tau\rho\acute{\alpha}\gamma\omega\nu\omicron\nu$   $\varphi$ . 19.  $\epsilon\iota\delta\epsilon\sigma\iota\nu$  BFp.  
 $\tau\omicron\iota\varsigma$ ] om. Bp. 20.  $\tau\epsilon$ ] om. BFVp.  $\tilde{\omicron}\pi\epsilon\rho$   $\tilde{\epsilon}\delta\epsilon\iota$   $\delta\epsilon\iota\chi\alpha\iota$ ] om. BFVp.  
 21. BFVp, P mg. m. rec. 22.  $\mu'$  mg. p.  
 $\kappa\alpha\iota$ ] om. p. 23.  $\Theta EZ$ ] litt.  $EZ$  in ras. m. 1 V.

Ἐπεξεύχθωσαν γὰρ αἱ  $BΓ$ ,  $ΓΚ$ . καὶ ληφθέντων ἐπὶ τῶν  $BΓ$ ,  $ΓΚ$  περιφερειῶν τῶν  $\Xi$ ,  $O$  σημείων ἐπεξεύχθωσαν καὶ αἱ  $B\Xi$ ,  $\XiΓ$ ,  $ΓO$ ,  $OK$ .

Καὶ ἐπεὶ δύο αἱ  $BH$ ,  $HΓ$  δυσὶ ταῖς  $ΓH$ ,  $HK$   
 5 ἴσαι εἰσὶ καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσιν, καὶ βάσις ἡ  $BΓ$   
 τῇ  $ΓΚ$  ἐστὶν ἴση, ἴσον ἄρα [ἐστὶ] καὶ τὸ  $HΒΓ$  τρί-  
 γωνον τῷ  $HΓΚ$  τριγώνῳ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ  $BΓ$   
 περιφέρεια τῇ  $ΓΚ$  περιφερείᾳ, καὶ ἡ λοιπὴ εἰς τὸν  
 ὅλον κύκλον περιφέρεια ἴση ἐστὶ τῇ λοιπῇ εἰς τὸν  
 10 ὅλον κύκλον περιφερείᾳ· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ  $B\XiΓ$   
 τῇ ὑπὸ  $ΓOK$  ἐστὶν ἴση· ὁμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ  $B\XiΓ$   
 τμῆμα τῷ  $ΓOK$  τμήματι. καὶ εἰσιν ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν  
 τῶν  $BΓ$ ,  $ΓΚ$ . τὰ δὲ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμή-  
 ματα κύκλων ἴσα ἀλλήλοις εἰσὶν· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ  
 15  $B\XiΓ$  τμῆμα τῷ  $ΓOK$  τμήματι. ἔστι δὲ καὶ τὸ  $HΒΓ$   
 τρίγωνον τῷ  $HΓΚ$  τριγώνῳ ἴσον· καὶ ὅλος ἄρα ὁ  
 $BHΓ$  τομεὺς ὅλῳ τῷ  $HΓΚ$  τομεῖ ἴσος ἐστίν. διὰ τὰ  
 αὐτὰ δὴ καὶ ὁ  $HKΛ$  τομεὺς ἑκατέρῳ τῶν  $HΒΓ$ ,  
 $HΓΚ$  ἴσος ἐστίν. οἱ τρεῖς ἄρα τομεῖς οἱ  $HΒΓ$ ,  $HΓΚ$ ,  
 20  $ΗΛΚ$  ἴσοι ἀλλήλοις εἰσὶν. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ οἱ  
 $\Theta EZ$ ,  $\Theta ZM$ ,  $\Theta MN$  τομεῖς ἴσοι ἀλλήλοις εἰσὶν. ὅσα-  
 πλασίων ἄρα ἐστὶν ἡ  $AB$  περιφέρεια τῆς  $BΓ$  πε-  
 ριφερείας, τοσαυταπλασίων ἐστὶ καὶ ὁ  $HΒΛ$  τομεὺς  
 τοῦ  $HΒΓ$  τομέως. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὅσαπλασίων

2. Ante ἐπὶ del. τῶν p.  $ΓΚ$ ]  $Γ$  corr. ex  $K$  m. 1 p.  
 4.  $HK$ ]  $K$  e corr. m. 2 V. 5. εἰσὶν  $BF$ . περιέχουσι  $PFp$ ;  
 περιέχουσαι  $V$ , corr. m. 2. 6. ἐστὶ] om.  $BVp$ , insert. m. 1  $F$ .  
 $BHΓ$   $P$ . 7. Post τριγώνῳ add.  $Bp$ : καὶ ἡ  $BΓ$  περιφέρεια  
 τῇ  $ΓΚ$  περιφερείᾳ. 8. ἡ λοιπὴ]  $F$ ; λοιπὴ  $Bp$ ; ἡ λοιπὴ ἡ  $PV$ .  
 9. ὅλον]  $ABΓ$   $PV$ . ἴση] ἡ  $KAG$  ἴση  $F$ . ἐστὶ] om.  $P$ ,  
 ἐστὶν  $B$ . τῇ] om.  $V$ . λοιπῇ] om.  $P$ ; λοιπῇ τῇ  $V$ . 10.  
 ὅλον]  $Bp$ , αὐτόν  $ABΓ$   $PV$ , om.  $F$ . ὥστε] post ras. 1 litt.  $V$ ,  
 τῇ  $ΓAB$ · ὥστε  $F$ . 11. γωνία τῇ  $V$ . 13.  $ΓΚ$ ]  $KΓ$  m. 2  $V$ .



Ducantur enim  $B\Gamma$ ,  $\Gamma K^1$ ), et in arcubus  $B\Gamma$ ,  $\Gamma K$  sumptis punctis  $\Xi$ ,  $O$  ducantur etiam  $B\Xi$ ,  $\Xi\Gamma$ ,  $\Gamma O$ ,  $OK$ . et quoniam  $BH = HK$  et  $H\Gamma = H\Gamma$ , et aequales angulos comprehendunt, et  $B\Gamma = \Gamma K$  [III, 29], erit etiam  $\triangle HBG = H\Gamma K$  [I, 4]. et quoniam

$$\text{arc. } B\Gamma = \text{arc. } \Gamma K,$$

erit etiam  $\text{arc. } B\Lambda\Gamma = \text{arc. } \Gamma\Lambda K$ . quare etiam

$$\angle B\Xi\Gamma = \angle \Gamma OK \text{ [III, 27].}$$

ergo segmentum  $B\Xi\Gamma$  simile est segmento  $\Gamma OK$  [III def. 11]. et in aequalibus sunt rectis  $B\Gamma$ ,  $\Gamma K$ . quae autem in aequalibus rectis sunt segmenta circulorum similia, inter se aequalia sunt [III, 24]. ergo

$$\text{segm. } B\Xi\Gamma = \text{segm. } \Gamma OK.$$

uerum etiam  $\triangle HBG = \triangle H\Gamma K$ . itaque

$$\text{sect. } BH\Gamma = \text{sect. } H\Gamma K.$$

eadem de causa etiam  $\text{sect. } HK\Lambda = \text{sect. } HBG = \text{sect. } H\Gamma K$ . itaque tres sectores  $HBG$ ,  $H\Gamma K$ ,  $H\Lambda K$  inter se aequales sunt. eadem de causa etiam sectores  $\odot EZ$ ,  $\odot ZM$ ,  $\odot MN$  inter se aequales sunt. itaque quoties arcus  $\Lambda B$  multiplex est arcus  $B\Gamma$ , toties etiam sector  $HBA$  sectoris  $HBG$  multiplex est. eadem de

1) U. fig. VI, 33.

$\delta\epsilon]$   $\delta'$  F. 14.  $\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\iota\varsigma]$   $-\lambda\omicron\iota\varsigma$  in ras. F.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}\nu$  F. 15.  $HBG]$   $HB$  in ras. m. 2 V. 16.  $-\gamma\omega\nu\omicron\nu \tau\tilde{\omega} H\Gamma K \tau\rho\iota\gamma\acute{\omega}\nu\omega \acute{\iota}\sigma\omicron\nu$  in ras. m. 2 F. 17.  $BHG]$   $HBG$  P, V m. 2.  $H\Gamma K$  P, V m. 2.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$  BV, comp. Pp. 18.  $HBG, H\Gamma K]$  prius  $\Gamma$  et  $K$  e corr. m. 2 V,  $B\Gamma, HK$  Bp. 19.  $\acute{\epsilon}\sigma\tau\acute{\iota}$  V.  $\omicron\acute{\iota}]$  (alt.)  $\acute{\omicron}$  P.  $HBG]$   $HB$  corr. ex  $BH$  V m. 2, in ras. F.  $H\Gamma K]$   $H\Gamma$  corr. ex  $\Gamma H$  m. 2 V. 20.  $H\Lambda K]$   $KHK\Lambda$  P,  $HK\Lambda$  corr. ex  $KH\Lambda$  m. 2 V.  $\epsilon\acute{\iota}\sigma\acute{\iota}$  Vp.  $\delta\iota\acute{\alpha}$  — 21:  $\epsilon\acute{\iota}\sigma\acute{\iota}\nu]$  om. P. 20.  $\omicron\acute{\iota}]$  corr. ex  $\acute{\omicron}$  m. 1 F. 21.  $\odot ZM]$   $M$  insert. m. 1 F. 22.  $\Lambda B]$   $\Lambda$  in ras. V.  $B\Gamma]$  in ras. m. 2 V. 23.  $HBA]$   $B$  add. m. recentiss. P;  $H\Lambda B$  Bp, V in ras. m. 2.

ἐστὶν ἡ  $NE$  περιφέρεια τῆς  $EZ$  περιφερείας, τοσαν-  
 ταπλασίων ἐστὶ καὶ ἡ  $\Theta EN$  τομεὺς τοῦ  $\Theta EZ$  τομέως.  
 εἰ ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ  $BA$  περιφέρεια τῇ  $EN$  περιφερείᾳ,  
 ἴσος ἐστὶ καὶ ὁ  $BHA$  τομεὺς τῷ  $E\Theta N$  τομει, καὶ  
 5 εἰ ὑπερέχει ἡ  $BA$  περιφέρεια τῆς  $EN$  περιφερείας,  
 ὑπερέχει καὶ ὁ  $BHA$  τομεὺς τοῦ  $\Theta EN$  τομέως, καὶ  
 εἰ ἐλλείπει, ἐλλείπει. τεσσάρων δὲ ὄντων μεγεθῶν  
 δύο μὲν τῶν  $B\Gamma$ ,  $EZ$  περιφερειῶν, δύο δὲ τῶν  $H\beta\Gamma$ ,  
 $E\Theta Z$  τομέων εἴληπται ἰσάκεις πολλαπλάσια τῆς μὲν  
 10  $B\Gamma$  περιφερείας καὶ τοῦ  $H\beta\Gamma$  τομέως ἢ τε  $BA$  πε-  
 ριφέρεια καὶ ὁ  $HBA$  τομεὺς, τῆς δὲ  $EZ$  περιφερείας  
 καὶ τοῦ  $\Theta EZ$  τομέως ἰσάκεις πολλαπλάσια ἢ τε  $EN$   
 περιφέρεια καὶ ὁ  $\Theta EN$  τομεὺς· καὶ δέδεικται, ὅτι εἰ  
 ὑπερέχει ἡ  $BA$  περιφέρεια τῆς  $EN$  περιφερείας, ὑπερ-  
 15 ἔχει καὶ ὁ  $BHA$  τομεὺς τοῦ  $E\Theta N$  τομέως, καὶ εἰ  
 ἴση, ἴσος, καὶ εἰ ἐλλείπει, ἐλλείπει. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ  
 $B\Gamma$  περιφέρεια πρὸς τὴν  $EZ$ , οὕτως ὁ  $H\beta\Gamma$  τομεὺς  
 πρὸς τὸν  $\Theta EZ$  τομέα.

[Πόρισμα.]

20 Καὶ δῆλον, ὅτι καὶ ὡς ὁ τομεὺς πρὸς τὸν τομέα,  
 οὕτως καὶ ἡ γωνία πρὸς τὴν γωνίαν.

Uulgo VII, 20.

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ᾧσιν, ὁ ὑπὸ τῶν  
 ἄκρων ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου. καὶ ἐὰν ὁ ὑπὸ

1. τοσανταπλάσιος PBr. 3. περιφερείᾳ] om. V. 4.  
 $E\Theta N$ ] BFr,  $E\Theta H$  φ et e corr. PV. 5.  $BA$ ] B eras. B.  
 6.  $BHA$ ] BH in ras. m. 2 V,  $HBA$  P.  $\Theta EN$ ]  $E\Theta N$  Fr.  
 7. δὴ] δέ p. 8. μέν] m. 2 F. 10.  $B\Gamma$ ] B e corr. m. 1 p.  
 12. πολλαπλάσιον V. 13. εἰ] corr. ex ἡ V m. 2. 14.  $BA$ ]

causa etiam quoties arcus  $NE$  multiplex est arcus  $EZ$ , toties etiam sector  $\odot EN$  sectoris  $\odot EZ$  multiplex est. ergo si arc.  $BA = \text{arc. } EN$ , erit sect.  $BHA = \text{sect. } E\odot N$ , et si arc.  $BA > \text{arc. } EN$ , erit sect.  $BHA > \text{sect. } \odot EN$ , et si arc.  $BA < \text{arc. } EN$ , erit etiam sect.  $BHA < \text{sect. } E\odot N$ . datis igitur quattuor magnitudinibus duobus arcibus  $B\Gamma$ ,  $EZ$  et duobus sectoribus  $H\text{B}\Gamma$ ,  $E\odot Z$ , arcus  $B\Gamma$  et sectoris  $H\text{B}\Gamma$  sumpti sunt aëque multiplices arcus  $BA$  et sector  $HBA$ , arcus autem  $EZ$  et sectoris  $\odot EZ$  aëque multiplices arcus  $EN$  et sector  $\odot EN$ . et demonstratum est, si arc.  $BA > \text{arc. } EN$ , esse etiam sect.  $BHA > \text{sect. } E\odot N$ , si aequalis sit, aequalem, si minor, minorem. ergo arc.  $B\Gamma : \text{arc. } EZ = \text{sect. } H\text{B}\Gamma : \text{sect. } \odot EZ$  [V def. 5]. — Corollarium. — et adparet, esse etiam, ut sector ad sectorem, ita angulum ad angulum.<sup>1)</sup>

### Uulgo VII, 20.

Si tres numeri proportionales sunt, productum extremorum aequale est quadrato medii. et si productum extremorum aequale est quadrato medii, tres numeri illi proportionales sunt.

1) Hoc corollarium, quod e genuina propositione Euclidis facile deriuatur, iam a Zenodoro usurpatur (ap. Theonem in Ptolem. p. 12 ed. Basil.: ὥς δ' ὁ τομεὺς πρὸς τὸν τομέα, ἡ ὑπὸ  $E\odot A$  γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ  $M\odot A$ ), nisi ibi Theon ipse p. 12, 4 sq. addidit.

$A$  in ras. m. 2 V. 16. ἴσος] ἴση V. 18.  $\odot EZ$ ]  $\odot E$  P.  
19. πόρισμα] om. PBFVp. 22. FVp, B mg. m. 1, P mg.  
m. rec. κ' FVp. 24. ὁ] supra P.

τῶν ἄκρων ἴσος ἢ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου, οἱ τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν. ἔστωσαν τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον οἱ  $A, B, \Gamma$ , ὥς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $B$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ . λέγω, ὅτι ὁ ἐκ τῶν  $A, \Gamma$  ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ  $B$ . κείσθω γὰρ τῷ  $B$  ἴσος ὁ  $\Delta$ . ἔστιν ἄρα ὥς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ . ὁ ἄρα ἐκ τῶν  $A, \Gamma$  ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν  $B, \Delta$ . ὁ δὲ ἐκ τῶν  $B, \Delta$  ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ  $B$ . ἴσος γὰρ ὁ  $B$  τῷ  $\Delta$ . ὁ ἄρα ἐκ τῶν  $A, \Gamma$  ἴσος τῷ ἀπὸ τοῦ  $B$ .

10 Ἀλλὰ δὴ ἵ ἐκ τῶν  $A, \Gamma$  ἴσος ἔστω τῷ ἀπὸ τοῦ  $B$ . λέγω, ὅτι ἐστὶν ὥς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $B$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ . ἐπεὶ γὰρ ὁ ἐκ τῶν  $A, \Gamma$  ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ  $B$ , ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ  $B$  ἴσος τῷ ὑπὸ [τῶν]  $B, \Delta$ , ἔστιν ἄρα ὥς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ . ἴσος δὲ ὁ  $B$  τῷ  $\Delta$ . ἔστιν ἄρα ὥς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $B$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ . ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

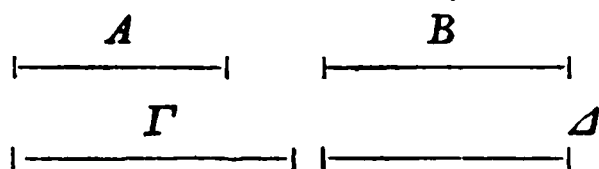
●  
Uulgo VII, 22.

Ἐὰν ὧσι τρεῖς ἀριθμοὶ καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενοι καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἢ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται.

Ἐστωσαν τρεῖς ἀριθμοὶ οἱ  $A, B, \Gamma$  καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος οἱ  $\Delta, E, Z$  σύνδυο λαμβανόμενοι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἔστω δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, ὥς μὲν ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $B$ , οὕτως ὁ  $E$  πρὸς τὸν  $Z$ , ὥς δὲ ὁ  $B$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ , οὕτως ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $E$ . λέγω, ὅτι καὶ δι' ἴσου ἐστὶν ὥς ὁ  $A$  πρὸς τὸν  $\Gamma$ , οὕτως ὁ  $\Delta$  πρὸς τὸν  $Z$ .

2. οἱ τρεῖς FV. ἀνάλογοι p.      3. οἱ] ὁ BFV.      ὁ B]

Sint tres numeri proportionales  $A, B, \Gamma$ , ita ut sit  $A : B = B : \Gamma$ . dico, esse  $A \times \Gamma = B^2$ . pona-



tur enim  $\Delta = B$ . est igitur  $A : B = \Delta : \Gamma$ . itaque  $A \times \Gamma = B \times \Delta$  [VII, 19]. sed  $B \times \Delta = B^2$ ; nam  $B = \Delta$ . ergo  $A \times \Gamma = B^2$ .

Iam uero sit  $A \times \Gamma = B^2$ . dico, esse  $A : B = B : \Gamma$ .

Nam quoniam  $A \times \Gamma = B^2$ , et  $B^2 = B \times \Delta$ , erit [VII, 19]  $A : B = \Delta : \Gamma$ . sed  $B = \Delta$ . ergo  $A : B = B : \Gamma$ ; quod erat demonstrandum.

### Uulgo VII, 22.

Si tres numeri dati sunt et alii iis multitudine aequales, duo simul coniuncti et in eadem ratione, et proportio eorum perturbata est, etiam ex aequo in eadem ratione erunt.

Dati sint tres numeri  $A, B, \Gamma$  et alii iis multitudine aequales  $\Delta, E, Z$ , duo simul coniuncti in eadem ratione, et proportio eorum perturbata sit, ita ut sit  $A : B = E : Z$  et  $B : \Gamma = \Delta : E$ . dico, etiam ex aequo esse  $A : \Gamma = \Delta : Z$ .

ὁ δεύτερος supra scr. β P. 4. ὁ] supra P. 7. ἐστίν V, comp. B. ἐκ τῶν] ἀπὸ τοῦ p. 8. ἐστίν V, comp. B. γάρ] corr. ex ἄρα V. 9. ἴσος ἐστὶ FV. 10. ἴστω] ἐστὶ comp. p. 12. γρ. ὑπὸ EΔ mg. F. 13. ἴσος ἐστὶ FV. ὑπό] ἀπό p, om. B. τῶν] τοῦ p, om. BFV. 14. B] (prius) AF, ΓB. 16. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. Pp. 17. BFVp, P mg. m. rec., add. a Theone post VII, 20. κβ' PBFVp. 19. ὥσιν FV. 25. καὶ ἐν P. 29. τὸν Γ] corr. ex τὸ Γ V.

Ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ο *A* πρὸς τὸν *B*, οὕτως ὁ *E*  
 πρὸς τὸν *Z*, ὁ ἄρα ἐκ τῶν *A*, *Z* ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ  
 τῶν *B*, *E*. πάλιν ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ *B* πρὸς τὸν *Γ*,  
 οὕτως ὁ *Δ* πρὸς τὸν *E*, ὁ ἄρα ἐκ τῶν *Δ*, *Γ* ἴσος  
 5 ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν *B*, *E*. ἐδείχθη δὲ καὶ ὁ ἐκ τῶν *A*,  
*Z* ἴσος τῷ ἐκ τῶν *B*, *E*. καὶ ὁ ἐκ τῶν *A*, *Z* ἄρα  
 ἴσος ἐστὶ τῷ ἐκ τῶν *Δ*, *Γ*. ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ *A* πρὸς  
 τὸν *Γ*, οὕτως ὁ *Δ* πρὸς τὸν *Z*. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

## VII, 31.

10

Ἄλλως.

Ἐστω σύνθετος ἀριθμὸς ὁ *A*. λέγω, ὅτι ὑπὸ  
 πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται. ἐπεὶ γὰρ σύνθετός  
 ἐστὶν ὁ *A*, μετρηθήσεται ὑπὸ ἀριθμοῦ, καὶ ἔστω  
 ἐλάχιστος τῶν μετρούντων αὐτὸν ὁ *B*. λέγω, ὅτι ὁ  
 15 *B* πρώτός ἐστιν. εἰ γὰρ μή, σύνθετός ἐστιν. μετρη-  
 θήσεται ἄρα ὑπὸ ἀριθμοῦ τινος. μετρείσθω ὑπὸ τοῦ  
*Γ*. ὁ *Γ* ἄρα τοῦ *B* ἐλάσσων ἐστίν. καὶ ἐπεὶ ὁ *Γ*  
 τὸν *B* μετρεῖ, ἀλλ' ὁ *B* τὸν *A* μετρεῖ, καὶ ὁ *Γ* ἄρα  
 τὸν *A* μετρεῖ ἐλάσσων ὢν τοῦ *B*. ὅπερ ἄτοπον. οὐκ  
 20 ἄρα ὁ *B* σύνθετός ἐστι. πρῶτος ἄρα. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

## Scholium ad VII, 39.

Τοῦ λθ'. πολλῶν ἀριθμῶν ὄντων καὶ ἐχόντων τὰ

2. τῷ ἐκ] τῷ ὑπὸ FV. 3. ὡς] om. p. 4. Δ, Γ] Γ,  
 Δ B. 5. ὁ ἐκ] ὁ p. 6. καί] om. p. 7. ὁ] ὁ ἄρα FV.  
 ἄρα] om. FV. 9. BVpφ. ante prop. 31; add. Theon. 10.  
 ἄλλως] om. p, ἄλλως τὸ λβ τὸ ἐξῆς B mg. m. 1. 11.  
 ἔστω — 13: ἐστὶν ὁ *A*] om. p. 13. καί] τινος. μετρείσθω,  
 καί B. ἔστω ὁ p. 15. σύνθετός ἐστιν] ἐστὶν ὁ *B* πρῶ-  
 τος Bφ, V in ras. 16. ἄρα] om. B. ὑπὸ τοῦ *Γ*] in  
 ras. V, seq. ras. magna. 17. ἐστίν] ἐστί Vφ, comp. p.  
 18. ἀλλά Vφ. 20. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] om. Bp. 21. Post

Nam quoniam est  $A : B = E : Z$ , erit

$A$  —————	$A \times Z = B \times E$ [VII, 19]. rur-
$B$  —————	sus quoniam est $B : \Gamma = A : E$ ,
$\Gamma$  —————	erit $A \times \Gamma = B \times E$ [id.]. de-
———  $A$	monstratum est autem, esse etiam
$E$  —————	$A \times Z = B \times E$ . quare etiam
$Z$  —————	$A \times Z = A \times \Gamma$ . ergo erit
	$A : \Gamma = A : Z$ [VII, 19];

quod erat demonstrandum.

VII, 31.

Aliter.

Sit numerus compositus  $A$ . dico, primum numerum eum metiri.

Nam quoniam  $A$  compositus est, numerus aliquis eum metietur, et minimus eorum, qui eum metiuntur, sit  $B$ . dico, numerum  $B$  primum esse. nam si mi-

|—————|  $A$     |—————|  $B$     |———|  $\Gamma$

nus, compositus est. itaque numerus aliquis eum metietur. metiatur numerus  $\Gamma$ . itaque  $\Gamma < B$ . et quoniam  $\Gamma$  numerum  $B$  metitur,  $B$  autem numerum  $A$  metitur, etiam  $\Gamma$  numerum  $A$  metitur, quamquam  $\Gamma < B$ ; quod absurdum est. itaque  $B$  compositus non est. ergo primus; quod erat demonstrandum.

Scholium ad VII, 39.

Propositionis XXXIX.<sup>1)</sup> Cum multi numeri sint,

---

1) Ergo hoc scholium scriptum est ante VII, 20 et 22 interpolatas.

---

titulum libri VIII V  $\varnothing$  p (in V in spatio uacuo inter libb. VII et VIII postea insert.). 22.  $\alpha'$  p (qui numeros propp. libri VIII uno maiores deinceps habet).

αὐτὰ μέρη, οἷον εἰ τίχοι δίδοσθαι  $\epsilon'$   $\gamma'$   $\delta'$   $\epsilon'$ , εὐρεῖν  
 τον ἐλάχιστον ἀριθμὸν πάντων τῶν τὰ αὐτὰ μέρη  
 ἔχοντων αὐτοῖς. ἀριθμὸν εἰρεῖν, ὃς ἐλάχιστος ὢν  
 ἔξει τὰ δοθέντα μέρη τὸ  $\epsilon'$   $\gamma'$   $\delta'$   $\epsilon'$   $\zeta'$   $\eta'$   $\theta'$   $\iota'$   
 5  $\iota\alpha'$   $\iota\beta'$  καὶ εἰς ἄπειρον. δεῖ οὖν λαβεῖν τοὺς ὁμωνύ-  
 μους αὐτῶν ἀριθμούς, τουτέστι τοῦ μὲν ἡμισυ το  
 $\alpha$ , τοῦ δὲ  $\gamma'$  τὰ  $\bar{\gamma}$ , τοῦ δὲ  $\delta'$  τὰ  $\bar{\delta}$  καὶ  $\epsilon'$  καὶ  $\bar{\epsilon}$   
 καὶ  $\bar{\zeta}$   $\bar{\eta}$   $\bar{\theta}$   $\bar{\iota}$   $\bar{\iota\alpha}$   $\bar{\iota\beta}$  καὶ πολλαπλασιάσαι τον  $\alpha$  ἐπὶ τὰ  
 $\bar{\gamma}$ . γίνονται  $\bar{\gamma}$ . τὰ  $\bar{\gamma}$  ἐπὶ τὰ  $\bar{\delta}$ . γίνονται  $\bar{\iota\beta}$ . τὰ  $\bar{\iota\beta}$  ἐπὶ  
 10 τὰ  $\bar{\epsilon}$ . γίνονται  $\bar{\zeta}$ . τὰ  $\bar{\zeta}$  ἐπὶ τὰ  $\bar{\epsilon}$ . γίνονται  $\bar{\tau\zeta}$ . τὰ  $\bar{\tau\zeta}$   
 ἐπὶ τὰ  $\bar{\zeta}$ . γίνονται  $\beta\phi\kappa$ . οὗτος ἔχει τὰ  $\bar{\iota}$  μέρη το  
 $\epsilon'$   $\gamma'$   $\delta'$   $\epsilon'$   $\zeta'$  καὶ τὰ λοιπά. πάλιν αὐτον πολλαπλα-  
 σιάσαι ἐπὶ τον  $\bar{\iota\alpha}$ . γίνονται  $\mu^{\nu}\beta$   $\xi\psi\kappa$ . οὗτος ὁ ἀριθ-  
 μὸς ἔχει τὰ δοθέντα μέρη το  $\epsilon'$   $\gamma'$   $\delta'$   $\epsilon'$   $\zeta'$   $\eta'$   $\theta'$   
 15  $\iota'$   $\iota\alpha'$   $\iota\beta'$ . ἐπὶ πάντων τῶν διδομένων οὕτως δεῖ  
 πολλαπλασιάζειν καὶ εὐρίσκειν τὸν ἀριθμὸν τον ἐλά-  
 χιστον ἔχοντα ταῦτα τὰ μέρη.

## IX init.

Εὐρίσκομεν τὸν συγκείμενον λόγον ἐκ λόγων διὰ  
 20  $\epsilon'$  τοῦ  $\eta'$ . τὴν δὲ διαίρεσιν τοῦ λόγου εὐρίσκομεν  
 οὕτως· ἔστω ο  $A$  τοῦ  $B$  διπλοῦς, καὶ ἀπ' αὐτοῦ  
 ἀφελεῖν τριπλοῦν. ἔστω ὁ  $A$   $\Gamma$  τριπλοῦς. λοιπος  
 ἄρα ὁ  $\Gamma$   $B$ . λέγω, ὅτι ὁ  $\Gamma$   $B$  ἡμιόλιός ἐστιν. μη

1. τύχη p.  $\epsilon'$ ]  $\bar{\epsilon}$  p. 2. ἀριθμόν] comp. V; καί φ.  
 τῶν] τόν φ. αὐτὰ]  $\eta'$  — V φ. 3. ἔχοντα φ. ἀριθμόν]  
 comp. V; καί φ. ὃς] ὥς V φ. 4. τό] τὰ p.  $\epsilon'$ ] in ras.  
 m. 1 p. 6. αὐτῶν]  $\eta'$  τῶν V φ. 7.  $\alpha$ ] πρῶτον V p φ. καὶ  
 $\bar{\epsilon}$  καί] τὰ  $\bar{\epsilon}$  καὶ τὰ  $\bar{\epsilon}$  p. 8.  $\bar{\iota}$ ] om. V φ. πολλαπλασιάσας  
 V p φ.  $\alpha$ ] πρῶτον V p φ. 9.  $\bar{\gamma}$ ] τρία V p φ. γίνονται]  
 semper comp. V φ, γίνεται p.  $\bar{\gamma}$  τὰ] τρία· τὰ p.  $\bar{\gamma}$   
 τρία p. γίνεται p.  $\bar{\iota\beta}$ ] (prius) ιζ φ. 10. γίνονται] (prius)



qui easdem partes habeant, uelut  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{4}$   $\frac{1}{5}$ , inuenire minimum numerum omnium, qui easdem partes habent.

numerum inuenire minimum, qui datas partes  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{4}$   $\frac{1}{5}$   $\frac{1}{6}$   $\frac{1}{7}$   $\frac{1}{8}$   $\frac{1}{9}$   $\frac{1}{10}$   $\frac{1}{11}$   $\frac{1}{12}$  cett. habeat. oportet igitur numeros iis cognomines sumere, h. e. parti dimidiaae numerum 1, tertiae 3, quartae 4, quintae 5 et 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12; et multiplicare  $1 \times 3 = 3$ ,  $3 \times 4 = 12$ ,  $12 \times 5 = 60$ ,  $60 \times 6 = 360$ ,  $360 \times 7 = 2520$ , qui habet decem partes  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{4}$   $\frac{1}{5}$   $\frac{1}{6}$  cett. rursus  $2520 \times 11 = 27720$ , qui habet datas partes  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{4}$   $\frac{1}{5}$   $\frac{1}{6}$   $\frac{1}{7}$   $\frac{1}{8}$   $\frac{1}{9}$   $\frac{1}{10}$   $\frac{1}{11}$   $\frac{1}{12}$ . in omnibus datis ita oportet multiplicare et numerum minimum inuenire, qui has habeat partes.

### Scholium. IX init.<sup>1)</sup>

Rationem ex rationibus compositam per VIII, 5 inuenimus, rationis autem diuisionem ita inuenimus.

Sit  $A : B = 2 : 1$ , et ab ea oporteat auferre  $3 : 1$ .<sup>2)</sup> sit  $A : \Gamma = 3 : 1$ . relinquitur igitur  $\Gamma : B$ . dico, esse  $\Gamma : B = 2 : 3$ . ne sit enim, sed si fieri potest, sit

1) Uidetur esse scholium ad VIII, 5.

2) H. e.  $2 : 1$  per  $3 : 1$  diuidere.

γίνεται p. 11.  $\beta\overline{\varphi\kappa}$   $\mu\overline{\varphi\eta}$   $\varphi$ . οὕτως V  $\varphi$ .  $\overline{\iota}$  δέκα p. 12. γ' δ' ε'  $\overline{\varsigma'}$   $\gamma\gamma\delta$   $\varphi$ . πολλαπλασιάσας V p  $\varphi$ . 13. τόν] τῶν p. β  $\overline{\zeta\psi\kappa}$   $\mu\beta\psi\kappa$  p, β'  $\gamma\zeta\psi\kappa$   $\varphi$ . οὗτος] οὗ τό p. 15.  $\overline{\iota}$ ] om.  $\varphi$ . δεδομένων p. 16. ἀριθμόν] comp. V, καί  $\varphi$ . ἐλάττονα V p  $\varphi$ . 18. V  $\varphi$  post titulum libri IX (in V in spatio uacuo inter libb. VIII et IX postea insert.).

γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω διπλοῦς ὁ  $\Gamma$  τοῦ  $B$ . ἔστι  
 δὲ καὶ ὁ  $A$  τοῦ  $\Gamma$  τριπλοῦς· γενήσεται ἄρα καὶ ὁ  $A$   
 τοῦ  $B$  ἑξαπλοῦς. ὑπόκειται δὲ διπλοῦς· ὅπερ ἄτοπον.  
 οὐκ ἄρα ἔστι ὁ  $\Gamma$  τοῦ  $B$  διπλοῦς. ὁμοίως δὲ δείξομεν,  
 5 ὅτι οὐδ' ἄλλον λόγον ἔχει ὁ  $B$  πρὸς τὸν  $\Gamma$  παρὲξ  
 τοῦ ἡμιολίου.

## IX, 22.

• Ἄλλως.

Ἡ καὶ οὕτως· ἐπεὶ οὖν ὁ  $AB$  περιττός ἐστιν,  
 10 ἀφηρήσθω ἀπ' αὐτοῦ μονὰς ἡ  $ZB$ · λοιπὸς ἄρα ὁ  $AZ$   
 ἄρτιός ἐστιν. πάλιν ἐπεὶ ὁ  $B\Gamma$  περιττός ἐστιν, καί  
 ἐστι μονὰς ἡ  $ZB$ , ἄρτιος ἄρα ὁ  $Z\Gamma$ . ἔστι δὲ καὶ ὁ  
 $AZ$  ἄρτιος. καὶ ὅλος ἄρα ὁ  $A\Gamma$  ἄρτιός ἐστιν. διὰ  
 τὰ αὐτὰ δη καὶ ὁ  $\Gamma E$  ἄρτιός ἐστιν. ὥστε καὶ ὅλος  
 15 ὁ  $AE$  ἄρτιός ἐστιν.

---

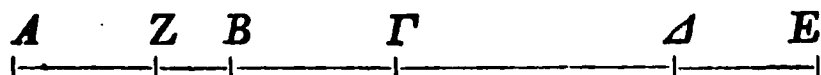
4. ἄρα] πτι φ. διπλοῦς] τριπλοῦς V φ. 7. F solus post  
 ἐστιν, ante ὅπερ p. 392, 13. 8. ἄλλως] om. F.

---

$\Gamma = 2B$ . est autem etiam  $A = 3\Gamma$ . erit igitur  $A = 6B$ . sed supposuimus, esse  $A = 2B$ ; quod absurdum est. ergo non erit  $\Gamma = 2B$ . similiter demonstrabimus, ne aliam quidem rationem habere  $B$  ad  $\Gamma$  praeter  $2 : 3$ .

## IX, 22.

Uel etiam ita: quoniam  $AB$  impar est, ab eo auferatur unitas  $ZB$ . itaque qui relinquitur,  $AZ$  par est. rursus quoniam  $B\Gamma$  impar est, et unitas est  $ZB$ , par est  $Z\Gamma$ . uerum etiam  $AZ$  par est. itaque etiam totus  $A\Gamma$  par est [IX, 21]. eadem de causa etiam  $\Gamma E$  par est. ergo etiam totus  $AE$  par est [IX, 21].<sup>1)</sup>




---

1) De figura cfr. IX, 22.

